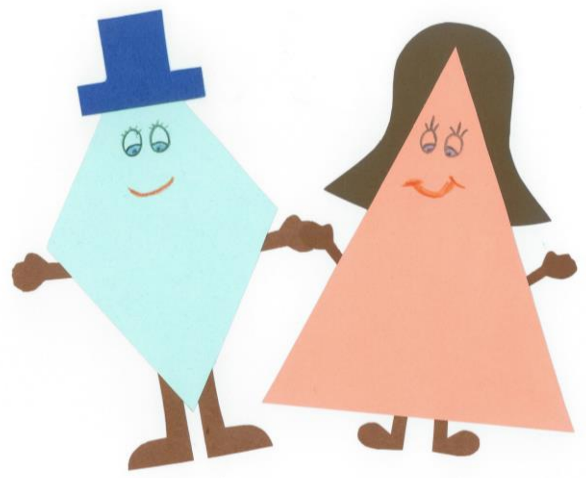
Mathe macht Spaß - ist doch LOGO

Knobelaufgaben mit der Post für alle Grundschüler,
die Freude an Mathematik haben.



Mit Herrn Raute und Frau Dreieck rechnen und knobeln!

Beachte bitte folgende Hinweise:

Überlege dir für jede Aufgabe einen Lösungsweg und schreibe deine Rechnungen und Lösungen auf. Erkläre, wie du deine Lösung gefunden hast! Wenn du probiert hast, dann beschreibe wie. Achte darauf, eine Frage in der Aufgabe mit einem Antwortsatz zu beantworten. Wenn möglich, prüfe dein Ergebnis mit einer Probe. Es genügt auch, wenn du nicht zu allen Aufgaben eine Lösung einsendest.

Einsendungen und Hinweise an

LOGO-Korrespondenzzirkel
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21
09114 Chemnitz

oder

norman.bitterlich@t-online.de

Bitte vergiss nicht, auf deiner Einsendung deinen Vor- und Familiennamen sowie den Namen und den Ort deiner Schule anzugeben!

Viel Spaß beim Rechnen und Tüfteln wünschen dir
Annemarie Maßalsky und Norman Bitterlich

www.mathe-logo.org

Aufgabe 1. Familie Geometrie – das sind Herr Raute, Frau Dreieck, Kreisa und Quadrato – waren im Freibad. Herr Raute forderte die anderen drei heraus, mit ihm um die Wette zu schwimmen. Jeder sollte einmal durch das Schwimmbecken und wieder zurück schwimmen. Am Ende verglichen sie die Zeiten, die sie für diese Strecke benötigten. Dabei waren alle unterschiedlich lange unterwegs, sodass es eine eindeutige Reihenfolge gab.

Wie viele verschiedene Reihenfolgen kann es geben, wenn Herr Raute absichtlich etwas langsamer schwamm, um nicht zu gewinnen, und Kreisa schneller als Quadrato schwamm? Schreibe alle Reihenfolgen auf.

Aufgabe 2. Quadrato nahm an einem Schwimmwettbewerb in seiner Altersklasse teil. Insgesamt 31 Schwimmer starteten. Als Quadrato im Ziel ankam, waren viermal so viele Teilnehmer noch im Wasser unterwegs wie schon vor ihm das Ziel erreicht hatten.

Welchen Platz hat Quadrato erreicht? Beschreibe, wie du dein Ergebnis gefunden hast.

Aufgabe 3. Im Schwimmbad gab es ein 1-Meter-Brett, ein 3-Meter-Brett und einen 5-Meter-Turm. Kreisa und Quadrato sprangen je dreimal ins Wasser. Jeder summierte die Meterzahlen, aus welcher Höhe sie gesprungen sind. Danach erzählten sie schmunzelnd Frau Dreieck und Herrn Raute:

> Quadrato: „Meine Höhensumme ist größer als 8 Meter."
> Kreisa: „Meine Höhensumme ist zwei Meter größer als Quadratos Summe."
> Quadrato: „Kreisa und ich sind zusammen weniger als 20 Höhenmeter gesprungen."
> Kreisa: „Die Zahl der Höhenmeter, die wir zusammen gesprungen sind, ist ein Vielfaches von 7".

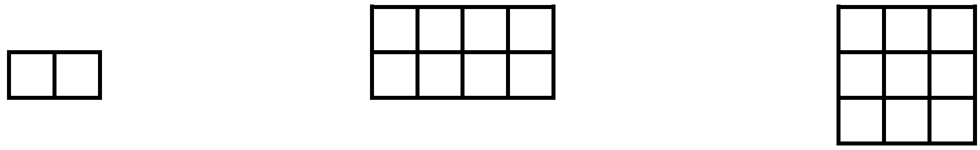
Frau Dreieck lachte: „Aber Quadrato, wenn Kreisa die Wahrheit sagt, hast du dich bestimmt verrechnet!" Hast du es auch bemerkt? Erkläre, warum eine Aussage von Quadrato falsch sein muss. Herr Raute freute sich: „Wenn aber eine Aussage von Quadrato stimmt, kann ich die Höhensumme von Quadrato und Kreisa ermitteln." Kannst du es auch? Aus welchen Höhen sind beide jeweils gesprungen? Schreibe auf, wie du das Ergebnis gefunden hast.

Aufgabe 4. Zum Abschluss wurde zu einem Staffelwettbewerb aufgerufen. 18 Kinder haben sich gemeldet. Schnell haben sich Freunde zusammengefunden und drei Gruppen gebildet. Doch in diesen Gruppen waren unterschiedlich viele Kinder. Also wechselten 2 Kinder von Gruppe 1 in Gruppe 2 und 3 Kinder von Gruppe 2 in Gruppe 3. Jetzt waren in jeder Gruppe gleich viele Starter und der Staffelwettbewerb konnte beginnen.

Wie viele Kinder waren vor dem Wechsel in jeder der Gruppen? Begründe dein Ergebnis.

Quadrate und Kreise

Aufgabe 1. Quadrato spielt gern mit Domino-Steinen, denn ein Domino-Stein besteht aus zwei aneinander gefügten Quadraten. Quadrato hat zwei Vorlagen gezeichnet, ein 2 x 4-Rechteck und ein 3 x 3-Quadrat.



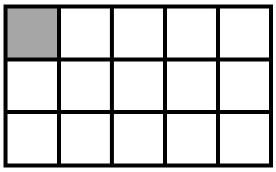
Domino-Stein *2 x 4-Rechteck* *3 x 3-Quadrat*

Aufgabe 1a) Es ist nicht schwer, auf das 2 x 4-Rechteck einige Domino-Steinen so zu legen, dass sie nicht aufeinander liegen und alle Teilquadrate des Rechtecks bedecken. Quadrato bemerkt, dass er verschiedene Möglichkeiten hat, die Domino-Steine aufzulegen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat er, das Rechteck mit Domino-Steinen auf diese Weise zu bedecken? Gib alle Möglichkeiten an.

Aufgabe 1b) Warum gelingt es Quadrato nicht, das 3 x 3-Quadrat nach diesen Regeln mit Domino-Steinen zu bedecken?

Aufgabe 2. Nun verwendet Quadrato ein 3 x 5-Rechteck als neue Vorlage. Wieder will er diese Vorlage mit Domino-Steinen belegen und sperrt die linke obere Ecke. Schnell hat er alle freien Teilquadrate mit 7 Domino-Steinen bedeckt.

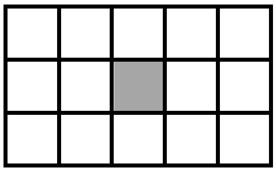
Aufgabe 2a) Zeige, wie Quadrato die Steine aufgelegt haben könnte.



Vorlage für (a)

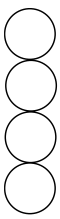
Nun sperrt Quadrato das mittlere Teilquadrat und wundert sich, dass er die freien Teilquadrate mit Domino-Steinen nicht vollständig bedecken kann.

Aufgabe 2b) Erkläre, warum es Quadrato nicht gelingen kann.



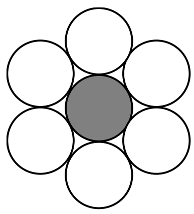
Vorlage für (b)

Aufgabe 2c) Findest du noch ein anderes Teilquadrat, das Quadrato sperren kann, sodass damit keine Bedeckung mit Domino-Steinen gelingt? Begründe dein Ergebnis.



Aufgabe 3. Kreisa beschäftigt sich lieber mit Kreisen. Sie hat 4 Kreise untereinander gezeichnet. Nun will sie diese farbig ausmalen, jeden Kreis mit einer Farbe – gelb, blau oder rot. Wie viele Möglichkeiten hat Kreisa, die Farben zu verteilen, wenn sie alle Farben verwenden will, aber benachbarte Kreise unterschiedliche Farben haben sollen?

Aufgabe 4. Kreisa hat einen Kreis gezeichnet. Um diesen Kreis zeichnete sie rundherum sechs gleichgroße Kreise, so eng wie möglich wie in der Abbildung. Nun will sie um diese sieben Kreise wieder rundherum gleichgroße Kreise so eng wie möglich zeichnen, sodass jeder neue Kreis mindestens einen der weißen Kreise berührt. Wie viele Kreise kann Kreisa so zeichnen? Zeichne, wie deine Lösung aussieht.



Kreisa verwendet Gegenstände, um die Lösung zur Aufgabe 4 zu finden. Hast du einen Tipp, was sie verwenden könnte?

Aufgabe 1. Familie Geometrie – das sind Herr Raute, Frau Dreieck, Kreisa und Quadrato – backen Plätzchen. Alle helfen mit, die Plätzchen aus dem Teig auszustechen. Frau Dreieck zeigt, wie es geht, und sticht einige Plätzchen aus. Danach bereitet sie den nächsten Teig vor. Herr Raute hat doppelt so viele Plätzchen wie Frau Dreieck ausgestochen. Quadrato schaffte so viele, wie Frau Dreieck und Herr Raute zusammen. Kreisa war besonders flink. Sie stach so viele Plätzchen aus, wie Quadrato und Herr Raute zusammen.

Als sie fast fertig waren, sagte Quadrato: „Da haben wir alle vier insgesamt mehr als 100 Plätzchen vorbereitet“. Frau Dreieck lacht: „Das stimmt nicht. Wenn ich aber jetzt noch 5 Plätzchen dazulege, sind es wirklich über 100“.

Wie viele Plätzchen hat Familie Geometrie insgesamt ausgestochen? Begründe dein Ergebnis.

Aufgabe 2. Frau Dreieck füllte einige Kekse in eine Dose und stellte diese in die Küche. Als Quadrato am nächsten Tag aus der Schule kam, nahm er sich den dritten Teil der Kekse heraus. Von den verbleibenden Keksen nahm sich Kreisa die Hälfte der Kekse heraus. Auch Herr Raute naschte, aber vier Kekse weniger als Quadrato. Als danach Frau Dreieck in die Dose schaute, waren nur noch so viele Kekse drin, wie sich Herr Raute herausgenommen hatte.

Wie viele Kekse waren anfangs in der Keks-Dose?

Aufgabe 3. Am nächsten Tag füllte Frau Dreieck wieder eine Keks-Dose. Aber diesmal versteckte sie diese. Wie überrascht war sie, als sie feststellte, dass doch wieder jemand genascht hat!

> Frau Dreieck schimpfte: „Quadrato war es natürlich. Wie immer.“
> Quadrato wehrte sich: „Das war ganz sicher Kreisa.“
> Kreisa erwiderte: „Ich würde so etwas niemals machen.“
> Schließlich behauptete Herr Raute: „Ich war es nicht.“

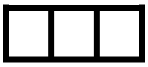
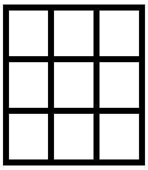
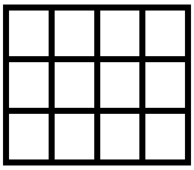
Wenn alle vier die Wahrheit sagten, ließe sich der Übeltäter nicht eindeutig bestimmen, denn es könnten Quadrato oder Kreisa gewesen sein.

Aber wenn nur einer die Wahrheit sagte und die anderen drei logen, ist es nicht schwer, den Übeltäter zu ermitteln. Hast du ihn schon erkannt? Erkläre, wie du ihn gefunden hast.

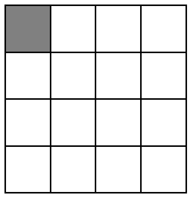
Aufgabe 4. Nach dem Backen der Plätzchen wollten Quadrato und Kreisa die Plätzchen noch verzieren. Sie hatten dafür Schokoladenguss, Zuckerguss, Haselnüsse, Mandeln und bunte Streusel. Auf jedes Plätzchen kam mindestens eine Zutat. Natürlich sollte nicht gleichzeitig Schokoladenguss und Zuckerguss verwendet werden. Auch sollten auf den Plätzchen nicht gleichzeitig Haselnüsse und Mandeln sein.

Wie viele verschiedene Verzierungen konnten beide Kinder gestalten?

In der ersten Runde spielte Quadrato mit Domino-Steinen. Diesmal verwendet er Dreier-Steine. Es ist natürlich nicht schwierig, ein 3 x 3-Quadrat oder ein 3 x 4-Rechteck mit Dreier-Steinen zu bedecken.

Dr4eier-Stein *3 x 3-Quadrat* *3 x 4-Quadrat*



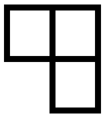
Aufgabe 1. Nun will Quadrato auf ein 4 x 4-Quadrat die Dreier-Steine so legen, dass sie nicht aufeinander liegen und alle Felder des Quadrates bedecken. Da das Quadrat 16 quadratische Felder umfasst, sperrt er das linke obere Feld.

Aufgabe 1a). Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Quadrato, die freie Fläche mit fünf Dreier-Steinen zu bedecken. Gib alle Möglichkeiten an!

Aufgabe 1b). Quadrato möchte nun ein anderes Feld sperren. Aber nur, wenn er ein Eckfeld sperrt, kann er die Fläche mit Dreier-Steinen bedecken.

Zeige, warum es bei Sperrfeldern, die kein Eckfeld sind, nicht gelingen kann, die freie Fläche mit fünf Dreier-Steinen zu bedecken.

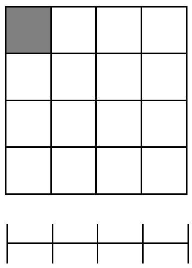
Aufgabe 2. Kreisa schlägt Quadrato vor, statt Dreier-Steine Winkel-Steine zu verwenden. Dabei dürfen die Winkel-Steine beim Auflegen auch gedreht werden.



Winkel-Stein

Aufgabe 2a) Untersuche, ob Quadrato die 9 Felder eines 3 x 3-Quadrat mit Winkel-Steinen bedecken kann.

Aufgabe 2b) Untersuche, ob Quadrato die 12 Felder eines 3 x 4-Rechtecks mit Winkel-Steinen bedecken kann.



Aufgabe 3. Nun will Quadrato auf ein 4 x 4-Quadrat fünf Winkel-Steine legen. Da das Quadrat 16 quadratische Felder umfasst, sperrt er wieder das linke obere Feld.

Aufgabe 3a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten hat Quadrato, die freie Fläche mit fünf Winkel-Steinen zu bedecken. Gib alle Möglichkeiten an!

Aufgabe 3b) Quadrato möchte nun ein anderes Feld sperren. Finde alle Felder, die er sperren kann, so dass trotzdem eine Bedeckung mit fünf Winkel-Steinen gelingt.

Aufgabe 1. Familie Geometrie wanderten im naheliegenden Wald. Ihr Ziel ist der Aussichtsturm. In der ersten Stunde liefen sie recht langsam. Herr Raute drängelte deshalb, sodass sie in der zweiten Stunde doppelt so viele Kilometer liefen. Dieses Tempo hielten sie in der dritten Stunde durch, hatten aber für 30 min eine Pause eingelegt. Am Ende der vierten Stunde (in der sie noch einmal so viele Kilometer liefen wie in der ersten Stunde) erreichten sie ein Schild mit dem Hinweis: „Bis zum Aussichtsturm noch 3 km“. Da motivierte Herr Raute seine Familie: „Jetzt haben wir schon fünfmal so viele Kilometer geschafft wie wir noch laufen müssen.“

Wie viele Kilometer lief Familie Geometrie in der ersten Stunde? Erkläre deinen Lösungsweg.

Aufgabe 2. Am Aussichtsturm angekommen, staunten sie über dessen Höhe. Viele Stufen führten auf die Aussichtsplattform. Beim Aufstieg zählt jeder die Stufen. Oben angekommen, hatte jeder eine andere Anzahl gezählt:

Frau Dreieck sagt: „Ich habe 132 Stufen gezählt.“
Herr Raute meinte: „Ich habe nur 121 Stufen gezählt.“
Quadrato informierte: „Ich bin auf 128 Stufen gekommen.“
Schließlich sagte Kreisa: „Ich habe nur 119 Stufen gezählt.“

Ein anderer Wanderer war bereits auf der Plattform und hörte diese Aussagen. Er wandte sich an Familie Geometrie und erklärte: „Ich kenne die Anzahl der Stufen – keiner hat beim Aufstieg richtig gezählt. Eine Zahl ist um 4 zu niedrig, eine andere Zahl um 3 zu viel, die nächste Zahl ist um 6 zu niedrig und eine Zahl ist sogar um 7 zu hoch.“

Weißt du jetzt, wie viele Stufen es wirklich waren? Erkläre, wie du die Lösung gefunden hast. Prüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

Aufgabe 3. Von der Aussichtsplattform konnten sie weit ins Land schauen. In der Ferne erkannten sie den Schornstein, den Kirchturm, das Rathaus und die Autobahnbrücke. Alle standen in unterschiedlicher Entfernung vom Aussichtsturm. Sie rätselten nun, wie weit wohl diese Bauwerke entfernt seien.

Quadrato meinte: „Der Schornstein ist näher als das Rathaus“.
Kreisa glaubte: „Der Kirchturm ist weiter weg als die Autobahnbrücke“.
Frau Dreieck erwiderte: „Die Autobahnbrücke ist näher als der Schornstein“.
Herr Raute mischte sich ein: „Das Rathaus steht doch vor der Autobahnbrücke.“

Nach kurzer Pause merkte Quadrato: „Das kann nicht stimmen. Die Antworten passen nicht zusammen.“

Was war Quadrato aufgefallen? Wer hat sich verschätzt, wenn nach Änderung seiner Aussage die Reihenfolge der Entfernungen eindeutig ermittelt werden konnte?

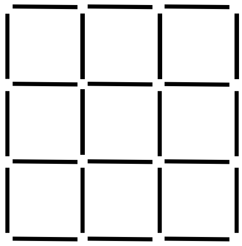
Aufgabe 4. Für den Rückweg hatte Frau Dreieck für jeden etwas zum Naschen eingepackt: 3 Äpfel, 2 Bananen, 2 Tütchen Gummibärchen, 3 Schokoladenriegel und 2 Vollkornbrötchen. Es reichte also, dass jeder 3 verschiedene Dinge erhalten könnte.

Wie viele Möglichkeiten der Verteilung gab es, wenn

- keiner zwei oder drei gleiche Dinge erhalten sollte,
- Herr Raute keine Süßigkeiten wollte,
- und Frau Dreieck zwei Mal Obst nahm.

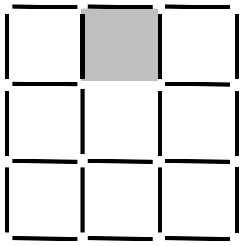
Gib alle Möglichkeiten an!

Noch einmal viele Quadrate



Aufgabe 1. Quadrato hat aus Legestäbchen die nebenstehende Figur gelegt.

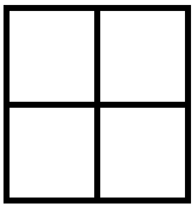
Aufgabe 1a) Er fordert Kreisa auf, die Anzahl der darin versteckten Quadrate zu zählen. Wie viele Quadrate hast du gezählt? Pass aber auf, die Quadrate können unterschiedliche Größen haben?

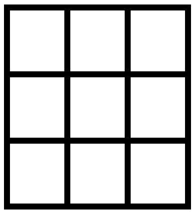


Aufgabe 1b) Kreisa hat die richtige Anzahl gefunden. Sie nimmt nun ein Legestäbchen aus der Mitte weg. Jetzt sind nicht mehr alle Quadrate vollständig (beispielsweise ist das grau markierte Quadrat nicht mehr vollständig). Wie viele vollständige Quadrate sind es noch?

Aufgabe 1c) Wie viele Legestäbchen musst du wegnehmen, damit gar keine vollständigen Quadrate mehr übrig bleiben? Nimm aber möglichst wenige Legestäbchen weg. Zeige, wie deine Figur dann aussieht.

Aufgabe 2. Quadrato hat ein neues Rätsel für Kreisa vorbereitet. Sie soll in ein Quadrat kleinere Quadrate einzeichnen, so dass das vorgegebene Quadrat vollständig ausgefüllt ist und die kleinen Quadrate sich nicht überschneiden. Es ist kein Problem, vier oder neun gleichgroße Quadrate einzuzeichnen.

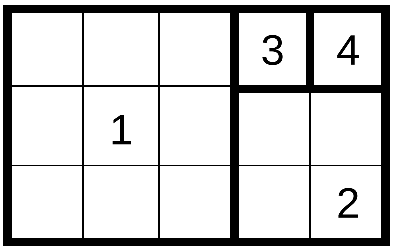




Aufgabe 2a) Aber Kreisa soll 6 kleinere Quadrate einzeichnen, die aber nicht alle gleich groß sein müssen. Hilf ihr – zeichne eine Lösung des Rätsels.

Aufgabe 2b) Findest du auch eine Lösung mit 10 kleineren Quadraten? Zeichne deine Lösung.

Aufgabe 3. Quadrato überlegt sich, wie er aus einem Papierstreifen verschiedene Quadrate erhalten kann. Er schneidet schrittweise immer das größtmögliche Quadrat ab.



In der Abbildung ist der Streifen 5 Kästchen lang und 3 Kästchen breit. Davon könnte Quadrato nacheinander die Quadrate 1, 2 und 3 abschneiden. Das Quadrat 4 bleibt übrig. Er erhält insgesamt 4 Quadrate in 3 verschiedenen Größen.

Aufgabe 3a) Wie viel Quadrate erhält Quadrato, wenn er einen Papierstreifen mit 23 cm Länge und 10 cm Breite verwendet?

Aufgabe 3b) Welche Maße muss ein Papierstreifen haben, damit Quadrato insgesamt 7 Quadrate in 5 verschiedenen Größen erhält?

Aufgabe 3c) Was stellst du fest, wenn du ein beliebiges Blatt aus einem Schreibblock als Papierstreifen nimmst? Bleibt da auch ein Quadrat übrig, wenn du nacheinander die größtmöglichen Quadrate abgeschnitten hast?

Kreisa behauptet, sie braucht kein Lineal, um das größtmögliche Quadrat von einem Papierstreifen zu finden. Hast du einen Tipp, wie es ohne Lineal gehen könnte?