

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: E-Mail [norman.bitterlich@t-online.de](mailto:norman.bitterlich@t-online.de), c/o Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

---

## Lösungshinweise zur Sommeraufgabe 2014: Wie viele Zerlegungen gibt es?

So lautete die Aufgabe: Ein Quadrat aus  $4 \times 4$  – Teilquadraten ist von links oben nach rechts unten in zwei Teile zu zerlegen, die in Größe und Form gleich sind. Dabei sind die Schnittlinien nur entlang der eingezeichneten Kästchenlinien oder diagonal durch die Kästchen zu ziehen.

*Hinweis: Zwei Teile heißen formgleich, wenn sie durch Verschiebung, Drehung oder Spiegelung ineinander übergeführt werden können. (Das bedeutet: wenn du die Teile ausschneidest, kannst du sie so hin- und herdrehen oder auch umdrehen, dass sie genau übereinander passen.)*

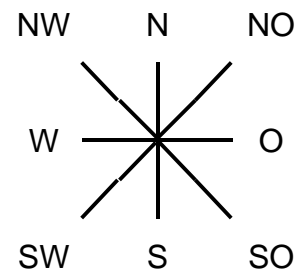
Finde möglichst viele verschiedene Zerlegungen und gib die gefundenen Zerlegungen durch Zeichnungen oder Beschreibungen genau an. (Tipp: Es gibt viel mehr als 10 verschiedene Zerlegungen.)

Wer bereits mehr als 15 Zerlegungen gefunden hat, musste sich schon eine Systematik überlegen. Da die Lösung der Aufgabe wohl nur durch systematisches Probieren zu finden war, kam es also auf eine geschickte Strategie an.

Vielleicht dient die folgende Musterlösung als Anregung, Zerlegungsmöglichkeiten aufzuspüren? Jede Zerlegung werde von oben links aus begonnen. Wegen der geforderten Formgleichheit muss die Zerlegung durch den Mittelpunkt des  $(4 \times 4)$ -Quadrates zur gegenüberliegenden Ecke führen (versuche es zu begründen!). Es reicht aber, die Zerlegung von der Ecke bis zum Quadratmittelpunkt zu untersuchen. Die Fortsetzung vom Mittelpunkt bis zur gegenüberliegenden Ecke muss wegen der Formgleichheit symmetrisch zum ersten Teil verlaufen!

Als ein erstes Ordnungsprinzip kann die Anzahl der Einzelschnitte entlang der Kästchenlinien oder der Diagonalen auf dem Weg vom Eckpunkt zum Quadratmittelpunkt gelten.

Mit zwei Schnitten gelingt dies nur auf genau eine Weise (in der Abbildung als 2-1 bezeichnet). Zur Beschreibung der Schnitte kann man z. B. die Bezeichnung der Windrose benutzen.



Die Zerlegung 2-1 heißt dann SO-SO.

Mit drei Schnitten gibt es theoretisch maximal 6 Möglichkeiten:

S-SO-O (Zerlegung 3-1), S-O-SO (Zerlegung 3-2) und SO-S-O (Zerlegung 3-3) sowie O-SO-S, O-S-SO und SO-O-S.

Aber die letzten drei Zerlegungen sind nicht neu: Ändert man die Bezeichnung und vertauscht S und O (also S statt O und O statt S), so wird dies erkennbar!

Jede Zerlegung ist auf diese Weise eindeutig beschreibbar, z. B. 7-3: S-S-NO-SNO-O-SW. (Als Kontrollmöglichkeit zähle man die Buchstaben S, N, O und W: Es müssen stets 2 S mehr als N und 2 O mehr als W vorkommen.) Der Vorteil des ersten Ordnungsprinzips besteht darin, dass man nur innerhalb „gleichlanger“ Zerlegungen auf Gleichheit bezüglich Drehung und Spiegelung untersuchen muss.

Als zweites Ordnungsprinzip kann man sich für eine beliebige Reihenfolge der Himmelsrichtungen festlegen, z. B. W, SW, S, SO, O, NO, N, NW. Dann steht die Zerlegung

# Mathe macht Spaß – ist doch LOGO

Dr. Norman Bitterlich

Kontakt: E-Mail [norman.bitterlich@t-online.de](mailto:norman.bitterlich@t-online.de), c/o Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

---

7-2 vor 7-3, weil in der Beschreibung für 7-2 (S-S-NO-S-S-O-N) an der 5. Position S vor NO kommt. Auf diese Weise entstand die Reihenfolge in der Abbildung.

Das Kunststück besteht darin, die Zeilen vollständig und ohne Wiederholungen zu füllen - da hilft aber wohl nur Geduld und Sorgfalt.

Insgesamt findet man auf diese Weise 50 Möglichkeiten, ein (4 x 4)-Quadrat in der geforderten Weise zu zerlegen!



2-1



3-1

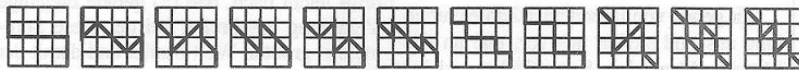


3-2



3-3

## Zerlegungs-Beispiele



4-1

4-2

4-3

4-4

4-5

4-6

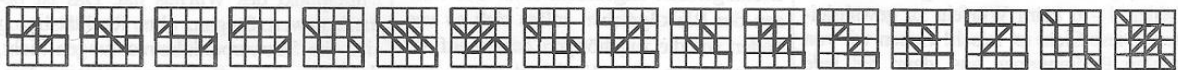
4-7

4-8

4-9

4-10

4-11



5-1

5-2

5-3

5-4

5-5

5-6

5-7

5-8

5-9

5-10

5-11

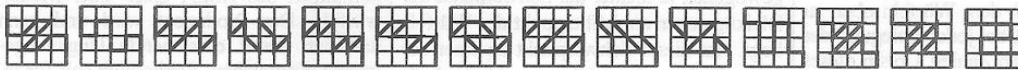
5-12

5-13

5-14

5-15

5-16



6-1

6-2

6-3

6-4

6-5

6-6

6-7

6-8

6-9

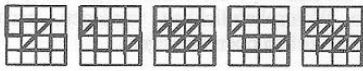
6-10

6-11

6-12

6-13

6-14



7-1

7-2

7-3

7-4

7-5