Noch mehr zu Zerlegungen von Quadraten in Quadrate

Mit der Sommeraufgabe 2016 wurde eine Thematik vorgestellt, die noch viele spannende Aufgaben bereithält. Für die kleinen 3 x 3 – Quadrate und 5 x 5-Quadrate ließen sich alle möglichen Zerlegungen durch systematisches Probieren finden. Diese Vorgehensweise lässt sich auch auf größere Quadrate anwenden und mit fleißigem Suchen zum Ergebnis führen:

Aufgabe 1: Finde alle Möglichkeiten, ein Quadrat der Größe 7 x 7 in kleinere Quadrate zu zerlegen. Gib die gefundenen Zerlegungen durch Zeichnungen oder Beschreibungen genau an.

Doch die vollständige Beschreibung aller Möglichkeiten erscheint gar nicht mehr so interessant. Wir betrachten lieber folgende Definition:

Es bezeichne $Q(n)$ die kleinste Anzahl von Quadraten mit ganzzahligen Seitenlängen (kleiner als n), in die ein n x n – Quadrat zerlegt werden kann.

Nach Lösung der Sommeraufgabe wissen wir:

Es gilt $Q(5) = 8$, denn die Zerlegung in ein 3 x 3 – Quadrat, drei 2 x 2 – Quadrate und vier 1 x 1 – Quadrate ergibt die Möglichkeit mit der geringsten Anzahl von Teilquadraten (1 + 3 + 4 = 8).

Nachträglich können wir $Q(3) = 6$ feststellen.

Und in den Lösungshinweisen zur Sommeraufgabe wurde $Q(7) = 9$ behauptet, was durch Lösen der oben genannten Aufgabe 1 bewiesen werden kann.

Aufgabe 2: Finde einen möglichst kleinen Wert für $Q(9)$ durch eine mathematische Überlegung, also ohne alle Möglichkeiten aufzuschreiben. Prüfe, ob es mit deiner Überlegung auch gelingt, einen möglichst kleinen Wert für $Q(111)$ zu finden.

Aufgabe 3: Begründe, warum für eine gerade Zahl n immer $Q(n) = 4$ gilt.

Lust auf noch mehr solche Fragen? Dann schicke deine Lösungen bis spätestens 17. September 2016 an

Bezirkskomitee Chemnitz oder norman.bitterlich@t-online.de
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21
09114 Chemnitz