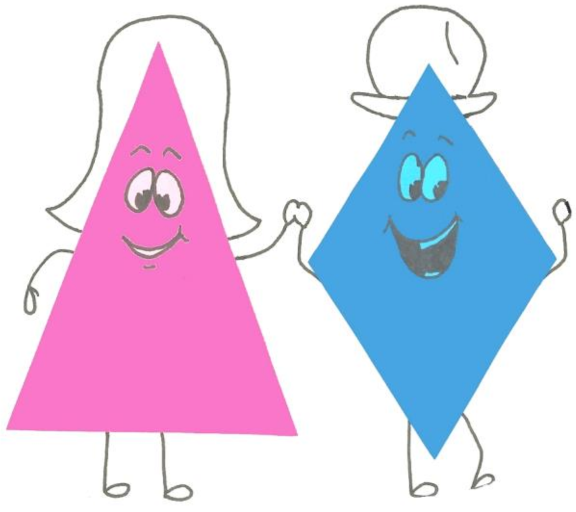
Mathe macht Spaß - ist doch LOGO

Knobelaufgaben mit der Post für alle Grundschüler, die Freude an Mathematik haben.



Mit Frau Dreieck und Herrn Raute rechnen und knobeln!

Beachte bitte folgende Hinweise: Für eine vollständige Lösung genügt es nicht, nur das Ergebnis anzugeben. Schreibe einen Antwortsatz, führe wenn möglich eine Probe und erkläre wie du die Lösung gefunden hast oder zeichne zur Begründung deine Lösung. Auf der Rückseite sind einige Hinweise für die Lösungsdarstellung angegeben.

Du kannst auch einsenden, wenn du nicht alle Aufgaben gelöst hast.

Schicke deine Lösungen bis spätestens **27. Februar 2024** (nach den sächsischen Winterferien, Datum des Poststempels) an folgende Adresse:

MATHE LOGO
c/o Dr. Norman Bitterlich
Draisdorfer Str. 21, 09114 Chemnitz

Du darfst auch eher einsenden! Wenn du sogar schon bis 3. Februar 2024 einsendest, schicken wir dir weitere Aufgaben zu.

Nach Einsendeschluss erhältst du im März eine Teilnahmeurkunde für diese 2. Runde und die Aufgaben der 3. Runde.

Bitte vergiss nicht, auf deiner Einsendung deinen Vor- und Familiennamen sowie den Namen und den Ort deiner Schule anzugeben!

Viel Spaß beim Rechnen und Tüfteln wünscht dir das LOGO-Team.

Beispiel für eine vollständige Lösungsdarstellung zu LOGO-Aufgaben

Beispielaufgabe. Frau Dreieck füllte eine Keks-Dose und versteckte sie. Wie überrascht war sie, als sie feststellte, dass doch jemand genascht hat!

> Frau Dreieck schimpfte: „Quadrato war es."
> Quadrato wehrte sich: „Es war Kreisa."
> Kreisa erwiderte: „Ich habe nicht genascht."
> Schließlich behauptete Herr Raute: „Ich war es nicht."

Wenn alle vier die Wahrheit sagten, ließe sich der Übeltäter nicht eindeutig bestimmen, denn es könnten Quadrato oder Kreisa gewesen sein.

Aber wenn nur einer die Wahrheit sagte und die anderen drei logen, ist es nicht schwer, den Übeltäter zu ermitteln. Hast du ihn schon erkannt? Erkläre, wie du ihn gefunden hast.

Lösungshinweise – Antwortsatz: Herr Raute war der Übeltäter.

Probe: Wenn Herr Raute der Übeltäter war, hat er gelogen. Auch Frau Dreieck hat gelogen (sie verdächtigte Quadrato). Quadrato hat auch gelogen (er verdächtigte Kreisa). Dagegen sagte Kreisa die Wahrheit. Also hat nur eine die Wahrheit gesagt und die anderen drei logen – die Bedingungen der Aufgabe sind erfüllt.

Herleitung - *Lösungsvariante 1:* Nimm der Reihe nach an, wer es gewesen sein könnte. Prüfe in jedem Fall, ob die Bedingungen der Aufgabe erfüllt werden. Du kannst die Ergebnisse in eine Tabelle schreiben.

Wer war der Täter?	Aussage von Frau Dreieck	Aussage von Quadrato	Aussage von Kreisa	Aussage von Herrn Raute
Quadrato	wahr	falsch	wahr	wahr
Kreisa	falsch	wahr	falsch	wahr
Frau Dreieck	falsch	falsch	wahr	wahr
Herr Raute	**falsch**	**falsch**	**wahr**	**falsch**

Nur wenn Herr Raute der Übeltäter war, ist nur eine Aussage wahr und die drei anderen Aussagen sind falsch.

Lösungsvariante 2: Nimm der Reihe nach an, wer die Wahrheit gesagt haben könnte. Prüfe in jedem Fall, ob die Bedingungen der Aufgabe erfüllt werden. Beachte, dass die anderen drei gelogen haben.

(1) Wenn Frau Dreieck die Wahrheit sagte, war Quadrato der Übertäter. Aber dann hätten Kreisa und Herr Raute auch die Wahrheit gesagt – was nicht die Bedingungen der Aufgabe erfüllt.
(2) Wenn Quadrato die Wahrheit sagte, dann war es Kreisa. Aber dann hätte auch Herr Raute die Wahrheit gesagt – was nicht die Bedingungen der Aufgabe erfüllt.
(3) Wenn Kreisa die Wahrheit sagte, dann war sie nicht der Übeltäter. Dann hat Quadrato gelogen. Da sowohl Frau Dreieck als auch Herr Raute gelogen haben müssen, ist Herr Raute der Übeltäter.
(4) Wenn Herr Raute die Wahrheit sagte, haben entweder Quadrato oder Kreisa auch die Wahrheit gesagt - was nicht die Bedingungen der Aufgabe erfüllt.

Nur im Fall (3) sind die Bedingungen der Aufgabe erfüllbar und Herr Raute ist somit als Übeltäter überführt.

Bestimmt ist dir aufgefallen, dass sich die Aussagen von Quadrato und Kreisa widersprechen – sie können nicht beide gleichzeitig Recht haben. Also hat einer von ihnen die Wahrheit gesagt und der andere hat gelogen. Mit dieser Feststellung verkürzt sich die Auswertungen:

- Entweder sagte Quadrato die Wahrheit, dann gilt das Ergebnis von (2),
- oder Kreisa sagte die Wahrheit, dann gilt das Ergebnis von (3).
- Da nur einer die Wahrheit sagt, sind keine weiteren Fälle möglich.

Teil A: Quadrato hat Geburtstag

Quadrato hat Geburtstag. Frau Dreieck, Herr Raute und seine Schwester Kreisa freuen sich auf diesen Tag.

Aufgabe 1) Quadrato stellt an seinem Geburtstag fest, dass nun Frau Dreieck vier Mal so alt ist wie er. Da bemerkte seine um drei Jahre ältere Schwester Kreisa, dass Frau Dreieck an diesem Tag drei Mal so alt ist wie sie.

Wie alt ist nun Quadrato? Begründe deine Antwort!

Aufgabe 2a) Kreisa hat für Quadrato ein Geschenk eingepackt. Ihr standen vier verschiedene einfarbige Geschenkpapiere (blau, gelb, grün und rot) zur Verfügung. Außerdem gab es gelbes, grünes und rotes Geschenkband. Zusätzlich konnte sie einen Aufkleber auswählen – ein rotes Herz, eine gelbe Sonne oder ein grünes Kleeblatt.

Wie viele Möglichkeiten hatte Kreisa bei der Zusammenstellung der Verpackung, wenn sie eine Farbe des Papiers, eine Farbe des Bandes und einen Aufkleber auswählen konnte? Schreibe alle Möglichkeiten auf oder erkläre, wie du die Anzahl ermittelt hast.

Aufgabe 2b) Beim Einpacken des Geschenkes gefiel es Kreisa besonders, wenn es richtig bunt wirkte. Wie viele Möglichkeiten hatte Kreisa bei der Zusammenstellung der Verpackung, wenn das Papier, das Band und der Aufkleber drei verschiedene Farben haben sollen? Erkläre, wie du die Anzahl ermittelt hast.

Aufgabe 3) Als Familie Geometrie den Kaffeetisch decken wollten, stellten sie fest, dass jemand von der Torte genascht hat. Doch wer war es?

> Kreisa meinte: „Quadrato war es!“
> Frau Dreieck sagte: „Herr Raute war es!“
> Herr Raute widersprach: „Ich war es nicht!“
> Quadrato bestätigte: „Herr Raute sagt die Wahrheit!“

Nach kurzer Zeit bemerkte Kreisa, dass nicht alle die Wahrheit gesagt haben. Was war ihr aufgefallen? Erkläre es!

Kannst du aus den vier Aussagen ermitteln, wer von der Torte genascht hat, wenn nur eine der vier Aussagen falsch ist und die anderen drei Aussagen richtig sind? Wer war es? Begründe dein Ergebnis!

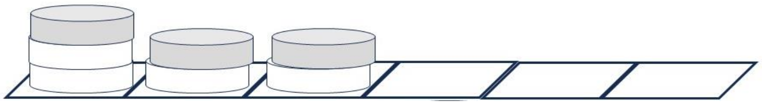
Aufgabe 4) Quadrato wollte gern den Kaffeetisch gestalten – natürlich mit vielen Quadraten. Dazu nahm er ein quadratisches Blatt und zerschnitt es in vier kleinere Quadrate. Von den nun verfügbaren Quadraten wählte er wieder eins aus und zerschnitt es in vier kleinere Quadrate. Das konnte er immer so fortsetzen. Nach jedem Zerschneiden zählte er die Quadrate. Dabei spielte die Größe der Quadrate keine Rolle – er wollte nur die Anzahl wissen.

a) Da 13 seine Lieblingszahl ist, wollte er gern auf diese Weise 13 Quadrate erreichen. Ist das möglich, wenn er am Anfang nur ein quadratisches Blatt hat? Erkläre, wie Quadrato schneiden muss.
b) Wenn Quadrato am Anfang drei quadratische Blätter hat, kann er sie dann so zerschneiden, dass insgesamt 26 Quadrate entstehen? Begründe deine Antwort!

Teil B: Türme-Wanderung

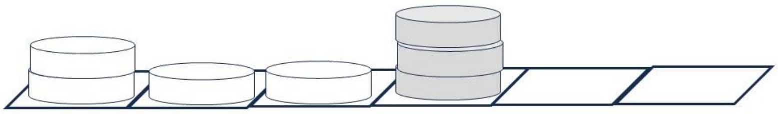
Herr Raute hat in einem alten Mathematik-Buch eine Anleitung für ein Spiel gefunden, das Quadrato spielt: Er nimmt einen langen Streifen mit gleichgroßen Feldern, auf denen stapelbare Spiel-Steine passen. Quadrato verwendet Steine aus einem Dame-Spiel. Aber er könnte auch Domino-Steine, Lego-Bausteine oder anderes verwenden. Von links beginnend darf er auf nebeneinander liegenden Feldern seine Steine zu Türmen stapeln. In der Abbildung sehen wir einen 3-er und zwei 2-er Türme (kurz 3-2-2). Das ist nur eine von vielen möglichen Startaufstellungen. Wichtig: In einer Startaufstellung sind benachbarte Felder besetzt, es gibt keine Lücken zwischen den Türmen.

Startaufstellung 3-2-2



Anders als in der Runde 1 nimmt Quadrato für einen Spiel-Zug von jedem Turm die obersten Steine und stapelt diese rechts von allen bisherigen Türmen auf dem nächsten freien Feld. Die Türme sind gewandert – wir sehen nun einen 2-er Turm, zwei 1-er Türme und einen 3-er Turm (2-1-1-3).

Nach 1. Zug: 2-1-1-3



Dies kann er nun immer weiter fortsetzen, indem er nach jedem Zug von allen Türmen die obersten Steine aufnimmt und diese rechts von allen bisherigen Türmen auf das nächste freie Feld stapelt.

Um den Spielverlauf aufzuschreiben, nimmt Quadrato kariertes Papier und markiert viele Streifen untereinander. Nun schreibt er für die Startaufstellung die Anzahl der Spiel-Steine seiner Türme in die linken Felder. In die nächste Zeile schreibt er die Türme nach seinem 1. Zug auf. Er kann nun den weiteren Spielverlauf Zug um Zug aufschreiben. In der Tabelle sind die ersten vier Züge angegeben. Es ist zulässig, dass nun Lücken entstehen. Dafür schreibt er eine 0 oder lässt es frei.

Start	3	2	2										
1. Zug	2	1	1	3									
2. Zug	1	0	0	2	4								
3. Zug				1	3	3							
4. Zug					2	2	3						

Aufgabe 1a) Quadrato beginnt ein Spiel mit der Startaufstellung 1-3-1-2. Nach dem 4. Zug sieht er die Verteilung 1-1-2-3. Schreibe den Spielverlauf vollständig auf und prüfe, ob Quadrato seine Spielzüge korrekt ausgeführt hat.

Aufgabe 1b) Quadrato beginnt nun mit der Startaufstellung 2-2-2-2. Schreibe den Spielverlauf bis zum 7. Zug auf.

Aufgabe 2) Bei einem neuen Spiel erhält er im Spielverlauf die Aufstellung 2-0-2-3. Wie könnte seine Startaufstellung ausgesehen haben? Begründe! Untersuche, ob die Aufgabe eindeutig lösbar ist. Wenn es mehrere Möglichkeiten geben kann, schreibe möglichst viele verschiedene Startaufstellungen auf, die bei korrektem Spielverlauf auf 2-0-2-3 kommen.

Aufgabe 3a) Quadrato hat eine Startaufstellung gefunden, bei der nach dem 3. Zug eine Lücke von drei nebeneinanderliegenden Feldern entsteht. Gib auch du eine solche Startaufstellung an und zeige im Spielverlauf, dass bei deiner Startaufstellung eine solche Lücke entsteht.

Aufgabe 3b) Als Kreisa die Startaufstellung von Quadrato sah, rief sie aus „Jetzt kann ich eine Startaufstellung angeben, bei der nach dem 7. Zug eine Lücke von sieben nebeneinanderliegenden Feldern entsteht. Kannst du es auch? Schreibe eine solche Startaufstellung auf.

Aufgabe 4) Kann es Startaufstellungen mit 5 Türmen geben, die nach rechts wandern, dabei aber die Aufteilung der Spiel-Steine nicht verändern? Falls es solche Startaufstellungen gibt, schreibe eine auf und zeige den Spielverlauf für die ersten Züge.