Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2005

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

Adam Ries je na západě Krušných hor známou a oblíbenou osobností. Město Annaberg-Buchholz se svým označením “Horské město a město Adama Riese” pyšní po právu, protože právě zde tento počtář po několik let působil. Jeho praktické metody výrazně ovlivnily hospodářský rozkvět v tomto regionu v 16. století. Dobrá pověst jeho počtářské školy se šířila daleko za hranice Krušných hor.

V městě Annaberg-Bucholz je Adam Ries velmi uznávanou osobou. Jsou po něm pojmenovány ulice, škola, domov důchodců, nákupní středisko a obytná čtvrť. Ve městě se nachází pomník, který na tuto osobnost upozorňuje. Historická budova počtářské školy je dnes obyvatelům a turistům k dispozici jako muzeum. Moderně zařízené prostory jsou hojně využívány k hodinám počtů ve starém stylu. O Riesovo dědictví pečuje spolek Adam-Ries-Bund, který si tento úkol předsevzal. Má na starosti také pátrání po potomcích Adama Riese. Je známo přes 20.000 jmen příbuzných Adama Riese, kteří žili od 16. století do dneška!

Od roku 1981 nabízí Annaberg-Buchholz saským dívkám a chlapcům z pátých tříd vyučování ve stylu Adama Riese, které se týká počítání a hry v kostky. V každoroční matematické soutěži jsou vytipováni nejlepší počtáři Saska. V roce 2004/05 se uskuteční tento projekt po pětadvacáté. Cíl soutěže se během let nezměnil: poskytnout možnost chlapcům a dívkám, které zajímá matematika, ověřit si své znalosti a zároveň zintenzívnit jejich zájem o obor. Ale došlo k podstatným formálním změnám. Ze soutěže v regionu Chemnitz se stala soutěž s cílem internacionálního srovnání, kterou pořádá spolek Adam-Ries-Bund.

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

[1] www.adam-ries-bund.de

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)

2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí)

3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/ [2]. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/ a /3/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

[2] /1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)
/2/ Haase, P. ;König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.
/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995), Chemnitz, 1995.

Úspěšní účastníci soutěže

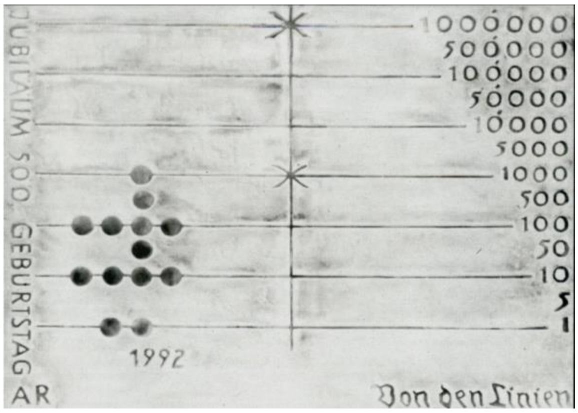
V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2004 mezi 25 body (1998) a 39 body (2004). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

		body	mista	cena	roce
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003
Martin Houda	gymn. Louny	20	13.		2000
Tomáš Janata	zš. Chomutov	20	14.		1995
Jiří Markvart	gymn. Most	20	17.		2002
Hana Trešlová	gymn. Louny	20	18.		2003


ENCOMIVM
ARITHMETICE
Rithmetica
menj
Slowe Počtůw Znánj / neb
Počjtánj;
Bez něhož Swětſké wěcy y Duchownj/
Nemohauť prawě býti Sprawowány:
Neb w Počtu/ Mjře / Waze Wſſemohauc

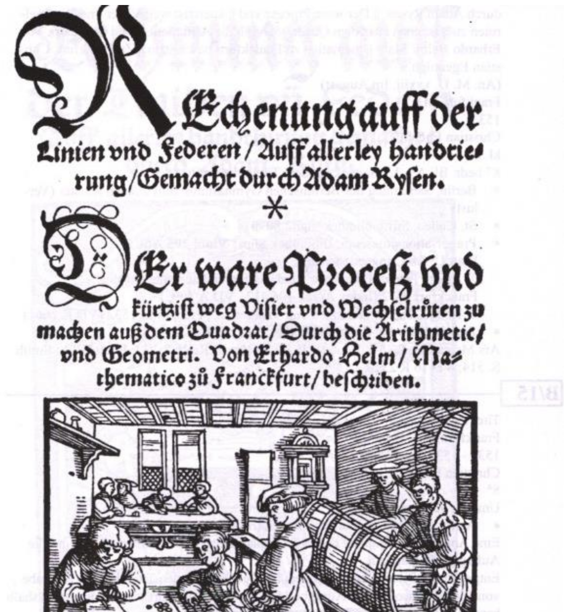
Adam Ries – počtář německého lidu

V letech 1491/92 bylo na úpatí krušnohorské hory Schreckenberg objeveno naleziště stříbra. “Hlas hory” přivolal do této krajiny tisíce lidí. Nově vzniklá osada se už po čtyřech letech stala městem s názvem “Sankt Annaberg”.



Ve stejném roce 1492 se v městě Staffelstein (Bavorsko) narodil Adam Ries. Po mládí stráveném cestováním, úspěšném vedení početní školy v Erfurtu (Thüringen) a po vydání svých prvních počtářských knih, se usadil v rozkvétajícím městě Annaberg. V tomto horském městě se staly moderní počtářské metody předpokladem dalšího vývoje hornických obchodů.

O zásluze Adama Riese se dovídáme i z německých přísloví. Dodnes znamenají slova **”…něco udělat podle Adama Riese…”** korektní a bezchybný výpočet. Obdiv si jistě vysloužil i díky úspěšnosti svých počtářských knih. Jen jeho druhá kniha “Rechnung auf der Linien und Federn” byla mezi roky 1522 a 1656 prokazatelně 108krát vydána. Až do 18. století byla jeho díla používána jako učební materiál. Mnoho generací se podle Riesových metod učilo pravidlům praktického počítání a jeho použití.



Rechenung auff der Linien vnd Federen/ Auff allerley handtierung/ Gemacht durch Adam Rysen.

*

Der ware Proceß vnd kürtzist weg Visier vnd Wechselruten zu machen auß dem Quadrat/ Durch die Arithmetic/ vnd Geometri. Von Erhardo Helm/ Mathematico zu Franckfurt/ beschriben.

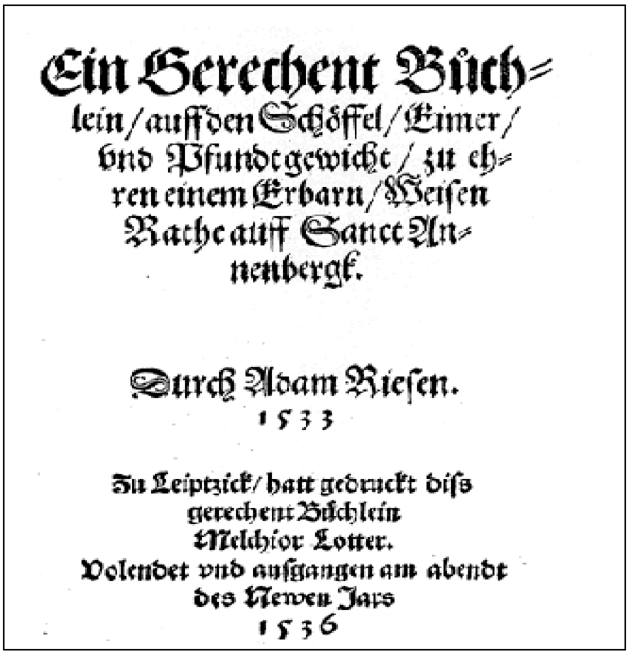
Zu Franckfurt. Christian Egenolph.

Chlebová norma

Ries vypracoval na základě požadavku městské rady města Annaberg tabulky, kde vypočítal hmotnost daného chleba z možné ceny obilí. Pokud se cena obilí lišila, byla změněna hmotnost a nikoliv cena chleba.

Jako jednotky hmotnosti byly používány libra (zkratka lb), lot (lot), čtvrtina lotu (kvint) (qu). Mezi jmenovanými jednotkami hmotnosti panovaly následující vztahy: 1 lb = 32 lot, 1 lot = 4 qu.

Díky tabulkám známým jako “chlebová norma” nemuseli pekařští mistři při změně ceny obilí dělat nové výpočty, ale mohli si z nich přečíst aktuální hmotnost. S těmito tabulkami je také spojena kontrola městské rady pekařských mistrů v dodržování přesných hmotností.


Ein Gerechent Büch-
lein/auff den Schöffel/Eimer/
vnd Pfundtgewicht/zu eh-
ren einem Erbarn/Weisen
Rathe auff Sanct An-
nenbergk.

Durch Adam Riesen.
1533

Zu Leipzick/hatt gedruckt diss
gerechent Büchlein
Melchior Lotter.
Volendet vnd ausgangen am abendt
des Newen Jars
1536

Vyobrazení 1: titulní strana chlebové normy
“Ein gerechnetes Büchlein” 1533

Adam Ries tento požadavek splnil jako obvykle svědomitě a důkladně. Vypracoval tabulky pro různé druhy chleba a pro pekárny na housky. Všechny tabulky byly stejně konstruovány: V levé části je cena obilí. Měřič označuje v minulosti obvyklou dutou míru k měření sušiny (jako například obilí). Uprostřed je uvedena odpovídající hmotnost housek a vpravo je udán počet housek, které mají být podle předpisu upečeny.

Weitz	Par semel am gewicht			Par semel uffn schof	Par semel so quent un teil nachgelassen	
Gr.	lot	quent	teil	par semel	Par semel	lot
76	6	2	40	912	1008	0
77	6	2	14	924	1008	0
78	6	1	66	936	1008	0
79	6	1	41	948	1008	0
80	6	1	16	960	1008	0
81	6	0	72	972	1008	0
82	6	0	48	984	1008	0
83	6	0	24	996	1008	0
84	6	0	0	1008	1008	0

Vyobrazení 2: výřez jedné tabulky chlebové normy

V páté řádce je uvedeno: Pokud dutá míra pšenice stojí 80 gr, pak jeden pár housek 6 lot 1 qu a váží 16 dílů kvintu a z jedné duté míry lze upéci 960 párů housek.

Chlebová norma podle Adama Riese se osvědčila. Kvůli různosti měn, mincí a hmotnosti nemohly tyto tabulky beze změn převzít ostatní města. Tehdy např. platilo:

Annaberg: 1 lb = 467,69 g
Cheb: 1 lb = 531,96 g
Freiburg: 1 lb = 466,56 g
Gdańsk: 1 lb = 435,41 g
Jáchymow: 1 lb = 513,78 g
Wrocław: 1 lb = 405,22 g

(I dnes se "libra" používá v hovorové němčině, 1 lb = 500 g). Proto také Adam Ries sestavil chlebovou normu pro Zwickau, Marienberg, Leipzig, Hof nebo Jáchymov.

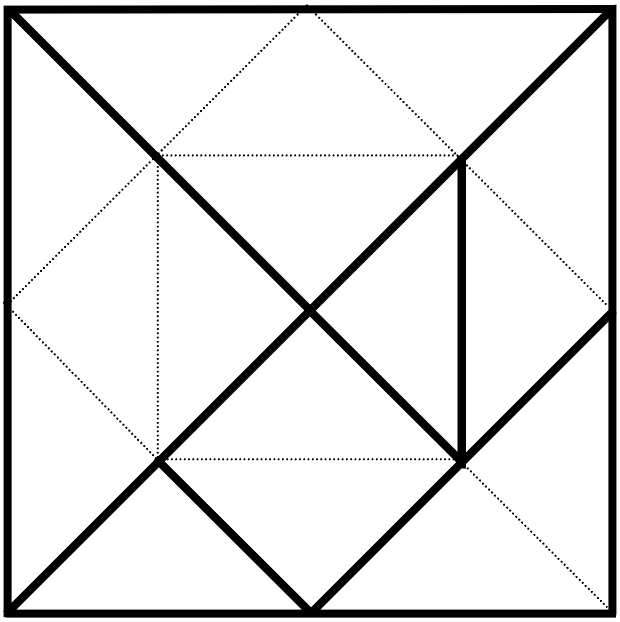
V 16. století byl chléb nejdůležitější potravinou. "Brot ist Leben" (Chléb je život) – pod tímto názvem byla 31. března 2005 v Adam-Ries-Museum (Muzeum Adama Riese) otevřena zvláštní výstava k tématu chléb.

Pokládání a skládání kostek s TANGRAMem

Hra Tagram v sobě obsahuju dávnou čínskou minulost. „*Ch'i Ch'ae pan*" znamená asi tolik, co „vševěd" nebo „liška podšitá". Skládání tvarů plných fantazie – lidí, zvířat, rostlin a různých dalších věcí – patřilo vždy k oblíbeným zábavám se sedmi TAGRAM-kostkami. V 19. století se tato hra stala populární v Evropě. Kniha "*Das große chinesische Rätselspiel für die elegante Welt*" (Velká čínská hádanková hra pro elegantní svět), která vyšla v Lipsku v roce 1818, podnítila početnými úkoly a příklady ke skládání kostek mnohé zvědavce.

Kostky určené k pokládání si každý může sám lehce vyrobit z TANGRAM-čtverce (viz obrázek).

K skládání tvarů je nutné vždy použít všech sedm kostek!



* *

Úlohy soutěže Adama Riese 2005 (2. stupeň)

Část 1

2005/2 – I/1[3]

Ve své druhé knize příkladů vydané roku 1522 uvádí Adam Ries mezi jinými následující příklad (čísla jsou mírně pozměněna): Zákazník nakoupí tato koření: šafrán, hřebíček a zázvor. 1 libra šafránu stojí 4 guldeny 5 šilinků, 1 libra hřebíčku stojí 19 šilinků a 1 libra zázvoru stojí 8 šilinků.

[3] roce/stupeň – čast/komplex

V době Adama Riese se hmotnost zboží udávala v librách a lotech (1 libra = 32 lotů) a platilo se guldeny a šilinky (1 gulden = 20 šilinků).

Vyřeš následující úlohy:

a) Zákazník kupuje 1 libru šafránu, 2 libry hřebíčku a 3 libry zázvoru. Kolik zaplatí? (Cenu vyjádři tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.)

b) Adam Ries položil následující otázku: zákazník nakoupil stejné množství šafránu, hřebíčku i zázvoru a zaplatil celkem 133 guldenů. Kolik koření od každého druhu nakoupil? (Výsledek uveď v základním tvaru.)

c) Další zákazník chce nakoupit hřebíček a zázvor, každého na váhu jen v celých librách (ale minimálně jednu libru) a chce, aby celková cena nákupu byla v celých guldenech.

Kolik musí nakoupit hřebíčku a zázvoru?

Nalezni nejmenší možná množství splňující tyto podmínky a ukaž, že menší neexistují.

2005/2 – I/2

„Lodě“ jsou klasickou dětskou hrou. Na hrací ploše s m vodorovnými řádky a n svislými sloupci jsou v jednotlivých ohraničených polích umístěny různé lodě, označené např. křížkem. Odhalení těchto poloh je spoluhráčovým úkolem.

Pro jednodušší vypátrání těchto pozic je určen počet křížků v jedné řádce resp. sloupci. Na vyobraz. 1 jsou představeny možné polohy 15-ti lodí a počet křížků v jedné řádce.

	X	X	X				3
							0
		X	X	X			3
X			X			X	3
	X		X				2
		X	X	X		X	4
1	2	3	5	2	0	2	

vyobrazení 1

2.1. V následujících úlohách se mají určit pozice lodí pomocí počtu křížků. Pro první hru je použito hrací pole o 6 řádcích a 7 sloupcích. K dispozici jsou jenom lodě o velikosti jednoho ohraničeného pole, to znamená označené jedním křížkem.

a) Ve hře na vyobrazení 2 se dají pozice lodí jednoznačně určit. Urči jejich pozici a zakroužkuj je. (Tip: Vyškrtej pole, ve kterých nemůže být žádná loď.)

b) Zjisti, jestli je možné jednoznačně určit pozice lodí pro hru na vyobraz. 3. Zdůvodni! V daném případě urči jaká uspořádání jsou možná.

							1
							5
							0
							3
							4
							2
3	5	0	1	0	4	2	

vyobrazení 2

							1
							5
							0
							3
							3
							3
3	5	0	1	0	4	2	

vyobrazení 3

2.2. Pro druhou hru je opět použito hrací pole o 6 řádcích a 7 sloupcích. Ale nyní budou použity jen takové lodě, které se mohou skládat z většího počtu spojených ohraničených polí:

loď ze 4 vedle sebe ležících ohraničených polí,	X X X X
loď ze 3 vedle sebe ležících ohraničených polí,	X X X
loď ze 2 ohraničených polí,	X X
loď z 1 ohraničeného pole.	X

Lodě musí být vždy uspořádány tak, svisle nebo vodorovně, aby se žádné dvě lodě nedotýkaly.

Urči možné pozice těchto lodí pro hru na vyobrazení 4. Zjisti, zda jsou možná nějaká další uspořádání. Zdůvodni!

							1
							4
							0
							1
							3
							1
1	3	1	1	1	2	1	

vyobrazení 4

2005/2 – I/3

Arian, Bert, Celine a Denise hrají na oslavě narozenin následující hru:

Jeden z nich opustí místnost. Jeden z ostatních tří dětí si vezme nějaký předmět. Po zavolání dovnitř musí příchozí uhodnout, kdo daný předmět má. K tomu použije výpovědi od každého, kdo zůstal v místnosti. Ten, kdo předmět má, lže; ostatní dva mluví pravdu.

(Upozornění: Pokud někdo lže, lže v každé své výpovědi.)

3.1. V jedné takové hře musela jít Denise za dveře. Ostatní vypovídají následovně:

Arian:	Předmět nemám. Celine ho má.
Bert:	Předmět nemám. Arian ho má.
Celine:	Předmět nemám.

a) Zdůvodni, že pro případ, že Arian předmět má, jsou pravidla hry splněna. To znamená, že Arian lže v obou výpovědích, ale že ostatní říkají pravdu.

b) Zjisti, zda by pro případ, že by předmět měl Bert respektive Celine, byla pravidla hry spněna.

3.2. V jiné takové hře musela Celine za dveře. Ostatní tři vypovídají následovně:

Arian:	Předmět nemám.
Bert:	Předmět mám.
Denise:	Předmět nemám.

Ukaž, že pomocí těchto výpovědí nemá Celine možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu.

Změň Bertovu výpověď tak, aby Celine poté měla možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu. Zdůvodni!

část 2

2005/2 – II/1: Ze starých početnic

1.1. Z 2. počtářské knihy Adama Riese: Jeden kupuje kuřata, a to jednu polovinu kus za 14 feniků, tu druhou polovinu kus za 15 feniků. Zaplatí 2 zlatky 18 grošů 5 feniků.

Kolik kuřat koupil?

Odpověď': ....

1.2. Euklid (300 př.n.l.) položil následující otázku: Mezek a osel jsou naloženi obilím. Mezek řekne oslovi: „Když mi dáš dva díly svého nákladu, ponesu toho třikrát tolik co ty. Ale když ti dám jeden díl ze svého, budou naše náklady stejné."

Kolik obilí tedy mezek a osel nesou?

Odpověď': ....

1.3. Ze „Zázraků početní techniky": Někdo, kdo je tázán jak staří jsou jeho synové, odpoví: „Nejstarší je právě ještě jednou tak starý jako nejmladší. Umocníme-li věkové číslo každého a sečteme-li obě mocniny, dostaneme výsledek 180."

Jak staří jsou oba synové?

Odpověď': ....

2005/2 – II/2: Hry s čísly

2.1. Nahraď ve vedle stojící figurce mezery čísly a početními znaménky tak, aby správně vypočítané příklady byly vodorovně i svisle.

309	-		=	
		-		+
150			=	170
=		=		=
	-	59	=	

2.2. Čísla 1 až 16 (každé jednou) se mají vepsat do magického čtverce tak, aby v každém řádku, sloupci a úhlopříčce byl součet těchto čísel stejný.

16			13
	11	10	
		6	
4			1

2.3. Každé písmeno musí být nahrazeno číslicí, přičemž stejná písmena stejné cifry a různá písmena různé cifry představují.

$$\begin{array}{cccccc} & A & N & N & A \\ + & B & E & R & G \\ \hline = & R & I & E & S \end{array}$$

2005/2 – II/3: Tolikero možností

3.1. Ve škole matematiky v Annabergu chtějí děti pověsit na zeď obrázky. Mají k dispozici pět obrázků s následujícími motivy (písmena v závorkách slouží jako značky pro jednotlivé obrázky):

(**A**) obrázek počítadla **A**bacus
(**B**) obrázek obchodnice **B**arbary Uthmann
(**C**) obrázek úhlu se jménem **C**osinus
(**R**) obrázek početního mistra Adama **R**iese
(**S**) obrázek **š**koly matematiky v Annabergu

a) Máte vybrat tři obrázky a ty poté pověsit vedle sebe na zeď. Tomáš se ptá, kolik různých trojic obrázků existuje, pokud nám záleží i na pořadí obrázků na zdi. Nalezni odpověď.

b) Dále máte pověsit na zeď všech pět obrázků. Tomáš se ptá, kolik různých možností máme, pokud mají obrázky (**A**), (**B**), (**C**) viset vždy za sebou, opět záleží na jejich pořadí, a obrázky (**R**) a (**S**) visí na zbývajících volných místech.

3.2. Těchto pět obrázků a ještě obrázek s**t**olu (**T**) použijeme jako obrázkové motivy na podložky pod myš u počítače. Máme tedy k dispozici šest různých podložek. Těchto šest podložek chceme nyní zabalit po dvojicích jako dárky. Tak nám vzniknou například následující dvojice: (**A**)(**T**) – (**B**)(**C**) – (**R**)(**S**).

a) Vypiš všechny možnosti rozdělení těchto šesti podložek do dvojic, pokud víš, že jedna dvojice je (**A**)(**B**).

b) Marie, která má všechny tyto podložky zabalit do dvojic jako dárky, přemýšlí, kolik má celkem různých možností rozdělení podložek do dvojic. Nalezni odpověď.

* *

Složité úlohy minulých let

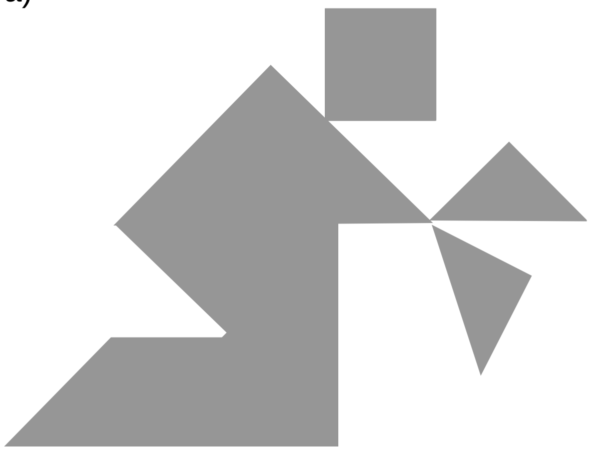
Puzzle a skládat

1999/3 - II/1.2
Podle čísel na okraji čtverce položte odpovídající bonbónů do příslušného řádku, případně sloupce, přičemž na každé políčko lze položit nejvýše jeden bonbón.

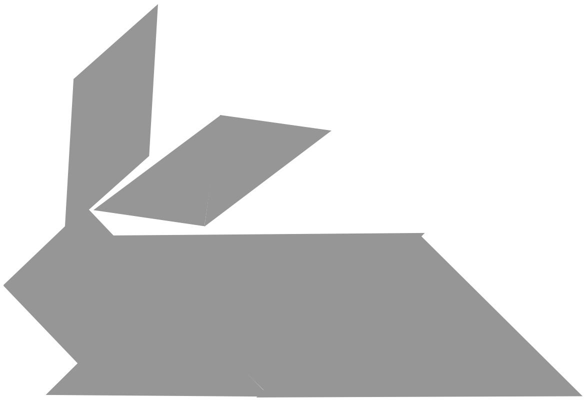
3	2	1	2	3	
					2
					1
					4
					3
					1

2001/3 - II/1.1
Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ (viz obálka) následujici obrazce:

a)



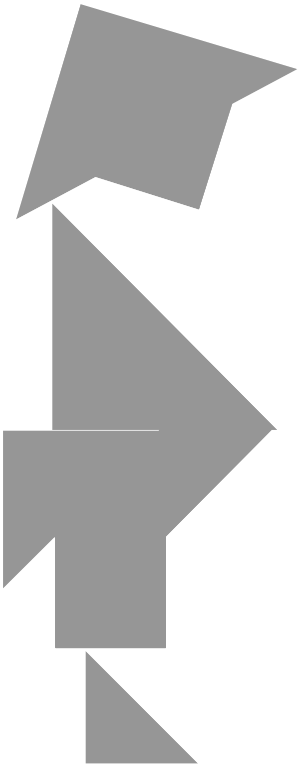
b)



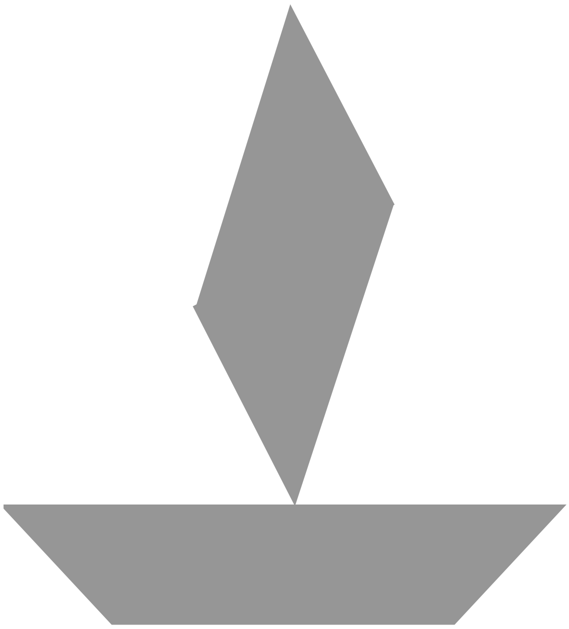
2002/3 - II/1.1

Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ (viz obálka) následujici obrazce:

a)



b)



2004/3 - II/1.2

8 bonbónů má být položeno na políčka čtverce tak, že na každém řádku a v každém sloupci budou zakryta právě dvě políčka a že na nezakrytých políčkách je možné postupně za sebou přečíst jméno matematika.

Ohranič zakrytá políčka. Písmena těchto políček postupně čtená udávají jméno jednoho z míst jeho působení.

A	A	D	N
N	A	M	A
R	B	E	I
R	E	G	S

Úlohy ze starých početnic

1998/3 – II/2.1

Někdo, koho se zeptali, jak staří jsou oba jeho synové, odpovídá: Ten nejstarší je třikrát tak starý jako nejmladší. Umocníme-li věk každého z nich na druhoz a obě mocniny mezi sebou vynásobíme, vyjde nám číslo 360. Kolik let je každému synovi?

Odpověď‘: ....

2001/3 - II/2.1

Matematik Alcuin (kolem r. 800), učený mnich z Irska, položil následující úkol: Po kolika skocích dohoní lovecký pes zajíce běžícího před ním ve vzdálenosti 150 stop, když zajíc při každém skoku překoná 7 stop, lovecký pes oproti tomu (ve stejné době) skočí při jednom skoku 9 stop daleko. (1 stopa: stará délková míra)

Odpověď‘: ....

2003/3 - II/2.2
Dle pověsti učinila kněžna Libuše požádání o svou ruku závislé na vyřešení hádanky, kterou položila svým nápadníkům:

Kdybych dala z tohoto koše se švestkami prvnímu nápadníku
polovinu obsahu a ještě jednu švestku, druhému polovinu
zbytku a ještě jednu švestku, třetímu polovinu nynějšího
zbytku a ještě tři švestky, byl by koš prázdný.
Uved‘ počet švestek, které koš obsahuje.

Odpověď: . . . .

2004/3 - II/2.1
Z 2. početice „Počítání na přímce“ od Adama Rieseho:

Jeden má peníze, prohraje z toho třetí díl,
spotřebuje ze zbývajících 4 zlaté, obchoduje
se zbytkem, přitom utratí čtvrtý díl
a má ted‘ ještě 21 zlatých.
Kolik zlatých měl na začátku?

Odpověď: . . . .

Tolikero možností

1998/3 - II/3
Cyklistický závod vede místy působení Adama Rieseho: Staffelstein – Erfurt – Annaberg.

V této úloze nás nyní zajímají možná pořadí cílového vjezdu, přičemž žádní dva cyklisté nepřejedou cílovou čáru současně.

1. Cyklističtí závodníci **A**bler, **B**aler, **C**apler a **D**elar jedou v první skupině, která se blíží cílovému stadionu.

a) Napiš všechna možná pořadí cílového vjezdu, kdyby přejel **C**apler přes cílovou čáru jako první. Piš např. tak: **CABD**

b) Kolik možností může celkem nastat (tedy každý z jezdců by mohl jako první přejet cílovou čáru)?

Odpověď: . . . .

2. Ale ještě není závod u konce. Nastává nová situace, neboť **E**rlerovi se podaří připojení k první skupině. Diváci nyní povzbuzují těchto pět jezdců k závěrečnému finiši. Dva z těchto jezdců, totiž **A**bler a **E**rler, patří k AR týmu.

a) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být jeden z těch dvou z AR týmu první, ten další druhý?

Odpověď: . . . .

b) U kolika všech možných pořadí cílového vjezdu by mohl být alespoň jeden z AR týmu první nebo druhý?

Odpověď: . . . .

c) Manažer AR týmu sní už o tom, že oba závodníci jeho týmu by mohli stát na stupních vítězů. U kolika všech možných cílových vjezdů by to bylo možné?

Odpověď: . . . .

2000/3 – II/3

1. Riesovy dcery se jmenují **A**nna, **E**va a **S**ybila. Zajisté nevíš, která je nejstarší, která nejmladší. Napiš všechny různé možnosti pořadí, která by mohla být spávná, kdyby se jména seřadila odpovídaje věku, začínaje s nejstarší.

Zapiš tak: **AES**; **ASE**; ....; ....

Zjisti podle následujících pravdivých výpovědí, která je nejstarší, která nejmladší:

(1) Eva nebo Sybila je nestarší.
(2) Pokud je Eva druhá nejstarší, je Anna nejstarší.
(3) Pokud je Eva nejmladší, potom je Sybila druhá nejstarší.
(4) Eva nebo Anna je druhá nejstarší.

Odpověd‘: .... je nejstarší, ... je nejmladší.

2. Riesovi synové se jmenují Adam, Abrahám, Jakub, Izák a Pavel.

a) Dva z nich chtějí s Evou pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností celkem vyplyne?

Odpověd‘: ....

b) Dva z nich chtějí s jednou ze sester pomáhat otci v počtářské škole. Kolik různých možností nyní celkem vyplyne?

Odpověd‘: ....

3. a) Čtyři Riesovi synové, kromě Adama, pochodují v nejrůznějších pořadích dveřmi. Kolik různých pořadí existuje celkem?

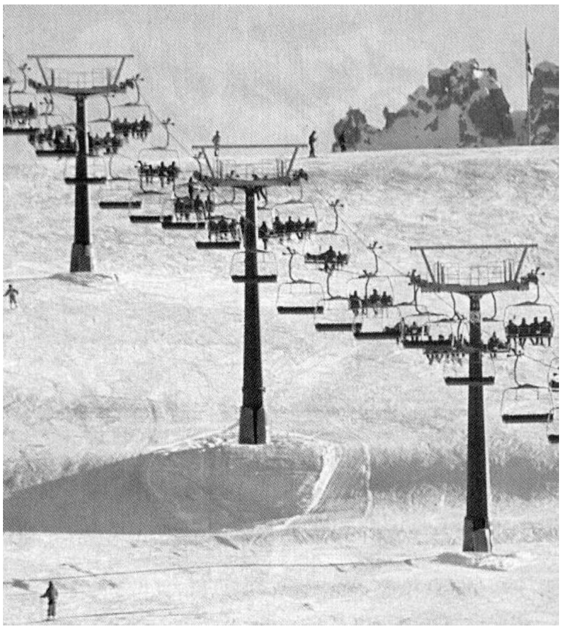
Odpověd‘: ....

b) Mezi chlapce se nyní zařadí ta tři děvčata tak, že budou děvčata a chlapci dveřmi přicházet střídavě. Kolik vyplyne celkem různých možností?

Odpověd‘: ....

2002/3 - II/3

Antonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik tráví prázdninové dny společně v Oberwiesenthalu.



1. Tato pětice chce přihlížet lyžařům skokanům při tréninku. Stoupají za sebou po schodech k divácke výstupu.

a) když trojice chlapců půjde napřed a obě děvčata za nimi?

Odpověd‘: ....

b) když obě děvčata půjdou za sebou (a kromě toho není žádné další podmínky)?

Odpověd‘: ....

2. Brigita vidí, jak jeden skokan po druhém přijíždějí a při tom ty již přítomné skokany pozdraví podáním ruky. (Každý zdravi každého právě jednou.) Napočítá 15 podání rukou.
Kolik skokanů přišlo na trénink?

Odpověď‘: ....

3. Dolů do údolí chtějí jet **A**ntonín, **B**rigita, **C**yril, **D**ana a **E**rik sedačkovou lanovkou. V kabince se mohou posadit nanejvýš čtyři děti. Musí být použity dvě kabinky. Zajímavá matematická diskuse vznikla otázkou: Kdo pojede s kým v jedné kabince?

Zpracuj následující úlohy:

a) Zapiš všechna možná různá rozdělení pěti děti do dvou kabinek pod podmínkou, že obě děvčata by chtěla sedět spolu v jedné kabince.

Piš tak: **BDAC; E** (to znamená: v jedné kabince sedí **B**rigita, **D**ana, **A**ntonín a **C**yril; v té druhé sedí **E**rik)

Důležité: Pořadí napsání písmen je pro zadání úkolu „Kdo s kým?“ bez významu.

b) Kolik různých rozdělení pěti dětí do dvou kabinek vyplyne celkem, když nejsou kladeny žádné další podmínky?

Odpověď‘: ....

2003/3 - II/3
Účastníci matematické soutěče Adama Rieseho z Česka dorazili do Annaberg-Buchholzu. Dozvídají se, že dům Adam Rieseho v Johannisově uličce poskytuje přístřeší muzeu, počtářské škole, výstavě o Barboře Uthmannové a knihovně.

1. Hana, **I**na, **K**arel, **L**enka a **M**ichal se dohadují, která zařízení domu a v jakém pořadí tato navštíví.

Kolik různých možností pořadí existuje,

a) kdyby chtěli jít do muzea, do počtářské školy a do knihovny?

Odpověď‘: ....

b) kdyby chtěli jít do tří ze čtyř zařízení?

(Důležité: Také pořadí, viz zadání úkolu, má být vzato v úvahu.)

Odpověd‘: ....

2. Po návštěvě domu Adama Rieseho se děti zdržují na náměstí a fotí se um znovu vybudované studny Barbory Uthmannové.

Kolik různých fotografií může vzniknout,

a) kdyby se každé dítě nechalo vyfotit s každým právě jednou?

Odpověd‘: ....

b) kdyby právě tři z těch pěti dětí měly být viděny na fotkách?
Napiš pro toto všechny možnosti. Využij k tomu počáteční písmena vlastních jmen **H, I, K, L, M**.

Odpověd‘: ....

c) kdyby měly být viděny nejméně dvě z pěti dětí n fotkách (při čemž vychovatelka pomáhá při fotografování)?

Odpověd‘: ....