Rada Soutěže Adama Riese
ve Spolku Adama Riese e.V. Annaberg-Buchholz

Matematická soutěž „Adam Ries“ 2006

Sbírka příkladů
pro práci s kostkami a k počítání

vydavatel:
Dr. Norman Bitterlich
D-09114 Chemnitz, Draisdorfer Str. 21
e-mail: norman.bitterlich@t-online.de

Úvod

Adam Ries je na západě Krušných hor známou a oblíbenou osobností. Město Annaberg-Buchholz se svým označením “Horské město a město Adama Riese” pyšní po právu, protože právě zde tento počtář po několik let působil. Jeho praktické metody výrazně ovlivnily hospodářský rozkvět v tomto regionu v 16. století. Dobrá pověst jeho počtářské školy se šířila daleko za hranice Krušných hor.

Od roku 1981 nabízí Annaberg-Buchholz saským dívkám a chlapcům z pátých tříd vyučování ve stylu Adama Riese, které se týká počítání a hry v kostky. V každoroční matematické soutěži jsou vytipováni nejlepší počtáři Saska. Cíl soutěže se během let nezměnil: poskytnout možnost chlapcům a dívkám, které zajímá matematika, ověřit si své znalosti a zároveň zintenzívnit jejich zájem o obor. Ale došlo k podstatným formálním změnám. Ze soutěže v regionu Chemnitz se stala soutěž s cílem internacionálního srovnání.

Při příležitosti 500. výročí narození Adama Riese v roce 1992 se Spolek Adama Riese, e.V.[1], stal nositelem této soutěže. Nabídka k porovnání výkonů byla poté vypsána v Bavorsku/Horních Frankách, Durynsku a v Sasku, kde jako pořadatelé působila města Staffelstein (místo narození Adama Riese), Erfurt (zde poprvé pracoval jako matematik) a Annaberg-Buchholz (kde jako matematik dlouhodobě působil). Od roku 1994 se soutěže účastní také žáci z České Republiky.

V zájmu sjednocení podpory špičkových výkonů v matematice a podpory všeobecné matematické gramotnosti probíhá soutěž ve 3 kolech:

1. stupeň: soutěž domácích úkolů a klausur na úrovni jednotlivých zemí (prosinec až únor)

2. stupeň: soutěž klausur pro 50 nejúspěšnějších účastníků 1. kola (v rámci jednotlivých zemí)

3. stupeň: soutěž klausur pro 10 nejlepších žáků ze soutěží jednotlivých zemí (soutěž čtyř zemí)

Soutěž klausur se dělí na dvě části. V první, která trvá 90 minut, se jedná o exaktní znázornění řešení tří obsáhlých problémových matematických úloh, v němž musí být všechny výpovědi jasně formulovány a

[1] www.adam-ries-bund.de

zdůvodněny. Ve druhé části dostanou žáci soubory úkolů s rozmanitými úlohami na přemýšlení a pro práci s kostkami. Pro každý komplex úloh je vymezen čas (10 až 15 minut), stačí však uvést pouze výsledek, ke kterému je možno dojít skládáním a pokládáním kostek, různými kombinacemi a úvahami nebo výpočtem zpaměti. Obě části se započítávají do celkového hodnocení.

Dne 4. a 5. května 2001 se ve městě Annaberg-Bucholz po desáté konalo třetí kolo Soutěže Adama Riese. U příležitosti tohoto jubilea vydal Peter Haase v publikační řadě Spolku Adama Riese (Schriftenreihe des Adam-Ries-Bundes e.V.) sbírku příkladů z let 1992-2001 s obsáhlými komentáři k jejich řešení a informacemi k soutěži /1/ [2]. Žáci se zájmem o matematiku mají tak spolu s /2/ a /3/ k dispozici rozsáhlý materiál pro samostatnou práci při řešení problémových příkladů. Úlohy obsažené v tomto sešitě byly vybrány z /1/.

Soutěž Adama Riese 2006 došla tradičním finále čtyř zemí 23. a 24. června svého závěrečného vrcholu. Pouze v Sasku se v tomto roce zabývalo úlohami prvního kola a tedy Riesovým dílem 1700 dívek a chlapců. I úlohy 2. kola spojují historii a matematiku.

Chceme, aby tato knížečka dodala podněty k přípravě na finálové kolo, aby každý účastník mohl své správné výsledky stvrdit slovy:

„To jsem udělal podle Adama Riese...“.

Úspěšní účastníci soutěže

V předešlých letech bylo v klausurní části třetího kola možné získat maximálně 24 bodů, při skládání kostek 16 bodů. Podle obtížnosti úloh získali vítězové soutěže v letech 1994-2005 mezi 25 body (1998) a 39 body (2004). Všichni účastníci dostanou diplom a upomínkový dárek. Oceňována je přibližně jedna čtvrtina účastníků. Nejúspěšnějšími českými účastníky, kteří dosáhli nejméně 20 bodů byli:

---

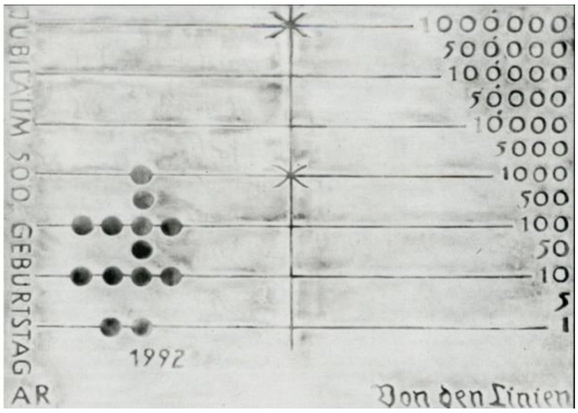
[2] /1/ Haase, P.: Adam-Ries-Wettbewerb 1992-2001 – Aufgaben und Lösungen. In: Schriften des Adam-Ries-Bundes Annaberg-Buchholz, Bd. 13., Annaberg-Buchholz, 2001 (ISBN 3-930430-43-6)
/2/ Haase, P. ;König, H.: 15 Jahre Adam-Ries-Wettbewerb für Schüler der Klasse 5 – ein Beitrag zur Förderung mathematisch begabter Schüler. Chemnitz 1996.
/3/ Aufgaben der Adam-Ries-Wettbewerbe – Klasse 5 – (1981-1995), Chemnitz, 1995.

		body	mista	cena	roce
Lenka Sarnová	gymn. Most	29	2.	I.	1997
Vladimir Patera	zš. Chomutov	29	7.		1994
Markéta Gottfriedová	gymn. Louny	29	8.	III.	2005
Michal Pelc	gymn. Most	28	2.	II.	1999
Tomáš Janata	zš. Chomutov	27	2.	II.	1996
Marek Urban	gymn. Kadaň	26	9.		2005
Vlasta Blahova	gymn. Louny	25	4.	III.	1996
Daniel Zibrt	gymn. Louny	25	8.	III.	1999
Marek Mojzík	zš. Chomutov	24	8.	III.	1997
Tomáš Tvrzník	gymn. Most	23	8.	III.	2002
Vojtèch Mezera	gymn. Louny	22	4.	II.	1998
Frantisek Krticka	gymn. Most	22	4.	II.	1998
Michala Kockovská	zš. Chomutov	22	6.	III.	1998
Petr Sindelar	gymn. Most	22	9.	III.	2000
Petr Tvrzník	gymn. Most	21	10.		2000
Jiří Urban	gymn. Louny	21	12.		2001
Martin Suchan	gymn. Louny	21	14.		1997
Ondřej Mošna	gymn. Kadaň	21	17.		2003
Martin Houda	gymn. Louny	20	13.		2000
Tomáš Janata	zš. Chomutov	20	14.		1995
Jiří Markvart	gymn. Most	20	17.		2002
Hana Trešlová	gymn. Louny	20	18.		2003
Ondřej Šefl	gymn. Most	20	22.		2005
Ondřej Draganov	gymn. Kadaň	20	22.		2005
Marie Koutská	gymn. Most	20	22.		2005


ENCOMIVM
ARITHMET[illegible]
ARithmetica [illegible] menj
Slowe Počtůw Znánj / neb Počjtánj ;
Bez něhož Swětské wěcy y Duchownj /
Nemohau prawě býti Sprawowany :
Neb w Počtu / Wjře / Waze Wssemohauc

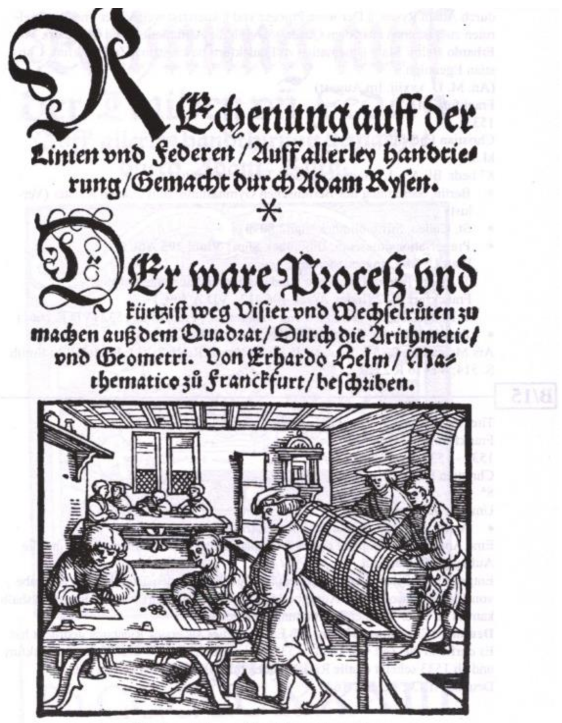
Adam Ries – počtář německého lidu

V letech 1491/92 bylo na úpatí krušnohorské hory Schreckenberg objeveno naleziště stříbra. “Hlas hory” přivolal do této krajiny tisíce lidí. Nově vzniklá osada se už po čtyřech letech stala městem s názvem “Sankt Annaberg”.



Ve stejném roce 1492 se v městě Staffelstein (Bavorsko) narodil Adam Ries. Po mládí stráveném cestováním, úspěšném vedení početní školy v Erfurtu (Thüringen) a po vydání svých prvních počtářských knih, se usadil v rozkvétajícím městě Annaberg. V tomto horském městě se staly moderní počtářské metody předpokladem dalšího vývoje hornických obchodů.

O zásluze Adama Riese se dovídáme i z německých přísloví. Dodnes znamenají slova **”…něco udělat podle Adama Riese…”** korektní a bezchybný výpočet. Obdiv si jistě vysloužil i díky úspěšnosti svých počtářských knih. Až do 18. století byla jeho díla používána jako učební materiál. Mnoho generací se podle Riesových metod učilo pravidlům praktického počítání a jeho použití.



Vědecká senzace: První početnice od Adama Riese objevena

Německý počtář Adam Ries napsal a nechal vytisknout 3 početnice. Zatím nebylo možné doložit první vydání jeho první početnice, kterou dle vlastních údajů napsal v roce 1518. V New Yorku a v Hamburku existují exempláře druhého vydání (vytištěno 1525 v Erfurtu). Exemplář 4. vydání (vytištěno 1530 v Erfurtu) se nachází ve Wroclawi (Polsko). Další vydání se pravděpodobně neuskutečnila.

Zatím nebylo jasné, zda 3. vydání doopravdy existovalo. Bylo tedy velmi překvapivé, když se exemplář našel v knihovně v Plavně! Tuto knížečku, vytištěnou 1527 také v Erfurtu, se podařilo získat spolku Adam-Ries-Bund e.V. Muzeum Adama Riese v Annaberg-Buchholz patří nyní k jedněm z mála, které všechny 3 Riesovy početnice mají.

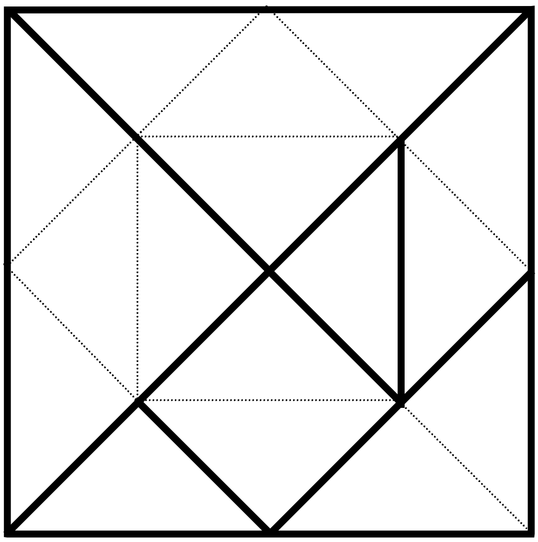
Od druhé početnice je známo 119 vydání z let 1522 - 1656. Mezi nimi se nalézá i český překlad z 1615, jehož exemplář je možno si prohlédnout v Národním muzeu v Praze.

Třetí početnice byla publikována mezi léty 1550 - 1611 v pěti vydáních.

Pokládání a skládání kostek s TANGRAMem

Hra Tagram v sobě obsahuju dávnou čínskou minulost. „*Ch'i Ch'ae pan*“ znamená asi tolik, co „vševěd“ nebo „liška podšitá“. Skládání tvarů plných fantazie – lidí, zvířat, rostlin a různých dalších věcí – patřilo vždy k oblíbeným zábavám se sedmi TAGRAM-kostkami. V 19. století se tato hra stala populární v Evropě. Kniha "*Das große chinesische Rätselspiel für die elegante Welt*" (Velká čínská hádanková hra pro elegantní svět), která vyšla v Lipsku v roce 1818, podnítila početnými úkoly a příklady ke skládání kostek mnohé zvědavce.

Kostky určené k pokládání si každý může sám lehce vyrobit z TANGRAM-čtverce
(viz obrázek).



K skládání tvarů je nutné vždy použít všech sedm kostek!

Úlohy soutěže Adama Riese 2006 (2. stupeň)

Část 1

2005/2 – I/1[3]
Ve své druhé knize příkladů vydané roku 1522 uvádí Adam Ries mezi jinými následující příklad (čísla jsou mírně pozměněna): Zákazník nakoupí tato koření: šafrán, hřebíček a zázvor. 1 libra šafránu stojí 4 guldeny 5 šilinků, 1 libra hřebíčku stojí 19 šilinků a 1 libra zázvoru stojí 8 šilinků.

V době Adama Riese se hmotnost zboží udávala v librách a lotech (1 libra = 32 lotů) a platilo se guldeny a šilinky (1 gulden = 20 šilinků).

Vyřeš následující úlohy:

a) Zákazník kupuje 1 libru šafránu, 2 libry hřebíčku a 3 libry zázvoru. Kolik zaplatí? (Cenu vyjádři tak, aby bylo zapotřebí co nejmenšího počtu mincí.)

b) Adam Ries položil následující otázku: zákazník nakoupil stejné množství šafránu, hřebíčku i zázvoru a zaplatil celkem 133 guldenů. Kolik koření od každého druhu nakoupil? (Výsledek uveď v základním tvaru.)

c) Další zákazník chce nakoupit hřebíček a zázvor, každého na váhu jen v celých librách (ale minimálně jednu libru) a chce, aby celková cena nákupu byla v celých guldenech.

Kolik musí nakoupit hřebíčku a zázvoru?

Nalezni nejmenší možná množství splňující tyto podmínky a ukaž, že menší neexistují.

2006/2 – I/2
Marek a Lukáš se opět baví číselnými hádankami.

Marek říká Lukášovi: „Mysli si dvě čísla. Obě jsou větší než nula. Vytvoř součet obou těchto čísel a přičti jej k součinu těchto myšlených čísel. Vyřkni výsledek.“

---
[3] roce/stupeň – část/komplex

a) Dobrá, Lukáš si vybral čísla 4 a 12. Vypočítej, jaké číslo Markovi řekne.

b) Lukáš říká jako výsledek číslo 71. Sděluje ještě, že obě myšlená čísla jsou čísly po sobě následujícími. Zjisti tato čísla.

Poté co Marek uhádl často čísla správně, prozradil svůj trik: „Přičti k výsledku 1 a rozlož obdržené číslo do dvou činitelů, z nichž oba jsou větší než jedna. Odečti od každého činitele 1, potom obdržíš ta myšlená čísla.“

c) Jako výsledek je uvedeno číslo 34. Zjisti tímto trikem myšlená čísla.

d) Lukáš chce tento Markův trik použít na číslo 71 jako výsledek (viz dílčí úloha b). Zjistí, že (bez požadavku na po sobě jdoucí čísla) člověk získá více než jednu dvojici čísel. Zjisti všechny možné dvojice myšlených čísel.

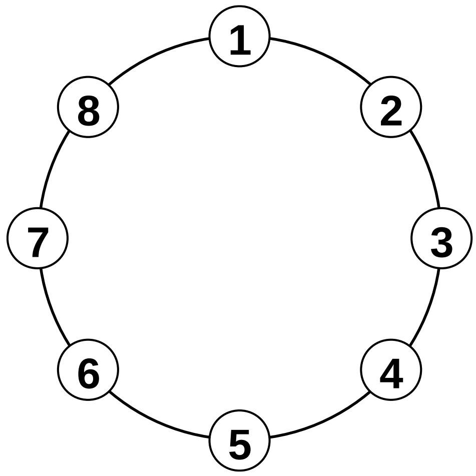
2006/2 – I/3

Znáte nějaké rozpočitadlo? Třeba „Ententýky dva špalíky, čert vyletěl z elektriky, bez klobouku, bos, narazil si nos…?“

Skupina *n* osob vytvoří uzavřený kruh. Rozpočítávání začíná u první osoby ve směru pohybu hodinových ručiček až ke *k-té* osobě, která je z kruhu vyřazena a kruh je znovu uzavřen.

Další rozpočítávání začne u osoby bezprostředně následující za vyřazenou osobou a pokračuje opět ve směru pohybu hodinových ručiček až ke *k-té* osobě, která je z kruhu také vyřazena a kruh je znovu uzavřen.

Takto se pokračuje nepřetržitě až do okamžiku, kdy ve hře zůstane pouze jedna osoba.



Na obrázku vpravo je znázorněno 8 osob ($n = 8$), které jsou očíslovány ve směru pohybu hodinových ručiček od čísla 1 do čísla 8. Vyřazena bude každá čtvrtá osoba ($k = 4$). Pořadí vyřazených osob bude tedy následující: [4, 8, 5, 2, 1, 3, 7, (6)]. Jako poslední zůstane ve hře osoba s číslem 6.

a) Zjisti pořadí vyřazovaných osob pro $n = 10$ a $k = 5$ a urči, kdo zůstane jako poslední ve hře. U které osoby bychom museli začít s rozpočítáváním, aby jako poslední zůstala ve hře osoba s číslem 1?

b) Nyní máme počet osob devět ($n = 9$) a vyřazovat budeme každou devátou osobu ($k = 9$). Zjisti, u které osoby musíme začít s rozpočítáváním, aby jako poslední ve hře zůstala osoba s číslem 1.

V následujících úlohách budeme s rozpočítáváním začínat vždy u osoby s číslem 1 a vyřazována bude každá druhá osoba ($k = 2$).

c) Najdi všechny možné počty osob n, při jejichž rozpočítávání (začínáme u čísla jedna a $k = 2$) zůstane jako poslední ve hře osoba s číslem 1. Zdůvodni!

d) Najdi návod, který umožní pro libovolný počet hráčů zjistit osobu, která zůstane ve hře jako poslední.

Poznámka: Problém zpracovaný v této úloze uvedl již historik Flavius Josephus (žil přibližně v letech 37 až 100 n. l.) a je nyní znám pod označením Josephův problém.

Část 2

2006/2 – II/1 Úlohy ze starých početnic

1. V následujícím úkolu se jedná o výměnu zboží, jak byl tenkrát nazýván prodej a nákup. Důležité: v Riesově době byly „Tücher“ (zkráceno tü) a „Ellen“ (el) jednotky pro měření látky, „Gulden“ (gu) a „Groschen“ (gr) byly peněžní jednotky (1 tü = 16 el, 1 gu = 21 gr).

a) Jeden prodá 3 tü a 8 el látek a požaduje za 14 el látky cenu 3 gu. Kolik „Gulden“ prodejem získal?

Odpověd‘: ....

b) Někdo jiný koupí u stejného obchodníka a zaplatí 21 gu 9 gr. Kolik „Tücher“, kolik „Ellen“ dostal?

Odpověd‘: ....

2. Řekyně šla do Jupiterovy svatyně a prosila ho, zda by nemohl zdvojnásobit její peníze. Jupiter její prosbu vyslyšel a ona mu z vděčnosti

obětovala dvě „Drachmen“ („Drachme“ byla řecká peněžní jednotka). Šla dál k Apollónově svatyni se stejnou prosbou, načež obětovala znovu dvě „Drachmen“. Když spočítala své peníze, zjistila, že jich má dvakrát tolik jako na začátku. Kolik jich měla?

Odpověd‘: ....

3. Prostřednictvím řeckého dějepisce Herodota známe rychlost perských kurýrů, která umožnila, aby důležitá depeše, poslaná ze Sardes do Susa, urazila za jeden den 60 „Parasangen“ („Parasang“ byla řecká délková míra). Následující depeše, poslaná přesně o den později, urazila denně 70 „Parasangen“a dostihla první depeši přesně v Susa.

a) O kolik „Parasangen“ byl druhý kurýr po třetím dnu jízdy vzdálen od prvního kurýra?

Odpověd‘: ....

b) Kolik „Parasangen“ měří vzdálenost mezi Sardes a Susa?

Odpověd‘: ....

Poznámka: 1 „Parasang“ = 5549 m

2006/2 – II/2 Soustřeďme se v říši čísel

1. Doplň v obrázku operační znaménka a přirozená čísla tak, aby řetězová úloha byla správně vyřešena při výpočtu směřujícím zleva doprava. (Pozor: pravidlo „násobení a dělení má přednost před sčítáním a odčítáním“ neplatí, mezivýpočty nejsou udány.)

12		5	·		-	3	=	150

2. Každé písmeno musí být nahrazeno jednou číslicí, přičemž rozdílná písmena znamenají rozdílné číslice, shodná písmena shodné číslice:

$$\begin{array}{rcccc} & A & D & A & M \\ + & A & N & N & A \\ \hline = & R & I & E & S \end{array}$$

a) Nahraď písmeno **A** číslicí **4**. Zbývající písmena nahraď tak, aby úloha byla vyřešena správně.

$$\begin{array}{r} 4\ \_\ 4\ \_ \\ +\ 4\ \_\ \_\ 4 \\ \hline =\ \_\ \_\ \_\ \_ \end{array}$$

b) Uveď další řešení:

$$\begin{array}{r} 4\ \_\ 4\ \_ \\ +\ 4\ \_\ \_\ 4 \\ \hline =\ \_\ \_\ \_\ \_ \end{array}$$

3. Součin tří přirozených čísel je 30, součet těchto čísel je dělitelný čtyřmi. Uveď tato tři čísla.

Odpověď': ....

4. Hledají se dvě číslice, jejichž součet je 132, přičemž pátý díl jedné se rovná šestému dílu druhé číslice.

Odpověď': ....

2006/2 – II/3 Tolikero možností

Anna, **B**edřich, **C**ecílie a **D**aniel se procházejí po náměstí v „KÄTu" (zábavní centrum v Annaberg-Buchholz).

1. Všichni čtyři chtějí na kolotoči jezdit na „koni"a sedět na něm za sebou. „Koňský hřbet" je dostatečně velký pro čtyři. Kolik různých možností posazení bude celkem, když

a) Anna a Daniel budou sedět za sebou?

Odpověď': ....

b) Anna a Daniel a také Bedřich a Cecílie budou sedět za sebou?

Odpověď': ....

c) Děvčata a chlapci budou sedět střídavě?

Odpověď': ....

2. Tito čtyři potkají Elišku. Eliška má volné lístky a daruje každému ze svých čtyř přátel jeden.

a) Eliška má pět volných lístků, dva na kolotoč „Pavouk“ a tři na ruské kolo. Napiš všechny možnosti, jak si děti mohou lístky mezi sebou rozdělit.

Možností:

b) Představ si, že by Eliška měla tři lístky na „Pavouka“ a na ruské kolo také tři. Kolik různých možností rozdělení lístků vyjde celkem, když jeden lístek, jedno který, bude přebývat.

Odpověď': ....

* *

Složité úlohy minulých let – část 1

2005/3 – I/1

Vedle rozmanitých úloh k přeměně mincovních jednotek a jednotek hmotnosti nacházíme v početnicích Adama Rieseho i ojediněle úlohy o pohybu. V knize „Coß“, nejvýznamnější Riesově početnici, se nachází úloha o honu na lišku.

Pes pronásleduje lišku, která má určitý náskok. Pes a liška provádějí současně skok po skoku.

1. Na 5 psích skoků potřebuje liška 7 skoků.

a) Kolik liščích skoků dohání pes při 15 svých skocích?

Ries předkládá následující úlohu: Liška je 250 svých skoků před psem. Nyní se ptám, za kolik psích skoků je liška polapena?
Vyřeš tuto úlohu.

b) U jiného honu na lišku činí nások 250 psích skoků. Vypočítej, kolika psími skoky je tentokráte liška dostižena.

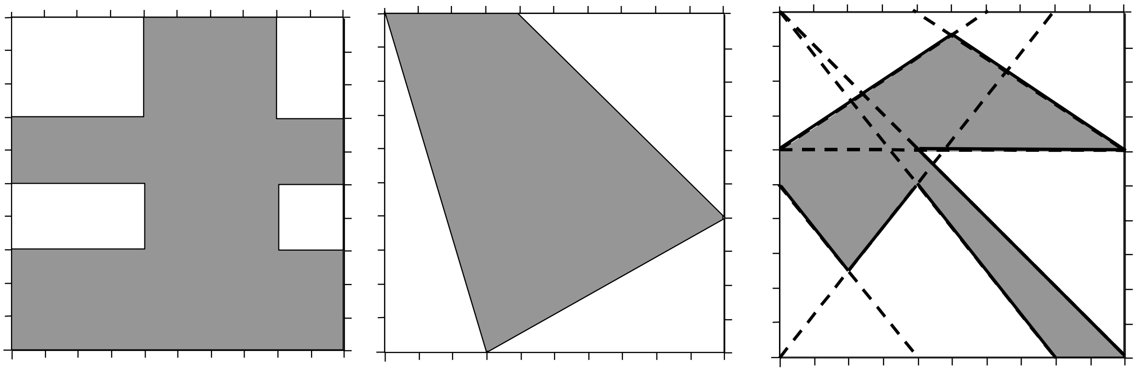
2. U dalšího nonu na lišku činí náskok lišky zase 250 jejích skoků. Po 1000 psích skocích je liška psem dostižena.

Zjisti souvislost mezi počtem ps´ch a liščích skoků.

2005/3 – I/2
Strany čtverce jsou rozděleny do deseti stejně velkých úseků. V tomto čtverci je právě jedna plocha (šrafovaně znázorněná) zcela ohraničena přímkami. Každá přímka prochází právě dvěma dílčími body na stranách čtverce.

Čtverec obsahuje (10 · 10 =) 100 jednotek, čtvercu: Zpočítej kolik jednotek čtvercu obsahují šrafované plochy. (Upozornění: Pro obsah plochy ***A*** pravoúhelníku s délkami stran ***a*** a ***b*** platí: ***A* = *a* · *b***.)

(a) (b) (c)



2005/2 – I/3
Arian, Bert, Celine a Denise hrají na oslavě narozenin následující hru:

Jeden z nich opustí místnost. Jeden z ostatních tří dětí si vezme nějaký předmět. Po zavolání dovnitř musí příchozí uhodnout, kdo daný předmět má. K tomu použije výpovědi od každého, kdo zůstal v místnosti. Ten, kdo předmět má, lže; ostatní dva mluví pravdu.

(Upozornění: Pokud někdo lže, lže v každé své výpovědi.)

1. V jedné takové hře musela jít Denise za dveře. Ostatní vypovídají následovně:

Arian: Předmět nemám. Celine ho má.
Bert: Předmět nemám. Arian ho má.
Celine: Předmět nemám.

a) Zdůvodni, že pro případ, že Arian předmět má, jsou pravidla hry splněna. To znamená, že Arian lže v obou výpovědích, ale že ostatní říkají pravdu.

b) Zjisti, zda by pro případ, že by předmět měl Bert respektive Celine, byla pravidla hry spněna.

2. V jiné takové hře musela Celine za dveře. Ostatní tři vypovídají následovně:

Arian:	Předmět nemám.
Bert:	Předmět mám.
Denise:	Předmět nemám.

Ukaž, že pomocí těchto výpovědí nemá Celine možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu.

Změň Bertovu výpověď tak, aby Celine poté měla možnost jednoznačně určit vlastníka předmětu. Zdůvodni!

Složité úlohy minulých let – část 2

Puzzle a skládat

2000/3 - II/1.2
Čtyři bonbóny mají být položeny na čtverec tak, aby na každém řádku, sloupci, případně na každé úhlopříčce ležel právě jeden bonbón.

Leží-li bonbón na jedné samohlásce (A; E; I) počítá se za dva body, leží-li na jedné souhlásce (B; D; G; M; N; R; S) počítá se za jeden bod.

Součet všech bodů se má nazývat bodový součet.

a) Polož jeden bonbón na M a zbývající tak, jak je vyžadováno v textu úlohy. Vypočítej získaný bodový součet.

b) Polož bonbóny tak, aby těmito bylo dosaženo co možná největšího bodového součtu.

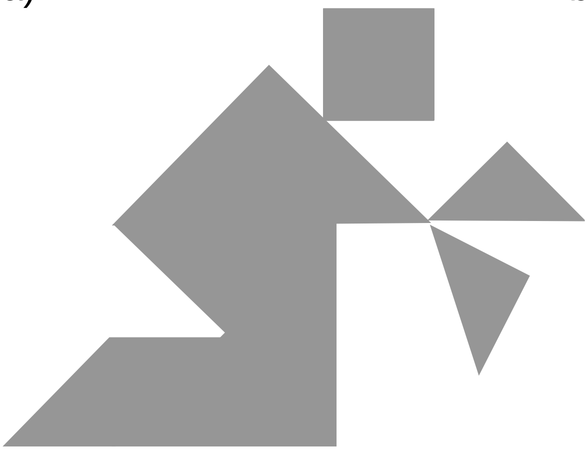
c) Polož bonbóny tak, aby těmito bylo dosaženo co možná nejmenšího bodového součtu.

A	D	A	M
R	I	E	S
A	N	N	A
B	E	R	G

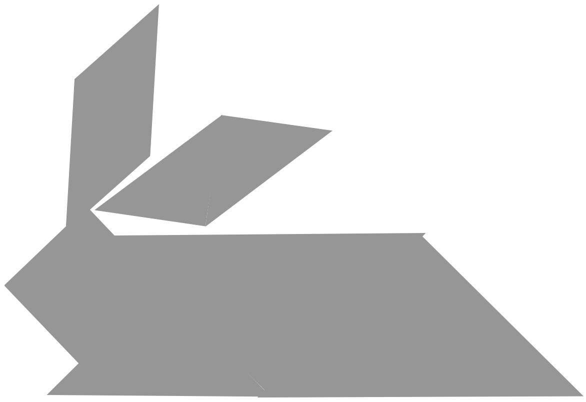
2001/3 - II/1.1

Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ následujici obrazce:

a)



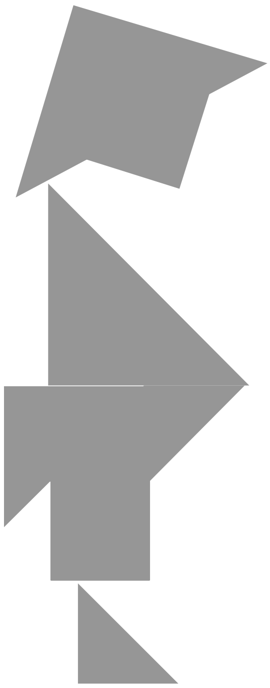
b)



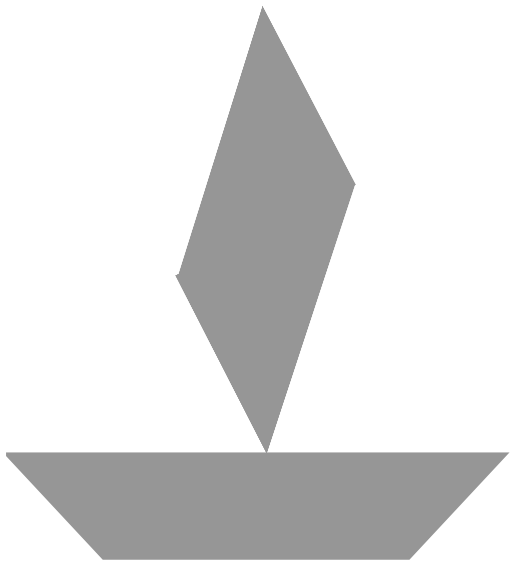
2002/3 - II/1.1

Slož ze sedmi částí hry „TANGRAM“ následujici obrazce:

a)



b)



2003/3 – II/1.2

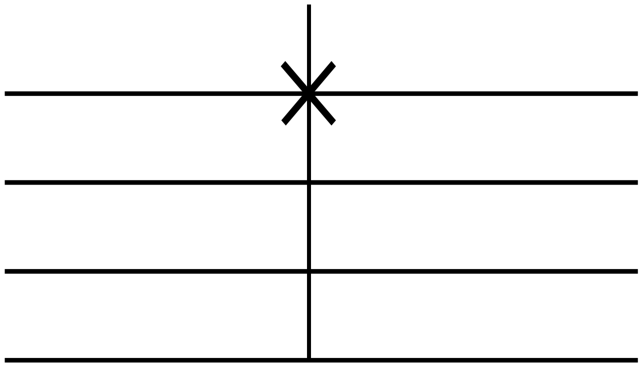
Za dob Adama Rieseho se pokládala pomocí počítací feniků „čísla“ na početní tabulku.

Polož na početní tabulku bonbóny jako počítací feniky. Přitom má vždy jedno číslo (neshodné s nulou) ležet na levé a pravé straně. Leží-li jeden bonbón na nejspodnější čáře je jehohodnota 1, na každé výše položené je jeho hodnota 10, 100, 1000. N jedné čáře mají ležet nejvýše dva bonbóny. Do mezer se nemá nic pokládat.

a) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součet obou čísel co možná nejmenší.

b) Polož 6 bonbónů tak, aby byl rozdíl obou čísel co možná největší.

c) Polož 6 bonbónů tak, aby byl součin obou čísel co možná nejmenší.



Úlohy ze starých počtnic

1998/3 - II/2.2
Někdo byl tázán, kolik ovcí má v každém ze dvou chlévů, načež tento odpověděl: Rozdělím-li ovce ve stáji, kde je jich většina, na čtyři stejné díly, a rozdělím-li ovce ve stáji, kde jich stojí nejméně, do 7 stejných dílů, a vezmu-li nyní z každé stáje jeden takový díl, tak obnáší tyto díly dohromady 21. Kolik ovcí je v každé stáji?

Odpověď': ....

2000/3 – II/2.2
Ve staré perské povídce „Tisíc a jeden den“ najdeme následující povídku:

Jedna žena jde do zahrady sklízet jablka. Zahrada má čtyři brány, každá je střežena jedním mužem. Žena dá hlídači 1. brány polovinu sklizených jablek, hlídači 2. brány polovinu zbylých jablek; právě tak postupuje u třetího a čtvrtého. Zůstance jí nakonec jen 10 jablek. Kolik jablek sklidila?

Odpověď': ....

2002/3 - II/2
Adam Ries, mistr počtář a báňský úředník, musel rozdělit výhru dle následující podmínky:

Abrahám dostane dvakrát tolik zlatých než Bertram, Jacob dostane čtvrtinu toho, co Abrahám.

a) Kolik zlatých dostane každý, když je na rozdělení celkem 70 zlatých?

Odpověď‘:
Abrahám .... zlatých
Bertram .... zlatých
Jacob .... zlatých

b) Který nejblíže vyšší počet zlatých se nechá na tři beze zbytku podle výše uvedené podm´nky rozdělit, když je požadováno, že každý podíl je celým číslem?

Odpověď‘: .... zlatých

2005/2 – II/2.2
Euklid (300 př.n.l.) položil následující otázku: Mezek a osel jsou naloženi obilím. Mezek řekne oslovi: „Když mi dáš dva díly svého nákladu, ponesu toho třikrát tolik co ty. Ale když ti dám jeden díl ze svého, budou naše náklady stejné.“ Kolik obilí tedy mezek a osel nesou?

Odpověď‘: ....

Hry s čísly

2004/2 – II/2.1
Najdi pravidlo a doplň řady čísel vždy o dvě další čísla:

1	4	9	16	25	.....	.....		
1	4	10	19	31	.....	.....		
1	6	2	12	8	23	19	.....	.....

2004/2 – II/2.2
Tlustá nula vyzývá všechna čísla na stránce početnice postavit se do řady, aby se se všichni mohli naučit dobře počítat:

Postaví-li se do dvojstupu, jedno přebývá.
Postaví-li se do třístupů, rovněž jedno přebývá.
A přebývá právě jedno i tehdy, stojí-li ve čtyř- či v pěti-, nebo v šestistupu.

Uveď jedno takové množství čísel, pro něž toto platí.

Odpověď': ....

A nyní požaduje tlustá nula, aby se všechna čísla postavila do sedmistupu – a žádné nepřebývá.

Uveď nejmenší možný počet čísel, pro něž toto platí.

Odpověď': ....

2005/2 – II/2.1
Nahraď ve vedle stojící figurce mezery čísly a početními znaménky tak, aby správně vypočítané příklady byly vodorovně i svisle.

309	-		=	
		-		+
150			=	170
=		=		=
	-	59	=	

2005/2 – II/2.3
Každé písmeno musí být nahrazeno číslicí, přičemž stejná písmena stejné cifry a různá písmena různé cifry představují.

$$\begin{array}{r} A\ N\ N\ A \\ +\ B\ E\ R\ G \\ \hline =\ R\ I\ E\ S \end{array}$$

Tolikero možností

1999/3 - II/3.1
Jana, Karel, Lisa, Martin a Nora sfárali na své průzkumnické výpravě do dolu „Markus Röhling“. Přitom existuje tolikero možností a ty máš všechny najít.

1. Horníci se před 500 lety klouzali dolů po chodbách na kožených „prdeláčích“. Proto se smí těchto pět nyní také sklouznout dolů.

a) Napiš všechna různá pořadí pokud se Karel sklouzne první a Martin poslední. Napiš takto: K J L N M, K..., ...

b) Kolik různých pořadí vyplývá celkem, pokud se Martin sklouzne vždy poslední a ostatní vždy ve změněném pořadí?

Odpověď: ....

c) Kolik různých pořadí vyplyne celkem, když děvčata a chlapci se sklouznou střídavě jeden po druhém?

Odpověď: ....

2. K výjezdu ze štoly využívají děti důlního vláčku. Malá lokomotiva táhne vagóny, ve kterých mohou sedět nanejvýš 4 děti. (V žádné z následujících úloh si nemusíte všímat pořadí vagónů.)

a) Kolikero různých rozdělení těchto pěti dětí do právě dvou vagónů celkem existuje?

Odpověď: ....

b) Kolik různých rozdělení těchto pěti dětí do právě dvou vagónů existuje celkem, když v každém vagónu sedí právě jeden chlapec?

Odpověď: ....

c) Kolik různých rozdělení existuje, když jedno dítě smí jet s sebou na lokomotivě, zbývající usednou v právě dvou vagónech?

Odpověď: ....

2003/3 – II/3

Účastníci matematické soutěže Adama Rieseho z Česka dorazili do Annaberg-Buchholzu. Dozvídají se že dům Adama Rieseho v Johannisově uličce poskytuje přístřeší muzeu, počtářské škole, výstavě o Barboře Uthmannové a knihovně.

1. Hana, Ina, Karel, Lenka a Michal se dohadují, která zařízení domu a v jakém pořadi tato navštíví.

Kolik různých možností pořadí existuje,

a) kdyby chtěli jít do muzea, do počtářské školy a do knihovny?

Odpověď: ....

b) kdyby chtěli jít do tří ze čtyř zařízení?
(Důležité: Také pořadí, viz zadání úkolu, má být vzato v úvahu.)

Odpověď: ....

2. Po návštěvě domu Adama Rieseho se děti zdržují na náměstí a fotí se u znovu vybudované studny Barbory Uthmannové.

Kolik různých fotografií může vzniknout,

a) kdyby se každé dítě nechalo vyfotit s každým právě jednou?

Odpověď: ....

b) kdyby právě tři z těch pěti dětí měly být viděny na fotkách?
Napiš pro toto všechny možnosti. Využij k tomu počáteční písmena vlastních jmen H, I, K, L, M.

Odpověď: ....

c) kdyby měly být viděny nejméně dvě z pěti dětí na fotkách (při čemž vychovatelka pomáhá při fotografování)?

Odpověď: ....

2005/3 – II/3

Děti z „Annabergské počtářské školy“ si vymýšlejí úkoly s kartami. Mají k dispozici série karet s následujícími obrázky:

Abacus (A)	Barbara Uthmann (B)
Coß (C)	mistr počtář Adam Ries (R)

Ke každé sérii patří právě čtyři karty, při čemž se každý obrázek vyskytuje právě jen jednou. (Písmena v závorkách jsou použita jako označení pro obrázky.)

1. Max klade karty jedné série přes sebe a říká: „Navrchu leží R. Pak existuje 6 různých pořadí polohy zbývajících karet, totiž ABC, ACB, BAC, BCA, CAB, CBA.

Zamíchám nyní tyto čtyři karty. Kolik různých pořadí existuje pro polohu těchto čtyř karet?

Odpověď: ....

2. Marie klade dvě série takových karet vedle sebe. V každé sérii leží karty zakryté přes sebe. Táhne jednu kartu z 1. série, potom jednu z 2. série a odloží je v taženém pořadí vedle sebe, zaznamená výsledek, např. AC, vrátí karty zpátky a zopakuje tento postup.
Kolik různých výsledků může dostat?

Odpověď: ....

3. František klade tři série takových karet vedle sebe. V každé sérii leží karty zakryté přes sebs. Táhne jednu kartu z 1. série, potom jednu z 2. série a jednu z 3. série, odloží je v taženém pořadí vedle sebe, zaznamená výsledek, např. ACA, vrátí karty zpátky a zopakuje tento postup.

a) Zapiš všechny výsledky, ve kterých se R objeví právě dcvakrát.

Možnosti:

b) Uved‘ počet všech různých možnosti, ve kterých se R objeví (jednou nebo vícekrát).

Počet:

4. Nyní klade Líza 5 sérií takových karet do krabice, promíchá je a žádá: „Máš z této krabice bez poznání obrázků, říká se za tmy, vyndat co možná nejmenší počet karet a být si jist, že se mezi vyndanými nachází nejméně

a) od každého obrázku jedna karta. Odpověď: ....

b) dvě karty se stejnými obrázky. Odpověď: ....

(Rada: K nalezení počtu vycházej z nejméně výhodného případu.)