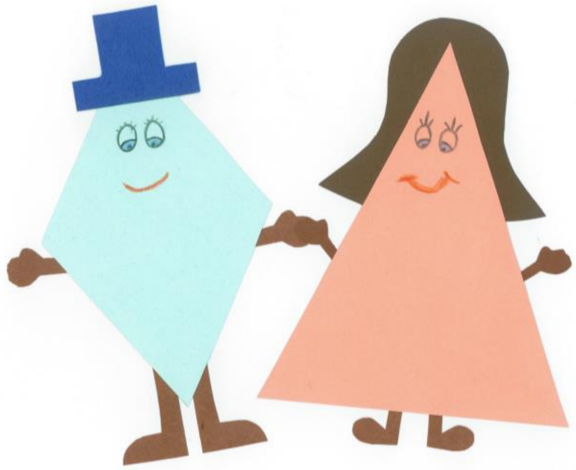
Mathe macht Spaß - ist doch LOGO

Knobelaufgaben mit der Post für alle Grundschüler,
die Freude an Mathematik haben.



Mit Herrn Raute und Frau Dreieck rechnen und knobeln!

Beachte bitte folgende Hinweise:

Überlege dir für jede Aufgabe einen Lösungsweg und schreibe deine Rechnungen und Lösungen auf. Erkläre, wie du deine Lösung gefunden hast! Wenn du probiert hast, dann beschreibe wie. Achte darauf, eine Frage in der Aufgabe mit einem Antwortsatz zu beantworten. Wenn möglich, prüfe dein Ergebnis mit einer Probe. Es genügt auch, wenn du nicht zu allen Aufgaben eine Lösung einsendest.

Einsendungen und Hinweise an

LOGO-Korrespondenzzirkel
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21
09114 Chemnitz

oder

norman.bitterlich@t-online.de

Bitte vergiss nicht, auf deiner Einsendung deinen Vor- und Familiennamen sowie den Namen und den Ort deiner Schule anzugeben!

Viel Spaß beim Rechnen und Tüfteln wünschen dir
Annemarie Maßalsky und Norman Bitterlich

w w w . m a t h e - l o g o . o r g

Aufgabe 1. Familie Geometrie – das sind Frau Dreieck, Herr Raute und die Geschwister Kreisa und Quadrato – beschäftigen sich gern mit Würfelspielen. Eines Abends spielen sie mit folgenden Regeln: Jeder darf mit einem Würfel drei Mal hintereinander würfeln und die drei Augenzahlen addieren. Wer die höchste Augensumme erreicht, hat gewonnen.
Nach dem Spiel stellen sie fest

(1) Die Augensumme von Kreisa ist dreimal so groß wie die von Frau Dreieck.
(2) Die Augensumme von Herrn Raute ist um 2 größer als die von Frau Dreieck.
(3) Die Augensumme von Quadrato ist doppelt so groß wie die von Herrn Raute.

a) Könnte es sein, dass Quadrato unter den Bedingungen (1) bis (3) das Spiel gewann? Wie groß ist in diesem Fall seine Augensumme?

b) Quadrato hat aber leider nicht gewonnen. Wer hat gewonnen und welche Augenzahl erreichte jeder der vier Spieler, wenn die Summe aller Augenzahlen 48 beträgt?

Aufgabe 2. Quadrato und Kreisa würfeln je einmal mit einem Würfel und verdecken das Ergebnis. Herr Raute soll erraten, welche Augenzahlen die beiden Würfel zeigen. Als Hilfestellung verraten die Kinder:

Quadrato: „Meine Augenzahl ist größer als 2".
Kreisa: „Meine Augenzahl ist halb so groß wie Quadratos Augenzahl".
Quadrato: „Meine Augenzahl ist nicht durch 3 teilbar."

Herr Raute hat das Rätsel schnell gelöst. Du auch? Welche Augenzahlen haben Quadrato und Kreisa gewürfelt?

Quadrato und Kreisa würfeln nun noch einmal und nennen folgende Hilfestellung:

Quadrato: „Meine Augenzahl ist größer als 4".
Kreisa: „Meine Augenzahl ist kleiner als 4".
Quadrato: „Die Summe beider Augenzahlen ist durch 3 teilbar."
Kreisa: „Meine Augenzahl ist eine gerade Zahl."

Herr Raute denkt kurz nach, doch dann behauptet er: „Das kann nicht sein! Eure Hilfestellungen können nicht alle richtig sein." Erkläre, warum Herr Raute Recht hat.

Aufgabe 3. Quadrato überlegt: Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, mit drei Würfen solche Augenzahlen zu würfeln, dass die Summe zweier Augenzahlen genau so groß ist wie die dritte Augenzahl? Kannst du ihm helfen? Schreibe alle Möglichkeiten auf!

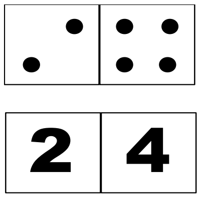
Aufgabe 4. Kreisa und Quadrato spielen folgendes Spiel: In jeder Runde darf Quadrato zweimal würfeln. Kreisa darf in der ersten Runde einmal würfeln und dann in jeder folgenden Runde einmal mehr als in der vorangegangenen Runde. Wenn jedoch Quadrato in einer Runde zweimal „6" würfelt („Doppel-6"), darf Kreisa danach nur einmal würfeln und dann aber in jeder anderen Runde wieder einmal mehr als in der vorangegangenen Runde.

a) Quadrato beginnt. In sechs Runden hat er leider keine „Doppel-6" gewürfelt. Wie oft würfelte Quadrato in diesen 6 Runden, wie oft Kreisa?

b) Das nächste Spiel beginnt wieder Quadrato. Diesmal schaffte er in sechs Runden genau einmal eine „Doppel-6". Nach 6 Runden stellten sie fest, dass sie beide gleich oft würfeln konnten. In welcher Runde hat Quadrato die „Doppel-6" gewürfelt? Begründe deine Antwort.

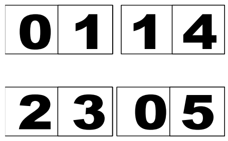
LOGO – Runde 1 **Domino-Steine** (Teil B)

Ein Domino-Spiel besteht aus 28 Spielsteinen, die jeweils in zwei quadratische Felder geteilt sind. Auf diesen Feldern sind Punkte so angebracht, dass jede mögliche Kombination aus zwei Zahlen von 0 bis 6 genau einmal dargestellt ist. Statt Punkte auf die Spielsteine zu zeichnen, können wir auf die Felder Zahlen schreiben. Ein leeres Feld bedeutet „0“.



Für den nebenstehenden Spielstein schreiben wir kurz 2-4. Jede Kombination gibt es aber nur einmal, also ist 4-2 derselbe Spielstein wie 2-4.

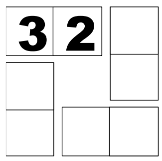
Die Regeln beim Domino-Spiel besagen, dass sich bei aneinanderstoßenden Spielsteinen nur Felder mit gleicher Punktzahl berühren dürfen (Anlege-Regel). Die zwei Spielsteine der oberen Reihe erfüllen die Anlege-Regel. Die zwei Spielsteine der unteren Reihe erfüllen die Anlege-Regel nicht.



Aufgabe 1a). Wie viele der 28 Spielsteine eines Domino-Spiels haben weder eine 2 noch eine 5 auf einem Feld?

Aufgabe 1b). Kreisa fragt Quadrato: „Was denkst du – gibt es mehr Spielsteine, deren Summe der Zahlen beider Felder geradzahlig ist, als Spielsteine, deren Summe der Zahlen ungeradzahlig ist?“. Was meinst du? Begründe deine Antwort.

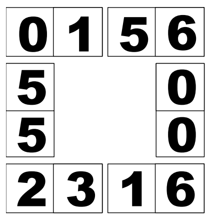
Aufgabe 2. Quadrato möchte das kleine „Fenster“ aus 4 Spielsteinen so mit Spielsteinen bedecken, dass die Anlege-Regel immer erfüllt ist und auf jeder Seite des Fensters die gleiche Punktsumme zu sehen ist. Er hat den ersten Spielstein bereits aufgelegt.



a) Versuche, die Belegung zu vollenden. Was stellst du fest?

b) Wähle einen anderen Spielstein für die linke obere Ecke und versuche es damit. Was stellst du fest?

Aufgabe 3. Ohne auf die Anlege-Regel zu achten, ist die Belegung eines „Fensters“ mit Spielsteinen kein Problem. Quadrato hat 6 Spielsteine so aufgelegt, dass an jeder Seite die Punktsumme 12 beträgt.



a) Suche auch 6 Spielsteine aus einem Domino-Spiel, mit denen du dieses Fenster mit der Seitensumme 12 belegen kannst. Verwende dabei aber nicht den Spielstein 5-6.

b) Wie groß muss die Summe auf jeder Seite mindestens sein? Findest du ein solches „Fenster“, bei dem die Summe so klein wie möglich ist?

Aufgabe 4. Kreisa entdeckt: Wenn sie die Spielsteine wie zweistellige Zahlen betrachtet, kann sie aus drei Spielsteinen eine richtig gerechnete Additionsaufgabe legen (vergleiche das Beispiel in nebenstehender Abbildung: 23 + 21 = 44).

Wie viele verschiedene Aufgaben kann Kreisa aus drei Spielsteinen eines Domino-Spiels legen, wenn sie nur Spielsteine verwendet, auf denen keine 4, 5 oder 6 zu sehen ist?

Lösungshinweise zu Aufgabe 4 – Antwortsatz: Es gibt 58 verschiedene Möglichkeiten.

Aufgabe 1. Bei einem Herbstspaziergang der Familie Geometrie sammelten Kreisa und Quadrato schön gefärbte Blätter. Es waren Blätter von Ahorn-, Buchen-, Eichen- und Kastanienbäumen. Zu Hause angekommen, stellten sie fest:

(1) Es waren zweimal so viele Kastanienblätter wie Eichenblätter.
(2) Es waren zwei Ahornblätter weniger als Eichenblätter.
(3) Es waren dreimal so viele Buchenblätter wie Ahornblätter.
(4) Es waren genauso viele Kastanienblätter wie Buchenblätter.

Wie viele Blätter sammelten Kreisa und Quadrato insgesamt? Beschreibe, wie du dein Ergebnis gefunden hast!

Aufgabe 2. Kreisa möchte aus drei Ahornblättern, zwei Eichenblättern und einem Kastanienblatt eine Girlande basteln. Am linken Ende der Schnur beginnt Kreisa mit einem Ahornblatt und möchte nach rechts die anderen Blätter anbringen. Wie viele verschiedene Girlanden könnte sie basteln, wenn Blätter einer Art nicht direkt nebeneinander hängen sollen? Begründe dein Ergebnis!

Aufgabe 3. Frau Dreieck sammelte ebenfalls bunte Ahorn-, Buchen-, Eichen- und Kastanienblätter. Von den vier Sorten waren alle Blätterzahlen verschieden.

a) Quadrato wollte nun wissen, welche Sorte in diesem bunten Herbststrauß am häufigsten vorkommt. Frau Dreieck antwortete:

(1) Es waren mehr Kastanienblätter als Buchenblätter.
(2) Es waren mehr Ahornblätter als Buchenblätter.
(3) Es waren mehr Buchenblätter als Eichenblätter.
(4) Es waren mehr Eichenblätter als Ahornblätter.
(5) Es waren mehr Eichenblätter als Kastanienblätter.

Herr Raute hörte aufmerksam zu und bemerkte: „Diese fünf Angaben können nicht alle richtig sein.“ Ist es dir auch aufgefallen? Warum hat Herr Raute recht?

b) Frau Dreieck hatte sich tatsächlich geirrt. Eine ihrer Aussagen war nicht wahr. Sie hat diese falsche Aussage geändert, so dass nun alle Aussagen richtig waren. Jetzt konnte Quadrato die Blattsorte bestimmen, die am häufigsten vorkam. Was hat Quadrato wohl herausbekommen? Erkläre, wie er die Lösung gefunden haben könnte!

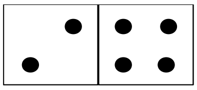
Aufgabe 4. Quadrato hatte eine Anzahl Blätter vor sich liegen. Da schlug Kreisa folgendes Spiel vor: „Ich habe 30 Blätter. In der ersten Runde gebe ich dir so viele Blätter von meinen Blättern, dass sich deine Anzahl verdoppelt. Dafür gibt’s du mir 1 Blatt zurück. In der zweiten Runde verdopple ich deine neue Anzahl und du gibst mir dafür 2 Blätter zurück. In der dritten Runde verdopple ich deine neue Anzahl und du gibst mir dafür doppelt so viele Blätter zurück, wie du in der zweiten Runde gegeben hast (also 4 Blätter). Das spielen wir immer so weiter: Ich verdopple in der nächsten Runde deine Anzahl und du gibst mir dafür doppelt so viele Blätter zurück, wie du in der vorangegangenen Runde gegeben hast. Wer zuerst nicht genug Blätter hat, um die Regeln zu erfüllen, oder sogar gar keine Blätter mehr hat, verliert.“

a) Quadrato hat 2 Blätter. Er ist sich sicher, bei diesem Spiel nicht verlieren zu können. Prüfe nach – gewinnt Quadrato? Schreibe den Spielverlauf auf!

b) Wie viele Blätter muss Quadrato am Anfang des Spiels haben, damit er das Spiel gewinnen kann? Begründe deine Antwort!

Noch mehr Domino-Steine

Ein Domino-Spiel besteht aus 28 Spielsteinen, die jeweils in zwei quadratische Felder geteilt sind. Auf diesen Feldern sind Punkte so angebracht, dass jede mögliche Kombination aus zwei Zahlen von 0 bis 6 genau einmal dargestellt ist. Statt Punkte auf die Spielsteine zu zeichnen, können wir auf die Felder Zahlen schreiben. Ein leeres Feld bedeutet „0“.



2	**4**

Für den nebenstehenden Spielstein schreiben wir kurz 2-4. Jede Kombination gibt es aber nur einmal, also ist 4-2 derselbe Spielstein wie 2-4.

Aufgabe 1. Kreisa addiert die beiden Zahlen von einem Spielstein und nennt dies die Summe des Spielsteines. Beispielsweise ist die Summe des Spielsteines 5-2 gleich 7.

a) Wie viele Spielsteine eines Domino-Spiels haben eine Summe, die 7 oder größer als 7 ist? Schreibe auf, wie du das Ergebnis gefunden hast!

b) Kreisa stellt fest, dass verschiedene Spielsteine eine gleichgroße Summe haben können. Für welche Summe gibt es die meisten verschiedenen Spielsteine und wie viele Spielsteine sind es genau, die diese Summe haben? Begründe dein Ergebnis!

Aufgabe 2. Frau Dreieck legt acht Spielsteine auf ein Quadrat mit 4 x 4-Feldern und achtet darauf, dass die Summe aus den Punkten in jeder der vier waagerechten Reihen und in jeder der vier senkrechten Reihen den gleichen Wert ergibt. Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, nennt man es „magisches Quadrat“.

a) Frau Dreieck möchte mit den Spielsteinen 2-3, 2-4, 2-5, 3-4, 3-5, 3-6, 4-4 und 5-5 das Quadrat so bedecken, dass sich in jeder waagerechten Reihe und in jeder senkrechten Reihe die Punktsumme 15 ergibt. Zwei Spielsteine hat sie schon gelegt – hilf ihr, das magische Quadrat zu vervollständigen. Gib an, wie du die Spielsteine gelegt hast!

4	2		
2	5		

b) Herr Raute behauptet, dass Frau Dreieck mehrere Möglichkeiten hat, diese Aufgabe zu lösen. Hat er recht? Wenn ja, wie viele verschiedene Lösungen gibt es?
(*Hinweis: Zwei Lösungen sind verschieden, wenn an der Stelle eines Spielsteines der einen Lösung ein anderer Spielstein der anderen Lösung liegt.)*

Aufgabe 3. Quadrato legt 4 Spielsteine senkrecht nebeneinander und addiert die oberen vier Zahlen und die unteren vier Zahlen, zum Beispiel

$$\boxed{5} + \boxed{3} + \boxed{6} + \boxed{0} = 14$$
$$\boxed{1} + \boxed{3} + \boxed{1} + \boxed{2} = 7$$

a) Quadrato legt fest, dass die obere Summe doppelt so groß sein soll, wie die untere Summe. Findest du die kleinste untere Summe, die unter dieser Bedingung möglich ist? Gib ein Beispiel an! Warum kann es keine kleinere Summe als in deinem Beispiel geben?

b) Quadrato möchte wieder, dass die obere Summe doppelt so groß ist wie die untere Summe. Außerdem möchte er, dass die obere Summe aus vier gleichen Summanden besteht. Wie viele Möglichkeiten hat Quadrato, dafür vier Spielsteine des Domino-Spieles auszuwählen? Begründe dein Ergebnis!
(*Hinweis: Die Reihenfolge der Spielsteine spielt für die Addition keine Rolle.)*

Aufgabe 1. Quadrato hat sich eine Zahl ausgedacht. Im ersten Schritt verdoppelt er diese Zahl und subtrahiert dann 10. Im zweiten Schritt verdoppelt er das Ergeb-nis aus dem ersten Schritt und subtrahiert 10. Im dritten Schritt verdoppelt er das Ergebnis aus dem zweiten Schritt und subtrahiert erneut 10. Er erhält ein Ergebnis, das größer als 20 ist. Im Schritt davor war das Ergebnis noch kleiner als 20.

Finde heraus, welche Zahl sich Quadrato am Anfang ausgedacht hat. Erkläre, wie du die Lösung gefunden hast.

Aufgabe 2a). Kreisa hat sich sechs Zahlenkarten gebastelt – auf jeder dieser Karten steht eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 oder 6. Sie hat alle sechs Zahlen verwendet. Sie will die Karten so in einer Reihe anordnen, dass folgende Eigenschaft erfüllt ist: Jede Summe von drei nebeneinander liegenden Karten ist ein Vielfaches von 3. Sie beginnt links mit der Karte „1“ und legt die anderen Karten rechts daneben.

Quadrato hat Kreisa beobachtet und bemerkt: „Da gibt es mindestens drei verschiedene Anordnungen, die mit „1“ beginnen und die geforderte Eigenschaft haben!“ Hat Quadrato Recht? Findest du auch drei verschiedene Anordnungen? Gib drei Anordnungen an, die du gefunden hast.

Aufgabe 2b). Wie viele verschiedene Anordnungen gibt es insgesamt, die die geforderte Eigenschaft haben und bei denen links eine „1“ steht? Begründe deine Antwort.

Aufgabe 2c). Plötzlich jubelt Kreisa: „Ich habe einen Trick gefunden, wie ich aus einer Anordnung mit „1“ an der linken Seite eine Anordnung finden kann, die diese Eigenschaft auch hat und links mit „2“ beginnt, ohne bei jeder Karte neu nachdenken zu müssen!“ Was könnte Kreisa entdeckt haben? Hast du auch einen solchen Trick gefunden? Beschreibe, wie dein Trick funktioniert!

Aufgabe 3. Kreisa und Quadrato spielen mit mehreren Zahlenkarten, die so auf dem Tisch liegen, dass die Zahlen zu sehen sind. Abwechselnd ziehen sie eine Karte, bis alle Karten verteilt sind. Dann vergleichen sie die Summen der gezogenen Karten. Ist bei beiden die Summe jeweils eine gerade Zahl, so endet das Spiel unentschieden. Ist bei beiden die Summe jeweils eine ungerade Zahl, so endet das Spiel ebenfalls unentschieden. Ist jedoch bei einem die Summe eine ungerade Zahl und beim anderen eine gerade Zahl, so gewinnt derjenige, dessen Summe eine gerade Zahl ist.

Aufgabe 3a). Auf dem Tisch liegen die Zahlenkarten 1, 2, 3 und 4. Kreisa darf immer beginnen. Nach einer Weile stellen Kreisa und Quadrato erstaunt fest, dass noch keiner gewonnen hat. Kannst du erklären, warum das so ist?

Aufgabe 3b). Nun liegen die Zahlenkarten 1, 2, 3, 4, 5 und 6 auf dem Tisch. Wieder darf Kreisa immer beginnen. Nun wundert sich Quadrato, dass Kreisa immer gewinnt. Wie gelingt es Kreisa, immer zu gewinnen? Erkläre, welche Karten Kreisa ziehen muss. Warum kann Quadrato den Sieg von Kreisa nicht verhindern!

Kreisa und Quadrato spielen wieder mit Domino-Steinen. Du erinnerst dich? Ein Domino-Spiel besteht aus 28 Spielsteinen, die jeweils in zwei quadratische Felder geteilt sind. Auf diesen Feldern sind Punkte so angebracht, dass jede mögliche Kombination aus zwei Zahlen von 0 bis 6 genau einmal dargestellt ist.

Aufgabe 1. Finde alle Domino-Steine, die folgende Eigenschaften gleichzeitig erfüllen:

(1) Die Summe der beiden Zahlen auf dem Domino-Stein ist kleiner als 9.
(2) Das Produkt der beiden Zahlen ist größer als 13.

Aufgabe 2a). Quadrato hat sich die sieben Domino-Steine 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-5, 5-5 und 4-6 genommen und möchte damit den gezeichneten Ring bedecken. Dabei achtet er auf die Anlege-Regel: Zwei aneinanderstoßende Felder benachbarter Domino-Steine zeigen die gleiche Zahl.

Er will die bereits eingetragenen Zahlen von einer Domino-Hälfte mit der entsprechenden Zahl bedecken. Schreibe auf, wie Quadrato die Domino-Steine auflegen muss. Erstaunt stellt Quadrato fest, dass er aufgrund der Anlege-Regel nur eine Möglichkeit hat, den Ring zu bedecken. Erkläre, warum keine andere Bedeckung möglich ist.

	4				
6				3	

Aufgabe 2b). Auch Kreisa möchte den Ring bedecken und wählt sich die sieben Domino-Steine 1-2, 1-4, 2-3, 2-4, 2-5, 3-4 und 4-5. Sie stellt fest, dass es trotz beachteter Anlege-Regel verschiedene Möglichkeiten gibt. Wie viele verschiedene Bedeckungen findest du? Schreibe deine Lösungen auf.

2					
					2

Aufgabe 2c). Nun möchte auch Herr Raute so eine Aufgabe lösen. Quadrato gibt ihm die sieben Domino-Steine 1-2, 1-3, 2-3, 2-5, 3-4, 3-5 und 4-5. Nach einer Weile stöhnt Herr Raute: „Die Aufgabe ist nicht lösbar!" Hat er Recht? Begründe deine Antwort.

1					3

Kreisa hat sich ein neues Spiel ausgedacht. Sie gibt Quadrato die Domino-Steine 2-4 und 2-5 und fordert ihn auf, ein Zahlenfeld so zu bedecken, dass über jeder Zahl eine Domino-Hälfte mit der entsprechenden Zahl liegt. Bei Zahlenfeld (1) ist es ganz einfach.

4	2
5	2

→

4	2
5	2

(1)

Aufgabe 3a). Warum kann es Quadrato nicht gelingen, weitere Domino-Steine auszuwählen, um das Zahlenfeld (2) zu bedecken, wenn er von Kreisa bereits die Steine 2-4 und 2-5 erhielt?

4	2	5	3
2	5	2	4

(2)

Aufgabe 3b). Welche Domino-Steine benötigt Quadrato für das Zahlenfeld (3), wenn er von Kreisa schon 2-4 und 2-5 erhielt? Markiere, wie die Domino-Steine auf das Zahlenfeld zu legen sind.

1	3	2	2
6	4	2	2
5	6	5	2
4	1	3	1

(3)