

Physik als Wissenschaft

Die Physik untersucht grundlegende Erscheinungen und sucht nach grundlegenden Gesetzen, die sowohl in der belebten als auch in der unbelebten Natur auftreten und auch in den anderen naturwissenschaftlichen Disziplinen berücksichtigt werden.

Physik Teilgebiete

Die Mechanik untersucht die Bewegung von Körpern, Kräfte und ihre Wirkungen.

In der Thermodynamik (Wärmelehre) werden die Temperatur von Körpern, Zufuhr und Abgabe von Wärme, Aggregatzustände und ihre Änderungen, Wärmeübertragung untersucht.

Die Elektrodynamik (Elektrizitätslehre) beschäftigt sich mit den Eigenschaften elektrisch geladener Körper, Magnetismus, Wirkungen des elektrischen Stromes, Erzeugung und Umformung von Elektroenergie, elektrische Schaltungen und Bauelemente.

Optik ist das Gebiet der Untersuchung der Ausbreitung des Lichtes, Reflexion und Brechung, Bildentstehung, optische Geräte und Farben.

In der Atom- und Kernphysik werden Aufbau von Atomen, Umwandlung von Atomkernen, Eigenschaften radioaktiver Strahlung, Elementarteilchen diskutiert.

Weitere Gebiete sind die allgemeine und spezielle Relativitätstheorie, die Physik der Festkörper, die Astro- und Geophysik und die Biophysik.

Physikalische Konstanten

Absoluter Nullpunkt	$T_0 = 0 \text{ K} = -273,15 \text{ °C}$
Vakuumlichtgeschwindigkeit	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Molares Normvolumen	$V_n = 22,41383 \text{ l mol}^{-1}$
Normdruck	$p_n = 101325 \text{ Pa} = 1,01325 \text{ bar}$
Normfallbeschleunigung	$g_n = 9,80665 \text{ m s}^{-2}$
Gravitationskonstante	$G = f = \gamma = (6,67428 \pm 0,0001) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
elektrische Feldkonstante	$\epsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12} \text{ As V}^{-1} \text{ m}^{-1}$
elektrische Elementarladung	$e = 1,602176487 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Magnetische Feldkonstante	$\mu_0 = 1,2566370614 \cdot 10^{-6} \text{ VsA}^{-1} \text{ m}^{-1} = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1} \text{ m}^{-1}$
Bohrsches Magneton	$\mu_B = (9,274 \ 0154 \pm 0,000007) \cdot 10^{-24} \text{ JT}^{-1} = e h / (4 \pi m_e)$
elektromagnetisches Moment	$\mu_e = 9,2847701 \cdot 10^{-24} \text{ JT}^{-1}$
Protonenmagnetisches Moment	$\mu_p = 1,41060761 \cdot 10^{-26} \text{ J/T}$
Nukleares Magneton	$\mu_N = 5,0507866 \cdot 10^{-27} \text{ J/T} = e h / (4 \pi m_p)$
Avogadro-Konstante	$N_A = L = 6,02214179 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$... Zahl der Moleküle je mol
Boltzmann-Konstante , Entropiekonstante	$k = 1,380658 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Faraday-Konstante	$F = 96485,33399 \text{ A s mol}^{-1}$
Drehimpulsquantum	$h/(2\pi) = 1,05457266 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Plancksches Wirkungsquantum	$h = 6,62606896 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Rydberg-Konstante	$R_H = 1,0973731534 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
Rydberg-Frequenz	$R = 3,288 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$
Solarkonstante	$S = 1368 \text{ W m}^{-2}$
Universelle Gaskonstante	$R = 8,314472 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
Stefan-Boltzmann-Konstante	$\sigma = (5,66961 \pm 0,0017) \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
Ruhmasse des Elektrons	$m_e = 9,10938215 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Ruhmasse des Protons (1836,1 m_e)	$m_p = 1,672621637 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Ruhmasse des Neutrons	$m_n = 1,6749286 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Ruhmasse des Deuterons	$m_d = 3,3433 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Ruhmasse des Myons	$M_\mu = 1,8835327 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$
Atomare Masseneinheit	$1 \text{ u} = 1,66057 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Ruheenergie des Elektrons	$W_e = 5,1100 \cdot 10^5 \text{ eV}$
Spezifische Ladung eines Elektrons	$e/m_e = 1,75880 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$
Spezifische Ladung eines Protons	$e/m_p = 9,5798 \cdot 10^7 \text{ C/kg}$
Compton-Elektron Wellenlänge	$2,42631058 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
Compton-Proton Wellenlänge	$1,32141002 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
Compton-Neutron Wellenlänge	$1,31959110 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
Klassischer Elektronenradius	$2,81794092 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
Bohrradius	$a_0 = 0,52917715 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
Elementarlänge ... Radius des Elektrons	$l_e = 10^{-15} \text{ m}$
Elementarzeit	$t_e = 10^{-23} \text{ s}$
Erste Strahlungskonstante	$3,7417749 \cdot 10^{-16} \text{ W m}^2$
Wellenwiderstand (Vakuum)	$Z_0 = 376, 730 \ 3135 \ \Omega$
Wien-Konstante	$b = 2,897 \ 756 \cdot 10^{-3} \text{ m K}$
Hubble-Konstante	$H = 75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

Verhältnis Protonen-Elektronenmasse	$m_p / m_e = 1836,152701$
Verhältnisse Proton : Elektron	$\mu_e / \mu_p = 658,2106881$
	$\gamma_e / \gamma_p = 658,2275841$
Feinstrukturkonstante	$\alpha = 7,2973525376 \cdot 10^{-3}$

Physikalische Größe Formelzeichen / Einheiten, Zusammenhänge

Abklingkoeffizient	δ	1/s
Adiabatenkoeffizient	κ, γ	
Aktivität	A	1 Bq (Becquerel) = 1/s
Äquivalentdosis	H	1 Sv (Sievert) = 1 J/kg = 100 rem
Arbeit	W	1 J (Joule) = 1 kg m ² /s ² = 1 Nm (Newtonmeter) = 1 Ws (Wattsekunde)
Atommasse, relative	A_r	
Beleuchtungsstärke	E	1 lx (Lux) = 1 lm/m ²
Beschleunigung	A	1 m/s ² = 1 N/kg
Blindleistung	Q	1 W (Watt) = 1 var
Brennweite	F	1 m
Brechwert	D	1 dpt (Dioptrie) = 1/m
Drehung,elastische	ε	
Dichte	ρ	1 kg/m ³ = 0,001 g/cm ³
Drehimpuls (Drall)	L	1 Nms = 1 kg m ² /s
Drehmoment (Kraftmoment)	M	1 Nm
Drehzahl	n	1/s 60 min ⁻¹
Druck	p	1 Pa (Pascal) = 1 N/m ²
Durchflutung	Θ	1 A (Ampere)
Durchschlagsfestigkeit	E_d	1 V/m
Energie	E, W	1 J (Joule) = 1 Nm = 1 Ws
Energie,innere	U	1 J
Energiedosis	D	1 Gy (Gray) = 1 J/kg
Enthalpie	H	1 J
Entropie	S	1 J/K (Joule je Kelvin)
Fallbeschleunigung	g	1 m/s ²
Feldstärke,elektrische	E	1 V/m (Volt je Meter) = 1 kg m/(s ³ A) = 1 N/C
Feldstärke,magnetische	H	1 A/m (Ampere je Meter) = 1 kg m/(s ³ V) = 1 N/Wb
Feuchte,absolute	ρ_w	1 kg/m ³
Feuchte,relative	ϕ	
Flächeninhalt	A	1 m ²
Fluss,elektrische	ψ	1 C (Coulomb) = 1 As
Fluss,magnetische	Φ	1 Wb (Weber) = 1 Vs
Flussdichte,elektrische	D	1 C/m ² = 1 As/m ²
Flussdichte,magnetische	B	1 T (Tesla) = 1 Wb/m ²
Frequenz	f, ν	1 Hz (Hertz) = 1/s
Geschwindigkeit	v, u	1 m/s
Impuls	p	1 kg m/s = 1 Ns
Induktivität	L	1 H (Henry) = 1 Wb/A
Ionendosis	I	1 C/kg
Kapazität,elektrische	C	1 F (Farad) = 1 As/V
Kraft	F	1 N (Newton) = 1 kg m/s ² = 1 J/m
Kraftstoß	I	1 Ns = 1 kg m/s
Kreisfrequenz	ω	1 s ⁻¹
Ladung,elektrische	Q	1 C (Coulomb) = 1 As
Länge	l	1 m (Meter)
Lautstärkepegel	L_N	1 phon
Leistung	P	1 W (Watt) = 1 J/s = 1 VA
Leistungsfaktor	cos ϕ	
Leistungszahl Kältemaschine	ε_K	
Leitfähigkeit,elektrische	γ, κ	1 S/m = 1/(Ω m)
Leitwert,elektrischer	G	1 S (Siemens) = 1/ Ω
Leuchtdichte	L_v	1 cd/m ²
Leuchtkraft	L	1 W
Lichtstärke	I_v	1 cd (Candela)
Lichtstrom	Φ_v	1 lm (Lumen) = 1cd sr
Masse	m	1 kg (Kilogramm)
Molare Masse	M	1 kg/mol

Molares Volumen	V_m	1 m ³ /mol
Periodendauer	T	1 s
Potenzial,elektr.	ϕ	1 V (Volt)
Radius	r	1 m
Raumwinkel	Ω, ω	1 sr (Steradian)
Schalldruckpegel	L_A	1 db(A) Dezibel(A)
Schallintensität	I	1 W/m ² = 1 kg/s ³
Spannung,elektr.	U	1 V (Volt)
Spannung,magnetische	V	1 A (Ampere)
Spannung,mechanische	σ	1 N/m ²
Stoffmenge	n	1 mol (Mol)
Stoffmengenkonzentration	c	1 mol/l (Mol je Liter) = 1 mol/dm ³
Stromstärke,elektrische	I	1 A (Ampere)
Temperatur	T	1 K (Kelvin)
Temperatur	ϑ	1 °C (Grad Celsius)
Trägheitsmoment	J	1 kg m ²
Vergrößerung optisches Gerät	V	
Verschiebungsdichte	D	1 C / m ²
Volumen	V	1 m ³
Wärmemenge	Q	1 J (Joule) = 1 Nm
Wärmekapazität	C_{th}	1 J/K
Wärmeleitwiderstand	R_λ	1 K/W
Wärmestrom	Φ_{th}	1 W (Watt)
Weg	s	1 m
Wellenlänge	λ	1 m
Widerstand,Ohmscher	R	1 Ω (Ohm)
Widerstand,induktiver	X_L	1 Ω
Widerstand,kapazitiver	X_C	1 Ω
Widerstand,magnetischer	R_m	1/H
Winkel	α, ϕ, σ	1 rad (Radiant)
Winkelbeschleunigung	α	1/s ²
Winkelgeschwindigkeit	ω	1/s
Wirkungsgrad	η	
Zeit	t	1 s (Sekunde)
Zerfallsrate	A	1 Bq (Becquerel) = 1/s

Dimension physikalischer Größen

Die Dimension kennzeichnet die Qualität einer physikalischen Größe.

Dimensionszeichen

Länge L Zeit T Masse M
 Stromstärke I Temperatur T Stoffmenge N Lichtstärke I_v

Die Dimension einer physikalischen Größe G kann stets in der Form

$$\dim G = L^i Z^j M^k I^l T^m N^n I_v^p$$

dargestellt werden.

Kohärente Einheit $[G] = m^i s^j kg^k A^l K^m mol^n cd^p$

Darstellung der Dimension der physikalischen Größe

Größe	Symbol	i	j	k	l	m	n	p
Länge	l	1	0	0	0	0	0	0
Fläche	A	2	0	0	0	0	0	0
Volumen	V	3	0	0	0	0	0	0
ebener Winkel	ϕ	0	0	0	0	0	0	0
Zeit	t	0	1	0	0	0	0	0
Frequenz	f	0	-1	0	0	0	0	0
Kreisfrequenz	ω	0	-1	0	0	0	0	0
Winkelgeschwindigkeit	ω	0	-1	0	0	0	0	0
Winkelbeschleunigung	α	0	-2	0	0	0	0	0
Geschwindigkeit	v	1	-1	0	0	0	0	0
Beschleunigung	a	1	-2	0	0	0	0	0
Masse	m	0	0	1	0	0	0	0
Dichte	ρ	-3	0	1	0	0	0	0
spezifisches Volumen	v	3	0	-1	0	0	0	0
Kraft	F	1	-2	1	0	0	0	0
Druck	p	-1	-2	1	0	0	0	0

Spannung	σ	-1	-2	1	0	0	0	0
Impuls	p	1	-1	1	0	0	0	0
Drehimpuls	L	2	-1	1	0	0	0	0
Massenträgheitsmoment	J	2	0	1	0	0	0	0
Flächenträgheitsmoment	I	4	0	0	0	0	0	0
Drehmoment	M	2	-2	1	0	0	0	0
Energie, Arbeit	E	2	-2	1	0	0	0	0
Leistung	P	2	-3	1	0	0	0	0
Wirkung	S	2	-1	1	0	0	0	0
Energiedichte	w	-1	-2	1	0	0	0	0
Wirkungsgrad	η	0	0	0	0	0	0	0
Reibungszahl	μ	0	0	0	0	0	0	0
Elastizitätsmodul	E	-1	-2	1	0	0	0	0
Torsionsmodul	G	-1	-2	1	0	0	0	0
Kompressionsmodul	K	-1	-2	1	0	0	0	0
Poissonsche Zahl	μ	0	0	0	0	0	0	0
Richtgröße	k	0	-2	1	0	0	0	0
Winkelrichtgröße	D	2	-2	1	0	0	0	0
Gravitationskonstante	γ	3	-2	-1	0	0	0	0
Gravitationspotenzial	V_g	2	-2	0	0	0	0	0
Oberflächenspannung	σ	0	-2	1	0	0	0	0
dynamische Viskosität	η	-1	-1	1	0	0	0	0
kinematische Viskosität	ν	2	-1	0	0	0	0	0
Volumenstrom	Q	3	-1	0	0	0	0	0
Reynoldsche Zahl	Re	0	0	0	0	0	0	0
Elongation	γ	1	0	0	0	0	0	0
Periodendauer	T	0	1	0	0	0	0	0
Schallschnelle	v	1	-1	0	0	0	0	0
Lautstärke	Λ	0	0	0	0	0	0	0
Dämmmaß	R	0	0	0	0	0	0	0
Temperatur	T	0	0	0	0	1	0	0
Stoffmenge	n	0	0	0	0	0	1	0
molares Volumen	V_m	3	0	0	0	0	-1	0
Wärmekapazität	C	2	-2	1	0	-1	0	0
spezifische Wärmekapazität	c	2	-2	1	0	-1	0	0
Wärmemenge	Q	2	-2	1	0	0	0	0
molare Wärmekapazität	C_m	2	-2	1	0	-1	-1	0
Enthalpie	H	2	-2	1	0	0	0	0
Entropie	S	2	-2	1	0	-1	0	0
Gaskonstante	R	2	-2	1	0	-1	-1	0
Boltzmann Konstante	k	2	-2	1	0	-1	0	0
Adiabatexponent	κ	0	0	0	0	0	0	0
Polytrophenexponent	k	0	0	0	0	0	0	0
spezifische Schmelzwärme	q	2	-2	0	0	0	0	0
spezifische Siedewärme	r	2	-2	0	0	0	0	0
Heizwert	H	2	-2	0	0	0	0	0
Heizwert (Gas)	H'	-1	-2	1	0	0	0	0
Längenausdehnungskoeffizient	α	0	0	0	0	-1	0	0
Volumenausdehnungskoeffizient	γ	0	0	0	0	-1	0	0
Wärmeleitfähigkeit	λ	1	-3	1	0	-1	0	0
Wärmeübergangskoeffizient	α	0	-3	1	0	-1	0	0
Wärmedurchgangskoeffizient	k	0	-3	1	0	-1	0	0
Wärmestrom	Φ	2	-3	1	0	0	0	0
Wärmestromdichte	q	0	-3	1	0	0	0	0
Temperaturleitfähigkeit	a	2	-1	0	0	0	0	0
ebullioskopische Konstante	E	0	0	0	0	1	0	0
kryoskopische Konstante	K	0	0	0	0	1	0	0
Dissoziationsgrad	α	0	0	0	0	0	0	0
van der Waal Konstante	a	5	2	1	0	0	-2	0
van der Waal Konstante	b	3	0	0	0	0	-1	0
absolute Luftfeuchte	f	-3	0	1	0	0	0	0
relative Luftfeuchte	ϕ	0	0	0	0	0	0	0
elektrische Stromstärke	I	0	0	0	1	0	0	0
elektrische Ladung	Q	0	1	0	1	0	0	0

elektrische Stromdichte	J	-2	0	0	1	0	0	0
elektrische Spannung	U	2	-3	1	-1	0	0	0
elektrischer Widerstand	R	2	-3	1	-2	0	0	0
elektrischer Leitwert	G	-2	3	-1	2	0	0	0
spezifischer elektrischer Widerstand	ρ	3	-3	1	-2	0	0	0
elektrische Leitfähigkeit	κ	-3	3	-1	2	0	0	0
elektrische Feldstärke	E	1	-3	1	-1	0	0	0
magnetische Feldstärke	H	-1	0	0	1	0	0	0
elektrische Kapazität	C	-2	4	1	-2	0	0	0
elektrische Induktivität	L	2	-2	1	-2	0	0	0
elektrische Verschiebung	D	-2	1	0	1	0	0	0
magnetische Induktion	B	0	-2	1	-1	0	0	0
magnetischer Fluss	Φ	2	-2	1	-1	0	0	0
magnetische Spannung	U_m	0	0	0	1	0	0	0
magnetischer Widerstand	R_m	-2	2	-1	2	0	0	0
elektrische Feldkonstante	ϵ_0	-3	4	-1	2	0	0	0
magnetische Feldkonstante	μ_0	1	-2	1	-2	0	0	0
elektrische Polarisierung	P	-2	1	0	1	0	0	0
magnetische Polarisierung	J	0	-2	1	-1	0	0	0
elektrisches Moment	p	1	1	0	1	0	0	0
magnetisches Moment	m	3	-2	1	-1	0	0	0
elektrische Polarisierbarkeit	α	-4	4	-1	2	0	0	0
magnetische Polarisierbarkeit	β	0	-2	1	-2	0	0	0
Faraday-Konstante	F	0	1	0	1	0	-1	0
Äquivalentmenge	n_a	0	0	0	0	0	1	0
Lichtstärke	I_v	0	0	0	0	0	0	1
Lichtstrom	Φ_v	0	0	0	0	0	0	1
Leuchtdichte	L_v	-2	0	0	0	0	0	1

Größenvergleiche

Länge in m

Atomkern, Proton	10^{-15}
Atom	10^{-10}
Lichtwellenlänge, Bakterien	10^{-6}
Fensterscheibe, Ameise	10^{-3}
Mensch	1
Kleine Stadt	10^3
Erdradius (6370 km)	10^7
Erde - Mond (384 000 km)	10^8
Sonnenradius (700 000 km)	10^9
Erdbahnradius (150 000 000 km)	10^{11}
Sonnensystem (6 000 000 000 km)	10^{13}
Nächste Fixsterne	10^{17}
Zentrum unserer Milchstraße	10^{20}
Nächste Galaxien	10^{23}
Radius des Universums	10^{26}

charakteristische 10er-Potenzen

Zeiten in s

Licht durch Atomkern (Elementarzeit)	10^{-23}
Umlaufzeit des Elektrons	10^{-15}
Lichtlaufzeit durch Zimmer	10^{-8}
Schwingungsdauer höchster hörbarer Ton	10^{-4}
Zeit zwischen 2 Herzschlägen	1
Lichtlaufzeit Sonne-Erde	10^3
Umlaufzeit der Erde (1 Jahr)	10^7
Lebensdauer des Menschen	10^9
Zeit seit Beginn der Zeitrechnung	10^{11}
Auftreten erster Menschen	10^{13}
Umlaufzeit der Sonne um das Zentrum der Milchstraße	10^{16}
Alter des Universums	10^{18}

Vorsätze zur Bezeichnung von Einheiten

T	Tera	= 10^{12}	c	Zenti	= 10^{-2}	G	Giga	= 10^9	m	Milli	= 10^{-3}
M	Mega	= 10^6	μ	Mikro	= 10^{-6}	k	Kilo	= 10^3	n	Nano	= 10^{-9}
h	Hekto	= 10^2	p	Piko	= 10^{-12}	da	Deka	= 10^1	f	Femto	= 10^{-15}

d	Dezi	= 10 ⁻¹	a	Atto	= 10 ⁻¹⁸		
seit 1975/1991							
P	Peta	= 10 ¹⁵	E	Exa	= 10 ¹⁸	Z	Zetta = 10 ²¹ Y
z	Zepto	= 10 ⁻²¹	y	Yocto	= 10 ⁻²⁴	t	Yotta = 10 ²⁴ Dea = 10 ³⁰

Physikalische Einheiten

Das Internationale Einheitensystem (Système International d'Unités; SI) wurde 1954 vereinbart und 1960 eingeführt. Es brachte eine vollständige Neuordnung der Einheiten im Messwesen. Es enthält 7 Basis- oder Grundeinheiten und die Einheiten, welche ohne Verwendung von Zahlenfaktoren aus den Basiseinheiten abgeleitet werden.

Basiseinheiten

Größe	Einheit	Symbol	Größe	Einheit	Symbol
Länge	Meter	m	Zeit	Sekunde	s
Masse	Kilogramm	kg	Stromstärke	Ampere	A
Temperatur	Kelvin	K	Stoffmenge	Mol	mol
Lichtstärke	Candela	cd			

Maßeinheiten der Länge (Grundeinheit 1 Meter m)

Das Meter ist der Weg, den das Licht im Vakuum innerhalb von 1/299792458 Sekunde durchläuft (1983). Das Meter ist die Länge von 1650763,73 Wellenlängen der gelben Strahlung des Atoms Krypton 96 im Vakuum (Übergang zwischen den Niveaus 2p₁₀ und 5d₅)

1 Angström = 1.0*10 ⁻¹⁰ m	1 X-Einheit = 1.00202*10 ⁻¹³ m
1 Seemeile = 1852 m = 1/60 Meridiangrad	1 geogr.Meile = 7421.5 m = 1/15 Äquatorgrad
1 AE = 1.49600*10 ¹¹ m	1 Lichtjahr = 9.46055*10 ¹⁵ m
1 Parsec = 3.0857*10 ¹⁶ m	1 Inch = 1 in = 1 " = 1 Zoll = 0.0254 m
1 Foot = 1 ft = 1 ' = 0.3048 m = 12 inches	1 Yard = 1 yd = 0.9144 m = 3 feet
1 Statute Mile = 1 st mi = 1609.344 m	1 Chain = 20.117 m
1 Furlong = 201.168 m	1 Elle = 0.6669 m
1 Faden = 1 fathom = 1.829 m	1 cable (GB) = 185.3 m
1 cable (USA) = 219.5 m	1 Sashen = 2.13 m

Episode: Im September 1999 scheiterte die Mission der US-amerikanischen Mars-Sonde "Climate Orbiter". Hauptursache war ein simpler Umrechnungsfehler in der Software des Raumschiffs: Während ein NASA-Entwicklerteam für sein Navigationsprogramm das metrische System (Zentimeter, Meter usw.) benutzte, basierte ein zweites seine Steuerroutinen auf den britischen imperialen Maßeinheiten wie Inch oder Fuß.

Statt in eine Umlaufbahn um den roten Planeten einzuschwenken, geriet die Sonde durch den Rechenfehler zu nah an die Atmosphäre und verglühte dort.



Maßeinheit der Länge 1m

1791 wurde durch eine französische Kommission der erste Schritt zu einem international einheitlichem Maßsystem getan. Sie definierte das Meter als den 40 millionsten Teil jenes Erdmeridians, der durch Paris verläuft.

Alle Länder, welche sich dieser Meterkonvention anschlossen, erhielten eine sehr genaue Kopie des Urmeters; ein Platin-Iridium-Stab; das selbst in Paris verblieb.

Definition von 1960 bis 1983

Das Meter ist die Länge von 1650763,73 Wellenlängen der gelben Strahlung des Atoms Krypton 96 im Vakuum (Übergang zwischen den Niveaus 2p₁₀ und 5d₅)

Definition seit Oktober 1983

Das Meter ist der Weg, den das Licht im Vakuum innerhalb von 1/299792458 Sekunde durchläuft.

Elementarlänge

... ist jene kleinste Länge, unterhalb der der Begriff der Länge sinnlos ist.

Nach kernphysikalischen Überlegungen sollte die Elementarlänge bei 10⁻¹⁵ m liegen. Nach neuesten Untersuchungen über die Feinstruktur von Elementarteilchen ist dies fragwürdig.

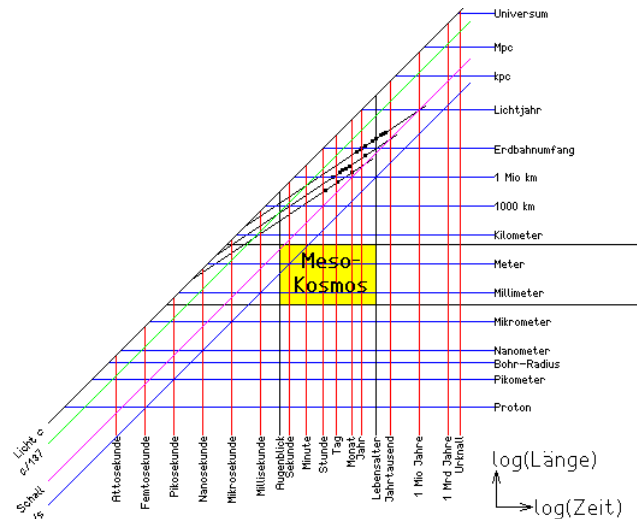
Mesokosmos

Unsere unmittelbare Sinneserfahrung ist auf Längen zwischen etwa 0,1 mm und einigen 100 m und auf Zeiten zwischen 0,1 s und einigen Jahrzehnten beschränkt ("Mesokosmos").

Objekte gleicher Geschwindigkeit erscheinen in diesem Diagramm auf einer gemeinsamen Geraden. Die Schallgeschwindigkeit geht durch einen Zipfel des Mesokosmos-Rechtecks.

Das bedeutet: bei den dort dargestellten kurzen Zeiten (Zehntelsekunden) und großen Entfernungen (10^2 m) ist ihre Endlichkeit unmittelbar sinnlich erfahrbar, z.B. bei Startsignalen in der Leichtathletik oder beim Zuschauen bei einer Ramme, sie erscheint aber trotzdem eher als ungewöhnlich, denn in der freien Natur beobachtet man selten so kurze Schallereignisse aus so großer Entfernung. Bei Blitz und Donner schließen wir umgekehrt aus unserer Kenntnis über die Schallgeschwindigkeit auf die Entfernung ihrer gemeinsamen Ursache. Die Lichtgeschwindigkeit und auch der Bereich einiger Prozente von ihr, wo spürbare Unterschiede zwischen der KM und der SRT zu erwarten sind, liegt weit außerhalb unseres Mesokosmos. So hat die Evolution auch keine Strategie entwickelt, wie unser Gehirn mit relativistischen Effekten umgehen kann,

während wir die mathematisch genau so schwierigen Verformungen von Netzhautbildern bei Drehungen der Objekte im Raum mühelos durchschauen. Dass unser Nervensystem, auch das Gehirn eine überaus niedrige Leitungsgeschwindigkeit hat, die es allerdings durch außerordentlich hochgradiges Parallelrechnen wettmacht! Damit kann der Zeittakt kaum kleiner als Zehntelsekunden sein. Ein Computer der räumlichen Größe unseres Gehirns kann dagegen problemlos einen Zeittakt von einer Nanosekunde verwenden.



Maßeinheitentabelle der Länge bezogen auf die Grundeinheit 1 m

Meter (m)	1	Achtelmeile	201.17
Achtelpetit	0.000376	Actus (römisch)	35.52
Afghanischer Arschin	1.03	Äginetischer Fuß	0.333
Ägyptisches Fuß	0.3	Akaina (attisch)	2.96
Alen (dänisch)	0.6277	Aln (schwedisch)	0.5938
Altattischer Fuß	0.33	Amma (altgriechisch)	18.29
Amma (hebräisch)	0.45	Ammah (jüdisch, gewöhl. Maß)	0.45
Ammah (jüdisch, heiliges Maß)	0.52488	Ammatu (akkadisch)	0.333
Ammatu are (akkadisch)	0.75	Ångström (Å)	0.0000000001
Arabische Meile	1847	Aronra (altägyptisch)	52.4
Arschin (russ.)	0.711	As (römisch)	0.296
Astronomische Einheit (AE)	149.6*10 ⁹	Attische Elle	0.462
Attischer Fuß	0.3104	Auna (Paris)	1.19
Aune (Brabant)	0.695	Aune (Gent)	0.728
Babylonische Elle	0.556	Bêru (akkadisch)	10800
Bes (römisch)	0.1973	Bygkorn (længdemål) (dän.)	0.0049
Cable (GB)	185.3	Cable (USA)	219.5
Chain (ch)	20.12	Cicero	0.0045348
Coss (indisch)	1830	Cuadra (argent.)	129.9
Cuadra (Chile)	127.2	Cubit (Ägy)	0.52324
Cubitus (altrömisch)	0.442	Daktylos (altgriechisch)	0.0193
Daktylos (attisch)	0.0185	Danna (sumerisch)	10800
Dansk mil (dän.)	7532	Dansk sømil (dän.)	1851
Dekameter	0.1	Des (römisch)	0.296
Deunx (römisch)	0.2713	Deutsche Landmeile	7500
Dextans (römisch)	0.2467	Dezimeter (dm)	0.1
Dhraa (ägyptisch)	0.75	Diaulos (attisch)	355.2
Digit (Ägy)	0.0186871429	Digitus (altrömisch)	0.0185
Dodrans (römisch)	0.222	Dorischer Fuß	0.3265
Douziem	0.0001763889	Drusianischer Fuß	0.33319
Dupondius (römisch)	0.592	Elle	1.14
Elle (altägyptisch)	0.46179	Elle (bayerisch)	0.833
Elle (öster.)	0.78	Elle (preuß)	0.6669
Elle (ptolemäisch)	0.533	Elle von Lagasch	0.495
Erta (altägyptisch)	0.262	Erta net's (altägyptisch)	0.225
Es (sumerisch)	60	Esbâ (hebräisch)	0.01875
Estadal (Chile)	3.34	Faden (deutsch)	185.5
Fath	1.83	Fathom (GB)	231
Favn (dän.)	1.88	Finger (ptolemäisch)	0.0178
Fingerbreite (jüdisch, gewöhl. Maß)	0.01875	Fingerbreite (jüdisch, heiliges Maß)	0.02187

Fod (dän.)	0.314	Foot (ft / ')	0.3048
Fot (schwedisch)	0.2969	Frankfurter Fuß	0.28657
Furlong (fur)	201.17	Fuß (altägyptisch)	0.30786
Fuß (preuß)	0.31385	Fuß (ptolemäisch)	0.355
Fuß (schweiz.)	0.3	Fuß (ungarisch)	0.31608
Fut (russisch)	0.3048	Gar (sumerisch)	6
geographische Meile	7421	Gerstenkorn	0.0084666667
Gi (sumerisch)	3	Giš (sumerisch)	360
Gradus (römisch)	0.74	Großer Schoinos (persisch)	11083
Hand (Ägy)	0.0233589286	Hand (ptolemäisch)	0.107
Hannoveraner Fuß	0.29221	Hektometer	100
Ibl'u ašen (akkadisch)	60	Inch (in / ")	0.0254
Ionischer Fuß	0.3483	Itr (altägyptisch)	10480
Jo (jap.)	3.03	Kabellänge (dän.)	185.11
Kabellänge	182.88	Kabellänge (GB)	185.32
Kabellänge (USA)	219.46	Kaliber	0.000254
Kamelhaardicke (arab.)	0.000652	Karolingischer Fuß	0.288
Kassabah (ägyptisch)	3.85	Ken (jap.)	1.82
Kilometer (km)	1000	Kiloparsec (kpc)	31250000*10^12
Kirât (ägyptisch)	0.028	Klafter	1.83
Klafter (preuß)	1.88	Klafter (ptolemäisch)	2.13
Kondylos (attisch)	0.037	Königliche ägyptische Elle	0.5232
Kudurru (akkadisch)	6	Kuš (sumerisch)	0.333
Kuš-ara (sumerisch)	0.75	Kvarter (længdemål) (dän.)	0.1569
Lachter (Bergbau)	2.09	Lachter (sächs.)	1.98
Leagues	5556	Leagues - Statut	4828
Leagues (US)	5560	Legua (argent.)	5196
Legua (Chile)	4513	Legua (spanisch)	5560
Lichtjahr (ly)	9433.96*10^12	Lichtminute	17.94*10^9
Lichtsekunde	298.94*10^6	Lichtstunde	1.08*10^12
Lichttag	25.83*10^12	Lieue comm. (franz.)	4445
Linie	0.002256	Linie (preuß.)	0.0021795139
Linie (sächs.)	0.0019665	Link	0.201168
Londoner Meile	1542	Madda	5
Mahi net's (altägyptisch)	0.449	Mahi suten (altägyptisch)	0.524
Makedonischer Fuß	0.275	Maš-esch (sumerisch)	30
Megameter	1*10^6	Meile	1609
Meile (altägyptisch)	1385	Meile (badisch)	8890
Meile (bayr.)	7740	Meile (englisch)	1609
Meile (Hamburg)	7530	Meile (Hessen)	7500
Meile (international)	7420	Meile (Oldenburg)	8880
Meile (preuß)	7532	Meile (russisch)	7467
Meile (sächsisch)	9060	Meile (schweiz.)	4800
Meile (Württemberg)	7450	Meridianminute	1852
Merkurdurchmesser	4.88*10^6	Mikrometer µm	0.000001
Mikron	0.000001	Mil	0.0000254
Mile (engl.)	1609	Million (attisch)	1480
Mille passuum (römisch)	1480	Millimeter (mm)	0.001
Milum (altrömisch)	1479	Mišlu iblu (akkadisch)	30
Nanometer (nm)	0.000000001	Nippur-Elle	0.518
Nürnberger Fuß	0.27837	Olympischer Fuß	0.3205
Orgyca (altgriechisch)	1.85	Orgyia (attisch)	1.78
Orlach	0.0254	Oskisch-umbrischer Fuß	0.27559
Palaiste (altgriechisch)	0.0771	Palaiste (attisch)	0.074
Palm	0.0046717857	Palma (altrömisch)	0.074
Palmipes (römisch)	0.37	Parasange (attisch)	5328
Parasange (persisch)	5541	Pariser Fuß	0.324
Pariser Linie	0.0022558291	Parsec (pc)	31250*10^12
Passus (altrömisch)	1.48	Pé (brasilianisch)	0.3439
Pechys (attisch)	0.441	Perch	5.03
Pertica decempeda (römisch)	2.96	Pes (altrömisch)	0.29
Pes sestertius (römisch)	0.74	Phletron (altgriechisch)	30.83
Pica	0.004212	Pie (Chile)	0.2786666667
Pie (span.)	0.278	Pied (brasilianisch)	0.2868
Pied (Pariser Fuß)	0.325	Pik Beledi (ägyptisch)	0.5774999971
Plethron (attisch)	29.6	Point	0.000351
Pole	5.03	Postmeile (belg.)	7800
Postmeile (öster.)	7590	Pous (attisch)	0.296
Pubys (altgriechisch)	0.46	Pulgada (Chile)	0.0232222222
Punkt	0.0003779	Pus (altgriechisch)	0.3083
Qaneh (hebräisch)	2.7	Qanû (akkadisch)	3
Quadrans (römisch)	0.074	Quincux (römisch)	0.1233
Remen (altägyptisch)	0.374	Ri (jap.)	3927
Rod	5.03	Rode (dän.)	3.14
Römische Elle	0.443	Rute (badisch)	3
Rute (Braunschweig)	4.57	Rute (preuß)	3.77

Sächsischer Lachter	2	Sashen	2.13
Schesepe (altägyptisch)	0.075	Schoinos (attisch)	7104
Şchoinos (ptolemäisch)	6694	Scripulum (römisch)	0.001
Şe (sumerisch)	0.0028	Seemeile (französisch)	5556
Seemeile (sm)	1852	Semipes (römisch)	0.148
Semuncia (römisch)	0.0123	Septunx (römisch)	0.1727
Ser (altägyptisch)	0.299	Sereth (jüdisch, gewöhl. Maß)	0.225
Sereth (jüdisch, heiliges Maß)	0.26244	Sesuncia (römisch)	0.037
Şe'u (akkadisch)	0.0028	Sextans (römisch)	0.0493
Shaku (jap.)	0.30303	Sicilicum (römisch)	0.0062
Skrupele (dän.)	0.00018	Slat	0.9144
Solonischer Fuß	0.296	Sop (altägyptisch)	0.075
Spithame (attisch)	0.222	Stab (schweiz.)	1.2
Stadion (altgrie)	184.97	Stadion (attisch)	177.6
Stadion (ptolemäisch)	191.8	Stadion (römisch)	185
Ştadium (altägyptisch)	184.72	ştatute mile (st mi)	1609
Şu-bad (sumerisch)	0.25	Şu-dû-a (sumerisch)	0.167
Sun (jap.)	0.030303	Şu-si (sumerisch)	0.0167
Şuššu (akkadisch)	360	Tagesweg (Byzanz)	47225
Teba (altägyptisch)	0.0187	Tepach (hebräisch)	0.075
Tephach (jüdisch, gewöhl. Maß)	0.075	Tephach (jüdisch, heiliges Maß)	0.08748
Thou (englisch)	0.0000254	Tiefenmaß	1.83
Tomme (dän.)	0.0261	Triens (römisch)	0.0987
Tschang (chin.)	3.58	Tschi (chin.)	0.358
Tsun (chin.)	0.0358	U.S. Survey Fathom	1.83
U.S. Survey Mile	1609	U.S. Survey Rod	5.03
Ubânu (akkadisch)	0.0167	Uncia (römisch)	0.0247
Vara (Chile)	0.836	Vara (portug.)	1.1
Vara (spanisch)	0.8359	Voet (niederländisch)	0.2831
Werst	1067	Yard (yd)	0.9144
Zentimeter (cm)	0.01	Zeret (hebräisch)	0.225
Zoll (altägyptisch)	0.01924125	Zoll (preuß)	0.02615
Zoll (sächs.)	0.0236		

Maßeinheiten des Winkels (Grundeinheit 1 Grad)

Verhältnis des von den Winkelschenkeln eingeschlossenen Kreisbogens zum Radius

1 Minute = 0.0166666667 Grad	1 Sekunde = 0.000277777778 Grad
1 Radiant = 57.29577951 Grad	1 Neugrad = 1 gon = 0.9 Grad
1 Quadrant = 90 Grad	

Hinweis: Die gesetzliche SI-Einheit des Winkels ist der Radiant. In der Praxis wird oft das Grad genutzt, obwohl dies nicht korrekt ist. Zum Messen dienen Winkelmesser, oft kombiniert mit einem Zielfernrohr (Theodolit). Das Gon wird vorwiegend in der Geodäsie verwendet.

Raumwinkel

... werden durch einen Kreiskegel beschrieben, dessen Spitze im Mittelpunkt einer Kugel sitzt. Die abgeleitete SI-Einheit des Raumwinkels ist der Steradian (1 sr). Eine Kugel schließt einen Raumwinkel 4π Steradian = 12,57 sr ein.

Zählmaße 1 Dutzend = 12 Stück	1 Schock = 5 Dutzend
1 Gros = 12 Dutzend	1 Mandel = 15 Stück

Maßeinheiten der Fläche (Grundeinheit 1 m²)

1 km ² = 1000000 m ²	1 Ar = 100 m ²
1 Hektar = 10000 m ²	1 Square inch = 0.0006451578 m ²
1 Square feet = 0.092903 m ²	1 Square yard = 0.836124 m ²
1 Square mile = 2.5899*10 ⁶ m ²	1 Morgen (sächs.) = 2767 m ²
1 Morgen (preuß.) = 2550 m ²	1 Acker = 5534 m ² = 2 Morgen
1 Acre = 4046.842 m ²	1 yard of land = 121405 m ²
1 Joch = 5755 m ²	1 Desjatine = 10925 m ²

Die Abkürzungen qcm für cm², qm für m² sind nicht zulässig !

Maßeinheiten des Volumens (Grundeinheit 1 m³)

1 Liter = 0.001 m ³	1 Milliliter = 0.000001 m ³
1 mm ³ = 0.000000001 m ³	1 cu.inch = 0.000016387 m ³
1 Registertonne = 2.832 m ³	1 Gill (GB) = 0.000142 m ³

Maßeinheitentabelle des Volumens bezogen auf die Grundeinheit 1 m³

Aam (dän.)	0.155	Acetabulum (römisch)	0.0000684
Ahm (preuß.)	0.1374	Ahm vin (dän.)	0.15064
Album (dän.)	0.00145	Ale Gallon (USA)	0.004621
Almuda (Brasilien)	0.01674	Alqueire (Brasilien)	0.0363
Amphora (römisch)	0.02626	Anker (preuß.)	0.03435
Anker øl (dän.)	0.03766	Ape (altägyptisch)	0.01822
Arbeb (ägypt.)	0.198	Arroba (Chile)	0.03555
Artabe (altägyptisch)	0.03645	Artabe (ptolemäisch)	0.0393
Azumbre (span.)	0.002017	Balthazar	0.012
Ban (sumerisch)	0.005	Barrels	0.158758
Bat (hebräisch)	0.022	Becher (badisch)	0.00015
Bimpel (dän.)	0.01883	Botschka	0.49195
bushel (GBR) (bu)	0.036349	bushel (USA) (bu)	0.035239
Butt Pipe (GB)	0.572491	Canada (Brasilien)	0.0014
Cha (altägyptisch)	0.000152	Choinix (griechisch)	0.001094
Choinix (ptolemäisch)	0.000819	Chomer (hebräisch)	0.22
Chous (griechisch)	0.003283	Chous (ptolemäisch)	0.003275
Congius (römisch)	0.0032825	Cord	3.62
Cran	0.1705	Cuartas (Chile)	0.0088875
Cuartillo (span.)	0.000504	Cubic foot	0.02832
Cubic inch	0.000016387	Cubic yard	0.7646
Cyathus (römisch)	0.0000456	Deziliter (dl)	0.0001
Dresdner Kanne	0.0009356	Dresdner Scheffel (sächs.)	0.0004055812
Eimer (öster.)	0.05659	Eimer (preuß.)	0.0687
Epha (altägyptisch)	0.00456	Epha (hebräisch)	0.022
Fad korn (dän.)	0.26278	Fad øl (dän.)	0.26278
Fad vin (dän.)	0.90383	Fanega (argent.)	0.1372
Fanega (Costa Rica)	0.05452	Festmeter	1
Fjerdings (dän.)	0.03285	Fjerdingskar (dän.)	0.00435
Fluid ounce (GB)	0.000028413	Fluid ounce (USA)	0.000029573
Fuder (rhein.)	1	Ga (akkadisch)	0.0008333333
Gallon (GBR) (gal)	0.004546	Gallon (USA) (gal)	0.003785
Gill	0.000142	Gin (sumerisch)	0.0000138889
Gur (sumerisch)	0.06	Gur-lugal (sumerisch)	0.25
Gur-mah (sumerisch)	0.24	Gur-sag-gal (sumerisch)	0.12
Guru (sumerisch)	3	Hekat (altägyptisch)	0.004875
Hekteys (griechisch)	0.008754	Hekteys (ptolemäisch)	0.0131
Hektoliter (hl)	0.1	Hemiektion (griechisch)	0.004377
Hemiektion (ptolemäisch)	0.00655	Hemina (römisch)	0.0002735
Hiben (altägyptisch)	0.000228	Hin (altägyptisch)	0.000456
Hin (hebräisch)	0.0037	Hin (ptolemäisch)	0.000546
Hotep (altägyptisch)	0.0729	Imperial gallon (gal)	0.004546
Issaron (hebräisch)	0.0022	Kande (dän.)	0.00193
Kande (dän.)	0.0019322	Kanne (mecklenb.)	0.00185
Karû (akkadisch)	3	Kilah (ägypt.)	0.00825
Ko (China)	0.0001031	Korn-Tönde (dän.)	0.13912
Kotyle (griechisch)	0.000274	Kotyle (ptolemäisch)	0.000273
Kruschka (russ.)	0.00123	Kubikalen (dän.)	0.2472
Kubikdezimeter (dm ³)	0.001	Kubikfod (dän.)	0.0309
Kubikfuß (ft ³)	0.02832	Kubikkilometer (km ³)	1000*10 ⁶
Kubikmeter (m ³)	1	Kubikmillimeter (mm ³)	0.000000001
Kubiksashen	9.71	Kubikzentimeter (cm ³)	0.000001
Kurru (akkadisch)	0.03	Kyathos (griechisch)	0.000045
Kyatos, groß (ptolemäisch)	0.0000455	Kyatos, klein (ptolemäisch)	0.0000341
Læster (dän.)	1.24	Lägel (schweiz.)	0.045
Letek (hebräisch)	0.11	Liter (l)	0.001
Log (hebräisch)	0.0003	Magnum	0.0015
Maß (alt-bayr.)	0.0009	Maß (badisch)	0.0015
Mauerziegel	0.0014	Medimnos (griechisch)	0.05253
Medimnos (ptolemäisch)	0.0786	Ment (altägyptisch)	0.00911
Metretes (griechisch)	0.03939	Metretes (ptolemäisch)	0.0393
Metze (öster.)	0.06149	Metze (preuß.)	0.003435
Metze (sächs.)	0.0064893	Milliliter (ml)	0.000001
Modius (römisch)	0.008754	Ohm (badisch)	0.15
Oksehoved (dän.)	0.22596	Omer (hebräisch)	0.0022
Otting (dän.)	0.01642	Ottingkar (dän.)	0.00217
Oxhoft (preuß.)	0.2061	Oxybaphon (griechisch)	0.000068
Pægl (dän.)	0.00024	Peck	0.0088097
Petrol gallon (gal)	0.003785	Petroleum (barrel)	0.158758
Pint (UK)	0.0005681818	Pipa (argent.)	0.456
Pot (dän.)	0.00097	Potter (dän.)	0.0009661
Qab (hebräisch)	0.0012	Quart (preuß.)	0.001145

Quart (UK)	0.0011363636	Quartarius (römisch)	0.0001368
Quartier	0.0009057	Raummeter (rm)	1
Registertonne (RT)	2.83	Rub (ägypt.)	0.004125
Scheffel (bayr.)	0.222358	Scheffel (dän.)	0.01739
Scheffel (mecklenb.)	0.03889	Scheffel (preuß.)	0.054962
Scheffel (sächs.)	0.1038	Schekel (sumerisch)	0.0000138889
Scheng (China)	0.001031	Schenkeimer (bayerisch)	0.06414
Schenkmaß (württemb.)	0.00167	Schoppen (hess.)	0.00042
Sea (hebräisch)	0.0073	Semodius (römisch)	0.004377
Setier (franz.)	0.000465	Sextarius (römisch)	0.0005471
Sila (sumerisch)	0.0008333333	Šiqlu (akkadisch)	0.0000138889
Skæppe (dän.)	0.0174	Ster	1
Streichholzschachtel	0.000028	Stückfass	1.2
Sûtu (akkadisch)	0.005	Tischtennisball	0.000025
To (China)	0.01031	Tønne korn (dän.)	0.1392
Tønne kul (dän.)	0.17	Tønne øl (dän.)	0.1314
Tønne tjære (dän.)	0.116	Tonne (preuß.)	0.219848
Tschi (China)	0.1031	Ul (sumerisch)	0.03
Urna (römisch)	0.01313	Viertel (dän.)	0.00773
Visiereimer (bayerisch)	0.068418	Webas (ägypt.)	0.033
Wedro (russ.)	0.012299	Wine Gallon (USA)	0.003986
Xestes (griechisch)	0.000547	Zentiliter (cl)	0.00001
Weba (ägypt.)	0.033		

Maßeinheiten der Zeit (Einheit 1 Stunde h)

Die Sekunde ist die Dauer von 9192631770 Perioden der Strahlung des Atoms Caesium 133, die dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus im Grundzustand entspricht.

Ursprünglich bis 1967 festgelegt als der 86400ste Teil des mittleren Sonnentages

1 Sekunde = 0.0002777778 h	1 Minute = 0.0166666667 h
1 Tag = 24 h	1 Monat = 720 h
1 siderisches Jahr = 8766.15 h	1 tropisches Jahr = 8765.8 h
1 anomalistisches Jahr = 8766.2 h	1 drakonitisches Monat = 653.1 h
1 siderischer Monat = 655.7 h	1 synodischer Monat = 708.7 h
1 tropischer Monat = 655.7 h	1 Sternsekunde = 0.000277019 h
1 Sterntag = 23.934 h	

Elementarzeit

... ist jene Zeitspanne, die das Licht benötigen würde, um den Durchmesser eines Nukleons (Proton und Neutron) zu passieren, also ca. 10^{-24} s. Es scheint wenig sinnvoll, kürzere Zeitspannen zu betrachten.

Sekunde und Minute

"Minute" bedeutet eigentlich "Kleines Teil". Der Ursprung liegt bei Claudius Ptolemäus, der die Stunde in 60 "parses minutae primae" teilte. Das bedeutet so viel wie "Gleich(große) - kleine Teile - nach der ersten Teilung.

"Sekunde" bedeutet eigentlich "das Zweite" (wie z.B. in "sekundär"). Der Ursprung liegt wahrscheinlich bei Ptolemäus. Sicher ist, dass 1030 der arabische Matheamtiker Ali Ahmed Nasawi die heute gültige Teilung nutzte.

Nach der Teilung der Stunde in 60 "parses minutae primae", teilte er dann erneut die Minute in "parses minutae secundae"; also "Gleich(große) - kleine Teile - nach der zweiten Teilung". Daraus ging dann das Wort "Sekunde" hervor.

Die Maßeinheiten für die Zeit (Stunden, Minuten, Sekunden) hat man ursprünglich aus der Länge eines mittleren Sonnentages hergeleitet, der von der Erdrotation abhängig ist. Die klassische Definition einer Sekunde als 1/86400 eines mittleren Sonnentages hat sich aber als nicht praktikabel erwiesen, weil die Erdrotation zu ungleichmäßig ist. Die Tageslänge unterliegt täglichen und jahreszeitlichen Schwankungen. Die Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit der Erde hat man aus Abweichungen der kalkulierten von den tatsächlichen Positionen von Mond und Planeten festgestellt, die vorseilten (säkulare Akzeleration). Mit Atomuhren konnte man die Größe der täglichen Schwankungen der Erdrotation bestimmen.

SI-Sekunde

Deshalb legte man 1972 die Sekunde als Zeiteinheit des Internationalen Einheitensystems (SI) physikalisch fest:

1 SI-Sekunde entspricht der Dauer von 9192631770 Schwingungen des Caesiumatoms ${}^2\text{S}_{1/2}$ Cs^{133} .

Diese Schwingungen werden von einer Strahlung ausgesandt, die beim Übergang zwischen zwei Hyperfeinstrukturniveaus eines Caesium-(133)-Atomkerns entsteht. Diese Strahlung hat eine Wellenlänge von $\lambda = 3.26125$ cm.

Maßeinheiten der Masse (Grundeinheit 1 Kilogramm kg)

Das Kilogramm ist die Masse des internationalen Kilogrammprototyps, eines in Paris aufbewahrten Zylinders aus Platin-Iridium von 3,9 cm Höhe und 3,9 cm Durchmesser.

- 1 Tonne = 1000 kg
- 1 Gramm = 0.001 kg
- 1 Pound = 1 lb = 0.45359 kg = 16 oz
- 1 Ounce = 1 oz = 0.02835 kg
- 1 Quarter = 1 qr = 12.70 kg = 28 lbs
- 1 Quarter (USA) = 11.34 kg = 25 lbs
- 1 centweight = 1 cwt = 50.802 kg = 4 qrs
- 1 centweight (USA) = 45.359 kg
- 1 Long Ton = 1 lton = 1016.05 kg = 20 cwts
- 1 Short Ton = 907.18 kg
- 1 Atomare Einheit = $1.66057 \cdot 10^{-27}$ kg
- 1 Karat = 0.0002051 kg



Maßeinheitentabelle der Länge bezogen auf die Einheit 1 g

Äginetische Mine	617	Äginetisches Talent	37000
Altattisches Markttalent	35937	Apotekerpund (dän.)	357.85
Apotekerunse (dän.)	29.82	Attische Mine	432
Attisches Talent	25920	Beqa (amratisch)	189
Beqa (hebräisch)	5	Bergzentner (sächs.)	51358
Berkowetz	163851	Biltu (akkadisch)	30300
Bismerpund (dän.)	6000	Chalkous (griechisch)	0.136
Chien (China)	3.8	Chin (China)	604.79
Churd (ägyptisch)	107.52	Dag	100
Deben (altägyptisch)	90.96	Dekagramm (dag)	10
Doli (russ.)	44.43	Doppelzentner	100000
Drachma (römisch)	3.41	Drachme (altgriechisch)	4.4
Drachme (Apothekergewicht)	3.6	Drachme (dän.)	3.73
Drachme (griechisch)	6.55	Drame	1.77
Dresdner Scheffel (sächs.)	233.5	Drittel smør (dän.)	50750
Euböische Mine	437	Euböisches Talent	26196
Fjerdning smør (dän.)	28000	Funt	409.5
Gamma	0.000001	Gera (hebräisch)	0.5
Gerstenkorn (sumerisch)	0.0468	Gewichtspfund (lb)	453.59
Gigatonne (Gt)	$1000 \cdot 10^{12}$	Gin (sumerisch)	8.42
Gin-tur (sumerisch)	0.14	Goldenes Pfund (russ.)	409.52
Goldtalent (lydisch)	24600	Goldtalent (persisch)	25200
Grain	0.0647989	Gramm (g)	1
Gran (Apothekergewicht)	0.06	Gun (sumerisch)	30300
Kantar (ägypt.)	45000	Karat (engl.)	0.2053
Karat (franz.)	0.2059	Karat (holl.)	0.2059
Karat (k)	0.2	Karat (öster.)	0.2061
Karlsfund (Karl d. Große)	365	Kedet (altägyptisch)	9.1
Kikkar (hebräisch)	30000	Kilogramm (kg)	1000
Kleine Mine (sumerisch)	2.81	Kleiner Schekel (sumerisch)	0.14
Kvint (dän.)	5	Kvintin (dän.)	3.91
Leipziger Zentner	51439	Liang (China)	38
Libra (altrömisch)	327.6	Libra (argent.)	459
Lispund (dän.)	8000	Lod (dän.)	15.63
Lod sølv (dän.)	14.7	Long ton (lton) (GBR)	$1.02 \cdot 10^6$
Lot (preuß)	14.61	Loth (sächs.)	14.6
Man (ägyptisch)	4480	Man saru (akkadisch)	2.81
Mana (sumerisch)	505	Mana-tur (sumerisch)	2.81
Maneh (hebräisch)	500	Manû (akkadisch)	505
Mark (dän.)	250	Mark der Münze (sächs.)	233.6
Mark sølv (dän.)	235.3	Markttalent (attisch)	35900
Megatonne	$1 \cdot 10^{12}$	Metze (sächs.)	3736
Mikrogramm µg	0.000001	Milligramm (mg)	0.001
Mina (griechisch)	655	Mine (altgriechisch)	436.6
Mine (sumerisch)	505	Misqual (ägyptisch)	4.48
Münztalent (attisch)	25900	Nanogramm (ng)	0.000000001
Nürnberger Zentner	51000	Obolos (altgriechisch)	0.7333333333
Obolos (griechisch)	1.09	Obolos (römisch)	0.568
Oka (griechisch)	1284	Ort (dän.)	0.5
Otting smør (dän.)	14000	Ounce	28.3
Pfund (Apothekergewicht)	345.6	Pfund (Pfd.)	500

Pfund (preuß)	467.4	Pfund (russisch)	409.51
Pfund (sächsisch)	467	Pfund der Münze (sächs.)	466.91
Picul (chin.)	60450	Pikul (China)	60479
Pound (lb)	453.59	Preuß. Lot	14.4
		(Apothekergewicht)	
Pud	16385	Quarter (qr) (GBR)	12700
Quent (sächs.)	3.65	Quentschen (preuß)	3.65
Quintal (argent.)	45900	Quintal (Bolivien)	46010
Schekel (sumerisch)	8.42	Scheqel (hebräisch)	10
Scripulum (römisch)	1.14	Še (sumerisch)	0.0468
Še'u (akkadisch)	0.0468	Short ton (USA)	907180
Sicilicus (römisch)	6.82	Silbertalent (medisch)	33700
Šiliqua (römisch)	0.189	Šiqu (akkadisch)	8.42
Šiqu saru (akkadisch)	0.14	Sir (ägyptisch)	6881
Skippund (dän.)	160000	Skrupel	1.2
		(Apothekergewicht)	
Slug	14594	Solidus (römisch)	4.55
Solonische Mine	655	Solonisches Marktalent	39290
Solonisches Münztalent	20473	Talantos (griechisch)	39290
Talent (altgriechisch)	26196	Talent (hebräisch)	30000
Talent (sumerisch)	30300	Talent (syrisch)	34100
Talent, großes	60600	Talent, kleines	30300
(chaldäisch)		(chaldäisch)	
Teratonne (Tt)	1000000*10 ¹²	Tønde smør (dän.)	112000
Tonne (lton) (GBR)	1.02*10 ⁶	Tonne (ston) (USA)	907194
Tonne (t)	1*10 ⁶	Unse (dän.)	31.25
Unze (altrömisch)	27.3	Unze (Apothekergewicht)	28.8
Viertel (qr) (GBR)	12700	Viertel (qr) (USA)	11340
Zentner (bayerisch)	56000	Zentner (cwt) (GBR)	50802
Zentner (cwt) (USA)	45359	Zentner (öster.)	56000
Zentner (preuß)	51414	Zentner (Ztr.)	50000
Zollpfund (sächs.)	500	Zollzentner (sächs.)	50000

Maßeinheiten der Energie (Grundeinheit 1 Joule J)

1 erg = 0.0000001 J	1 eV = 1.60219*10 ⁻¹⁹ J	1 Kalorie = 4.1868 J
1 kWh = 3600000 J	1 kpm = 9.80665 J	1 kcal = 4184.1 J
1 Steinkohleneinheit SKE = 29300000 J	1 Pferdestärkenstunde PSh = 2648000 J	

Maßeinheiten der Kraft (Grundeinheit 1 Newton N)

1 kp = 9.80665 N	1 dyn = 0.00001 N	1 Pond = 0.00980665 N
------------------	-------------------	-----------------------

Maßeinheiten der Geschwindigkeit (Einheit 1 m/s)

1 km/h = 0.27777778 m/s	1 mi/h = 0.44704 m/s	1 Knoten = 0.514444444 m/s
1 Mach = 331.46 m/s	1 cel = 0.01 m/s	

Maßeinheiten des Druckes (Grundeinheit 1 Pascal Pa)

1 Bar = 100000 Pa	1 atm = 101325 Pa	1 at = 98066.5 Pa
1 kp/m ² = 9.80665 Pa	1 Torr = 133.3224 Pa	1 mWS = 9806.651 Pa

Maßeinheiten der Temperatur

1 Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers
 $n \text{ } ^\circ\text{Celsius} = 0.8n \text{ } ^\circ\text{Reaumur}$ $n \text{ } ^\circ\text{Celsius} = 1.8n + 32 \text{ } ^\circ\text{Fahrenheit}$
 $n \text{ } ^\circ\text{Celsius} = n + 273 \text{ Kelvin}$ $n \text{ } ^\circ\text{Rankine} = n / 1.8 \text{ Kelvin}$

Celsius-Temperatur

... eingeführt von Anders Celsius (1701-1744), schwedischer Astronom
 Es sind beliebig hohe Temperaturen möglich, aber die tiefste mögliche Temperatur liegt bei -273 °C (genauer bei -273,15 °Celsius). Die Festlegung des Nullpunktes ist fast beliebig.
 Der Nullpunkt der uns geläufigen Celsius-Tabelle ist dort festgelegt worden, wo Wasser gefriert. Grund dafür war wohl, dass Wasser überall vorhanden und überhaupt der wichtigste Stoff ist. Im uns üblichen Dezimalsystem war es naheliegend, zehn oder hundert Grad bei einer weiteren wichtigen Stelle festzulegen, in der Celsius-Tabelle liegen 100 Grad am Siedepunkt des Wassers. Die Größe von einem Grad ergab sich dann, indem man den Abschnitt zwischen 0 Grad Celsius und 100 Grad in 100 gleich lange Abschnitte teilte.
 Die SI-Basis der Temperatur ist das Kelvin. Es ist $t \text{ } ^\circ\text{C} = t_0 \text{ K} - 273,15$.



Temperatur ... eine Größe, die den Wärmezustand eines physikalischen Systems kennzeichnet. Die Temperatur ist ein Maß für die mittlere kinetische Energie des Systems.

Maßeinheiten der Leistung (Grundeinheit 1 Watt W)

1 kpm/s = 9.80665 W

1 PS = 735.49875 W

1 kcal/h = 1.16 W

Maßeinheit der Stromstärke

1 Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 m voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem, kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 m Leiterlänge elektrodynamisch die Kraft $0,2 \cdot 10^{-6}$ N hervorrufen würde.

Maßeinheit der Lichtstärke

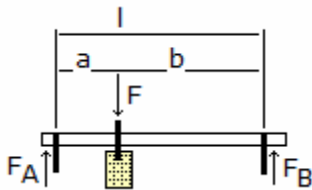
Die Candela ist die Lichtstärke einer Strahlungsquelle, welche monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hertz aussendet, und deren Strahlstärke in dieser Richtung $1/683$ Watt durch Steradian beträgt.

bis 1979:

1 Candela ist die Lichtstärke, mit der $(1/600000)$ m² der Oberfläche eines schwarzen Strahlers bei der Temperatur des beim Druck von 101325 n/m² erstarrenden Platins senkrecht zu seiner Oberfläche leuchtet.

Maßeinheit der Stoffmenge

1 Mol ist die Stoffmenge eines Systems bestimmter Zusammensetzung, das aus ebenso vielen Teilchen besteht, wie Atome in 0.0012 kg des Nuklids ¹²C enthalten sind.



Mechanik

Die Mechanik ist die Lehre von Kräften und ihren Wirkungen auf starre und deformierbare Körper.

Mechanik - Grundbeziehungen

Dichte $\rho = m/V$
 Masse $m = F/a$

Druck $p = F/A$
 Druckkraft $F = p \cdot A$

Auflagekräfte

$F = F_A + F_B$

$F_A = F b/l$

$F_B = F a/l$

Biegemoment $M_b = F \cdot a \cdot b / l$

siehe auch <http://scienceworld.wolfram.com/physics/topics/Mechanics.html>



Kraft

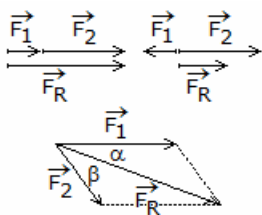
Kräfte sind vektorielle Größen. Sie sind bestimmt durch ihren Betrag, ihre Richtung und die Lage ihrer Wirkungslinie.
 Kräfte werden als Pfeile dargestellt. Die Länge des Pfeils (der Betrag des Vektors) entspricht der Größe oder dem Betrag der Kraft.

Die Kraft als vektorielle Größe bezeichnet man mit $F \rightarrow$.

Die Größe der Kraft wird nur mit F bezeichnet.

Die SI-Einheit der Kraft ist das Newton ($N = kg \ m/s^2$). Bis 1977 waren darüberhinaus das Kilopond (kp), das Megapond (Mp) und das Pond (p) gesetzliche Einheiten.

Für die Umrechnung gilt: $1 \ p = 9,80665 \cdot 10^{-3} \ N$ $1 \ kp = 9,80665 \ N$



Kräfte sind vektorielle Größen

Teilkkräfte $F \rightarrow_1, F \rightarrow_2$; Resultierende Kraft $F \rightarrow_R$

1. gleiche Wirkungslinie

Summe der Beträge, Wirkungslinie bleibt erhalten

$F_R = F_1 + F_2$

2. gleicher Angriffspunkt Kräfte werden vektoriell addiert

$F \rightarrow_R = F \rightarrow_1 + F \rightarrow_2$

$F_R = \sqrt{ F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cdot \cos(\alpha + \beta) }$

$F_R = \sqrt{ F_1^2 + F_2^2 }$

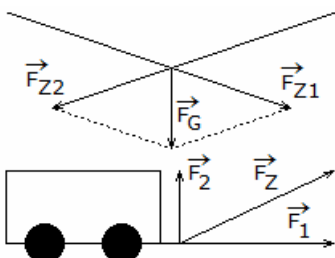
für rechtwinklig wirkende Kräfte

Richtung der resultierenden Kraft

$\sin \alpha = F_2/F_R \cdot \sin(\alpha + \beta)$

$\sin \beta = F_1/F_R \cdot \sin(\alpha + \beta)$

Durch mehrfaches Anwenden des Kräfteparallelogramms können mehrere Kräfte zu einer Gesamtkraft F zusammengesetzt werden.



Gleichgewichtsbedingung (Translation) $\Sigma F_i = 0$

Gleichgewichtsbedingung für Kräfte in der Ebene

$\Sigma F_i \sin \alpha_i = 0$

$\Sigma F_i \cos \alpha_i = 0$

$\Sigma F_i l_i = 0$

Zerlegung von Kräften

Die zu zerlegende Kraft sei $F \rightarrow$, Teilkkräfte $F \rightarrow_1, F \rightarrow_2$:

Winkel α zwischen $F \rightarrow_1$ und $F \rightarrow$, Winkel β zwischen $F \rightarrow_2$ und $F \rightarrow$

$$F_1 = F \cdot \sin \alpha / \sin(\alpha + \beta)$$

$$F_2 = F \cdot \sin \beta / \sin(\alpha + \beta)$$

Sind die Komponenten F_1 und F_2 senkrecht zueinander, gilt

$$F_1 = F \cdot \sin \alpha = F \cdot \cos \beta$$

$$F_2 = F \cdot \sin \beta = F \cdot \cos \alpha$$

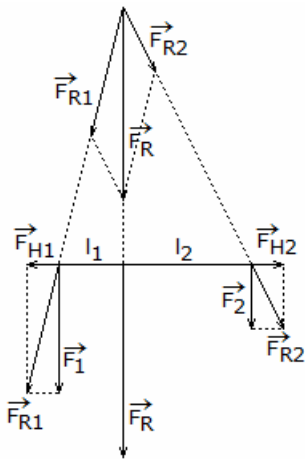
Um eine Kraft eindeutig in zwei Teilkräfte zu zerlegen, müssen entweder die Richtungen oder die Beträge der Teilkräfte bekannt sein.

Kraftverteilung eines an einer Leine hängenden Massestücks

Das Gewicht verteilt F_G sich auf die beiden Zugkräfte F_{z1} und F_{z2} .

Kraftverteilung in zwei senkrechte Komponenten beim Ziehen an einer Deichsel

Für die Fortbewegung des Wagens wirkt nur die senkrechte Komponente F_1 der angreifenden Kraft F_Z



Parallele Kräfte

Die Wirkungslinien paralleler Kräfte besitzen keinen Schnittpunkt. Für die Summe ihrer Beträge gilt $F_R = F_1 + F_2$

Die Wirkungslinie der Resultierenden teilt den Abstand beider Kräfte im umgekehrten Verhältnis beider Kräfte.

Hinweis:

Bei antiparallelen Kräften liegt die Resultierende außerhalb und nicht zwischen den beiden Kräften!

Die Wirkungslinien paralleler Kräfte haben keinen Schnittpunkt. Man addiert daher zu jeder Kraft eine Hilfskraft.

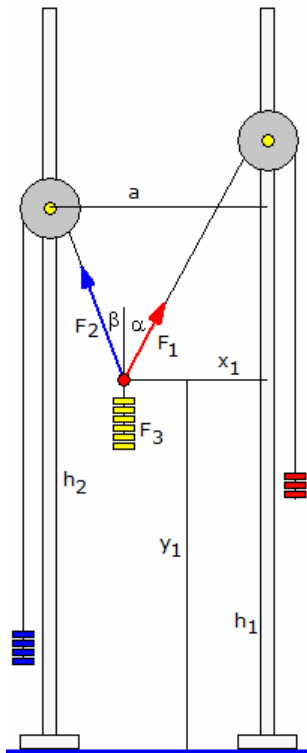
Die Hilfskräfte müssen den gleichen Betrag und die entgegengesetzte Richtung haben; sie heben sich dann gegenseitig auf und ändern nichts am Resultat.

Dann addiert man die Resultierenden aus Kraft und jeweiliger Hilfskraft wie Kräfte mit verschiedenen Angriffspunkten zur Gesamtergebnierenden. Die

Abstände der beiden Ausgangskräfte zur Gesamtergebnierenden sind umgekehrt proportional zu den Beträgen der Kräfte.

Kräfte mit verschiedenen Angriffspunkten

Diese Kräfte verschiebt man auf ihren Wirkungslinien bis zu ihrem Schnittpunkt und wendet darauf das Kräfteparallelogramm an.



Gleichgewicht dreier Kräfte

Über zwei Rollen sind zwei Massestücke m_1 , m_2 mit einem dritten Massestück m_3 wie in der Abbildung verbunden.

Das System befindet sich dabei im Gleichgewicht.

Sind die Gewichtskräfte der drei Massen F_1 , F_2 und F_3 , so gilt dann für die einstellenden Winkel α und β

$$\cos \alpha = (F_1^2 + F_3^2 - F_2^2) / (2 F_1 F_3)$$

$$\cos \beta = (F_2^2 + F_3^2 - F_1^2) / (2 F_2 F_3)$$

Für die Lage der Masse m_3 erhält man dann, wenn h_1 und h_2 die Höhen der Rollen und a der waagerechte Abstand der Rollen sind:

$$y_1 = h_2 - (a - (h_1 - h_2) \tan \beta) / (\tan \alpha + \tan \beta)$$

$$x_1 = \tan \alpha (a - (h_1 - h_2) \tan \beta) / (\tan \alpha + \tan \beta)$$

Sind m_1 und m_2 gleich groß und die Höhen der Rollen ebenfalls gleich groß, so befindet sich die Masse m_3 genau in der Mitte zwischen den senkrechten Stäben. Ist m_3 größer oder gleich der Summe von m_1 und m_2 , so ist das System nicht stabil.

Kraft entlang einer vorgegebenen Richtung

Gegeben ist die Kraft $F^{\rightarrow} = (2 \mid 2 \mid -7)$, die auf eine Masse wirkt, die sich nur entlang der Richtung $s^{\rightarrow} = (-1 \mid -1 \mid -1)$ bewegen kann. Gesucht sind die Beschleunigungskraft, die Stärke der Kraft sowie die verrichtete Arbeit.

Lösung: Die Beschleunigungskraft ergibt sich durch die Projektion der Kraft F^{\rightarrow} in Richtung der Bewegung. Zur Bestimmung dieser Kraft berechnet man das Skalarprodukt von F^{\rightarrow} mit s^{\rightarrow} : $F^{\rightarrow} \cdot s^{\rightarrow} = (2 \mid 2 \mid -7) \cdot (-1 \mid -1 \mid -1) = 3$

$$|s^{\rightarrow}|^2 = 3.$$

Die Beschleunigungskraft ergibt sich aus der Projektionsformel

$$F_s^{\rightarrow} = 3/3 (-1 \mid -1 \mid -1) = (-1 \mid -1 \mid -1) \quad \text{und} \quad |F_s^{\rightarrow}| = \sqrt{3}$$

Die verrichtete Arbeit W ergibt sich durch die Formel $W = F^{\rightarrow} \cdot s^{\rightarrow} = 3$.

Schwerpunkt eines Körpers

Der Schwerpunkt eines Körpers ist der Angriffspunkt der Resultierenden aller seiner Teilgewichtskräfte. Der Schwerpunkt kann auch außerhalb des Körpers liegen.

Schwerpunktkoordinaten, Volumenschwerpunkt

$$x_s = (\sum x \Delta V) / V \quad y_s = (\sum y \Delta V) / V \quad z_s = (\sum z \Delta V) / V$$

Voraussetzung: homogener Körper, d.h. die Dichte ist an Stellen gleich Koordinaten x, y, z der Schwerpunkte der einzelnen Elemente, ΔV Volumen dieser Elemente

Schwerpunktkoordinaten inhomogener Körper

$$x_s = 1/V \int x \, dV \quad y_s = 1/V \int y \, dV \quad z_s = 1/V \int z \, dV$$

Massenmittelpunkt

Dichte ρ , Masse m , Länge l des Körpers

Abstand Schwerpunkt S von der y-z-Ebene

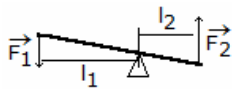
Abstand Schwerpunkt S von der x-z-Ebene

Abstand Schwerpunkt S von der x-y-Ebene

$$x = \int \rho x \, dV / \int \rho \, dV = \int x \, dm / \int dm$$

$$y = \int \rho y \, dV / \int \rho \, dV = \int y \, dm / \int dm$$

$$z = \int \rho z \, dV / \int \rho \, dV = \int z \, dm / \int dm$$



Goldene Regel der Mechanik

"Was an Kraft gespart wird, muss an Weg zugesetzt werden."

d.h. soll durch eine Maschine die aufzubringende Kraft verringert werden, so muss ein längerer Kraftweg in Kauf genommen werden

Einfache Maschinen können die Größe (den Betrag) oder die Richtung einer Kraft, die für eine bestimmte Arbeit notwendig ist, ändern, jedoch nicht die notwendige physikalische Arbeit.

Hebel

Ein Hebel ist ein starrer, um eine Achse drehbarer Körper.

einseitig ... Drehpunkt an einem Ende

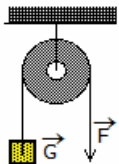
zweiseitig ... Drehpunkt zwischen den angreifenden Kräften

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

"Kraft x Kraftarm = Last x Lastarm"

Kraft F_1 , Last F_2 , Kraftarm l_1 , Lastarm l_2

Bilden beide Hebelarme einen Winkel $< 180^\circ$, so spricht man von einem Winkelhebel. Die Kraftarme sind dabei die senkrechten Abstände der Angriffspunkte der Kräfte zum Drehzentrum. Ist der Lastarm kürzer als der Kraftarm, verringert ein Hebel die wirkende Kraft.



Feste Rolle

Eine feste Rolle wirkt als zweiseitiger gleicharmiger Hebel.

Eine feste Rolle kann die Richtung einer Kraft beliebig ändern, nicht aber deren Größe

$$\text{Kraft} = \text{Last}; F = G$$

$$\text{Kraftweg} = \text{Lastweg}$$

Lose Rolle

Eine lose Rolle wirkt als einseitiger Hebel.

$$\text{Kraft} = \text{halbe Last}$$

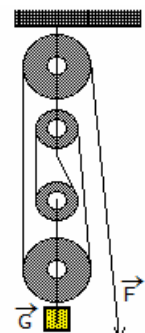
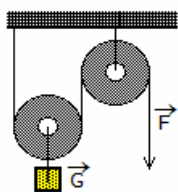
$$F = G/2$$

$$\text{Kraftweg} = 2 \cdot \text{Lastweg}$$

Im Falle des Gleichgewichtes wirken am Drehpunkt die zueinander

$$F \cdot 2r = G \cdot r$$

gleichen Drehmomente
Eine lose Rolle ändert die Größe der erforderlichen Kraft, aber nicht deren Richtung



Flaschenzug

Ein Flaschenzug besteht aus insgesamt n Rollen. Die Last verteilt sich auf n Seile.

$$\text{Kraft} = \text{Last} / n$$

$$\text{Kraftweg} = n \cdot \text{Lastweg}$$

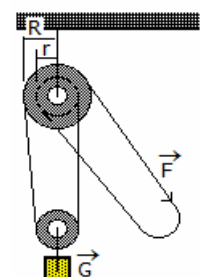
Differenzialflaschenzug

$$F = G (R - r) / (2R)$$

$$F = G/2 \cdot (1 - r/R)$$

Radius R der größeren Rolle, r der kleineren Rolle

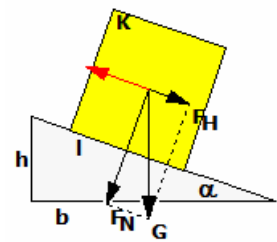
Ein Differenzialflaschenzug besteht aus einer festen Doppelrolle und einer losen Rolle.



Geneigte Ebene

Eine gegen die Waagerechte geneigte Ebene wird in der Physik als geneigte oder schiefe Ebene bezeichnet. Die senkrecht nach unten wirkende Gewichtskraft G eines

Körpers auf der geneigten Ebene lässt sich in die parallel zur Ebene wirkende Hangabtriebskraft F_H und die senkrecht zur Ebene wirkende Normalkraft F_N zerlegen.



Gewichtskraft G des Körpers, Basis b der Ebene, Länge l der Ebene, Höhe h der Ebene, Neigungswinkel α

Hangabtriebskraft F_H wirkt parallel zur geneigten Ebene, Normalkraft F_N wirkt rechtwinklig zur Ebene

$$F_H : G = h : l$$

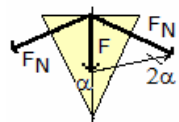
$$F_H = G \cdot h / l = G \sin \alpha$$

$$F_N : G = b : l$$

$$F_N = G \cdot b / l = G \cos \alpha$$

Anstieg der geneigten Ebene $h:b = \tan \alpha$; auch Steigung oder Gefälle genannt

Neigung der geneigten Ebene $h:l = \sin \alpha$; auch Steilheit genannt

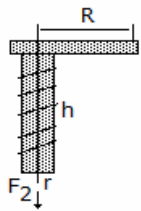


Keil

Kraft F auf den Keilrücken, Flankenkraft F_N , Keilrückenbreite r , Flankenlänge s , halber Keilwinkel α

Die von den Flanken ausgeübten seitlichen Kräfte stehen senkrecht auf den Flanken.

$$F_N = F \cdot s / r = F / (2 \sin \alpha)$$



Schraube

Eine Schraube ist im Prinzip eine um eine Achse gewickelte geneigte Ebene. Im Abstand R wirkende, zur Drehung notwendige Kraft F , Kraft F_2 in Achsrichtung, Ganghöhe h der Schraube, mittlerer Gewinderadius r , Neigungswinkel α der abgewickelten geneigten Ebene

$$F = F_2 \sin \alpha \quad \text{mit} \quad \tan \alpha = h / r$$

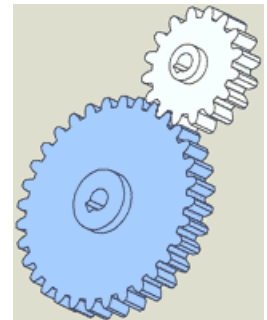
$$F = F_2 \cdot h / (2\pi R)$$

Zahnradgetriebe

Ein Getriebe ist ein Maschinenelement, mit dem Bewegungen, Kräfte oder Drehmomente geändert werden. Schaltgetriebe im Auto oder beim Räderwerk einer Uhr sind vorwiegend Zahnradgetriebe.

Ein Zahnrad ist ein Rad mit über den Umfang gleichmäßig verteilten Zähnen. Es wird zur Übertragung zwischen zwei Drehungen oder einer Drehung und einer geradlinigen Bewegung verwendet.

Bei altägyptischen Göpeln findet man die älteste Form des Zahnrades. Ein Zahnradgetriebe erwähnt bereits 330 v.u.Z. Aristoteles. Sicher ist die Anwendung bei Heron von Alexandria. Seit dem 9. Jahrhundert erfolgte in Europa der Einsatz von Zahnrädern in Wassermühlen, ab dem 12. Jahrhundert auch in Windmühlen. In Manuskripten Leonardo Da Vincis finden sich um 1500 Zahnräder in verschiedenen Anwendungen.



Haben die zwei Zahnräder eines Zahnradgetriebes die Zähnezah z_1 und z_2 und entsprechend die Durchmesser d_1 und d_2 , so gilt vereinfacht das erste Verzahnungsgesetz

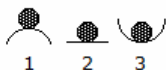
$$i = z_1 / z_2 = \omega_{an} / \omega_{ab} = d_1 / d_2 = \text{konstant}$$

i wird Getriebeübersetzung genannt, ω_{an} und ω_{ab} sind die Winkelgeschwindigkeiten des Antriebs und Abtriebs.

Die Form der Zähne ist von großer Bedeutung für die Güte des Getriebes. U.a. unterscheidet man ein gerades Zahnprofil, Evolventenverzahnung und Zykloidenverzahnung.

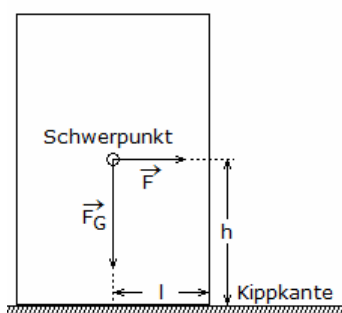
Beispiel: Bei einem Zahnradgetriebe sind die Durchmesser der beteiligten Räder $d_1 = 50$ cm und $d_2 = 25$ cm. Wie oft dreht sich das große Rad in einer Sekunde (Frequenz), wenn sich das kleine 10 mal pro Sekunde dreht?

Lösung: Die Umdrehungszahl u pro Sekunde ist umso größer je kleiner der Durchmesser d des Rades ist, d.h. $u_1 = u_2 \cdot d_1 / d_2$ und $u_1 = 5$ 1/s.



Gleichgewichtsarten

1. Gleichgewicht ist labil, d.h. der Schwerpunkt senkt sich
2. Gleichgewicht ist indifferent, d.h. der Schwerpunkt bleibt in gleicher Höhe
3. Gleichgewicht ist stabil



Gleichgewichtsbedingung

Durch die auf einen Körper wirkenden Kräfte kann dieser sowohl in eine fortlaufende Bewegung oder in eine Drehbewegung versetzt werden. Damit sich ein Körper im Gleichgewicht befindet, müssen die Bedingung erfüllt sein:

1. Die Resultierende aller auf den Körper wirkenden Kräfte muss gleich Null sein.
2. Die Summe aller Drehmomente muss gleich Null sein.

Standfestigkeit

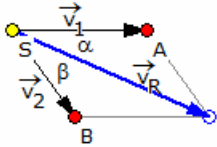
Mit dem Begriff Standfestigkeit werden die Fragen, wann ein Körper stehen bleibt bzw. unter welchen Bedingungen er kippt, physikalisch erfasst.

Für das Kippen eines Körpers ist ein Kippmoment notwendig, das mindestens die Größe des Standmoments des Körpers haben muss.

$$\text{Standmoment } G \cdot l \quad \text{Kippmoment } F \cdot h$$

Ein Körper ist labil (Kippbedingung) wenn $G \cdot l = F \cdot h$

Höhe h der Kraft über der Grundfläche, senkrechter Abstand l Kippkante ... Schwerpunktslot, Gewichtskraft G des Körpers, angreifende Kippkraft F



Bewegungsarten

Eine Translation ist eine geradlinige Bewegung.

Art Geschwindigkeit, Beschleunigung

gleichförmig	$v = \text{konstant}, a = 0$
gleichmäßig beschleunigt	v ändert sich gleichmäßig, $a = \text{konstant}$
ungleichmäßig beschleunigt	v ändert sich ungleichmäßig, a ändert sich

Zusammengesetzte Bewegung

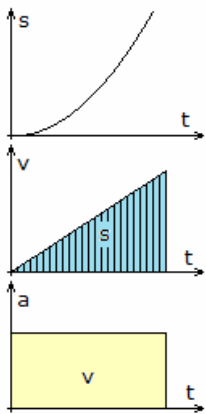
Ein Körper kann mehrere Translationsbewegungen gleichzeitig ausführen. Beschleunigung, Geschwindigkeit und Weg addieren sich vektoriell.

$$v_R = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2 \cos(\alpha + \beta)} \quad v_R = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}, \text{ wenn } \alpha + \beta = 90^\circ$$

Geradlinige, gleichförmige Bewegung

$$v = s/t = \text{konstant} \quad a = 0 \quad s = v \cdot t + s_0$$

zurückgelegter Weg s , benötigte Zeit t , konstante Geschwindigkeit v



Geradlinige, gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Größen: Weg s , Zeit t , Geschwindigkeit v , mittlere Geschwindigkeit v_m und Beschleunigung a

aus der Ruhe

$$v = a \cdot t \quad v = \sqrt{2 a s}$$

$$a = v/t \quad s = v \cdot t/2$$

$$s = a \cdot t^2/2$$

mit Anfangsgeschwindigkeit v_0

$$v = a \cdot t + v_0 \quad v_m = (v + v_0) / 2$$

$$a = \Delta v / \Delta t \quad a = (v^2 - v_0^2) / (2s)$$

$$s = (v + v_0) t / 2 \quad t = (2 v_0 - \sqrt{4v_0^2 + 8as}) / (-2a)$$

mit Anfangsweg s_0

$$s = a \cdot t^2/2 + v_0 \cdot t + s_0$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2a(s - s_0)}$$

Durchschnittsgeschwindigkeit $[v] = at/2 = s/t$

Beschleunigungswerte in m/s^2

Anfahren von Güterzügen $\sim 0,08$

Anfahren von Straßenbahnen $\sim 0,18$

Anfahren von Schnellzügen $\sim 0,20$

Anfahren einer U-Bahn $\sim 0,60$

Bremsen von Schnellzügen $\sim -0,40$

Bremsen einer U-Bahn ~ -1

Bremsen eines Autos $\sim -3..5$

Ungleichförmige Bewegung

Momentangeschwindigkeit

$$v = ds/dt = s' \quad s = t_1 \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

Durchschnittsgeschwindigkeit

$$\bar{v} = s/t = \Delta s / \Delta t = (s_2 - s_1) / (t_2 - t_1)$$

Momentanbeschleunigung

$$a = dv/dt = d^2s/dt^2 = v'' = s''$$

$$v = t_1 \int_{t_1}^{t_2} a dt$$

Durchschnittsbeschleunigung

$$\bar{a} = v/t = \Delta v / \Delta t = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)$$

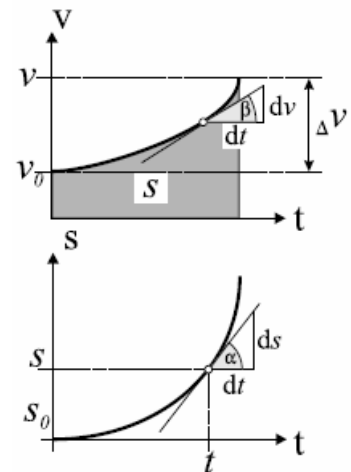
Beschleunigte Bewegung, Beispiele

Aufgabe 1

Welche durchschnittliche Verzögerung erfährt ein Wasserspringer, wenn er aus h Meter Höhe ins Wasser springt und dabei s Meter tief eintaucht?

Lösung: Die Eintauchgeschwindigkeit ergibt sich aus $v = \sqrt{2g h}$, die gleichförmige Verzögerung zu $a = v^2/(2s)$. Damit wird $a = \sqrt{(2g h)^2} / (2s) = h/s g$

Beispiel:



Bei einem 5 m Sprung und der Eintauchtiefe 4 m ergibt sich als Verzögerung etwa ein Viertel mehr als der Erdbeschleunigung, konkret $12,2 \text{ m/s}^2$. Die Todesspringer von Acapulco springen aus 40 m Höhe und können maximal 3,60 m tief eintauchen. Dies ergibt etwa $11g$!

Aufgabe 2

Wie groß ist die durchschnittliche Verzögerung in g bei einem Auffahrunfall mit $v \text{ km/h}$?

Lösung:

Die Lösung ergibt sich aus dem oberen Beispiel. Die Deformation der Motorhaube und die Wirkung des Airbags ergibt im Durchschnitt einen Bremsweg von 0,8 Meter. Damit wird $a = v^2/1,6$

Beispiel:

Bei "nur" 72 km/h Auffahrgeschwindigkeit ergeben sich mehr als 25 g! Dies ist nur etwas weniger als der maximale Wert von 30 g, den ein Mensch kurzzeitig überleben kann.

Selbst bei 30 km/h wirkt auf den Fahrer eine Verzögerung von mehr als 4 mal der Erdbeschleunigung. Aus diesem Grund muss(!) selbst bei geringen Geschwindigkeiten der Gurt angelegt werden, da kaum jemand das Vierfache seines Körpergewichtes mit den Händen abstützen kann.



Elefantenrennen, beschleunigte Bewegung

Aufgabe: Auf der Autobahn erlebt man immer wieder ein "Elefantenrennen". Ein LKW A fährt mit konstanten 110 km/h, ein LKW B fährt mit gleicher Geschwindigkeit hinter A. Dann zieht LKW B auf die Überholspur und beschleunigt mit $a = 0,2 \text{ m/s}^2$, bis er 120 km/h fährt.

Er hält beim Aus- und Einscheren den Sicherheitsabstand ein. Die Länge der LKWs (Zug mit Anhänger) soll jeweils 20 m betragen.

Wie lange dauert der Überholvorgang? Welchen Weg nimmt der

Überholvorgang mit Sicherheitsabstand ein?

Lösung: Für die Beschleunigungszeit wird $v = 120 \text{ km/h} = 110 \text{ km/h} + 0,2 \text{ m/s}^2 t \Rightarrow t = 13,5 \text{ s}$.

Rechnet man für den Sicherheitsabstand mit der "2-Sekunden-Regel" wird bei 110 km/h: $a = 110 \text{ km/h} \cdot 2 \text{ s} = 61 \text{ m}$.

Während der Beschleunigung hat der LKW B eine Strecke von

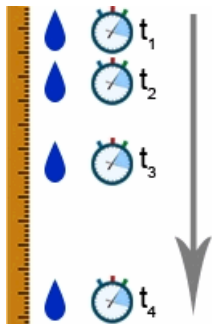
$$s_B = 110 \text{ km/h} \cdot 13,9 \text{ s} + 1/2 \cdot 0,2 \text{ m/s}^2 \cdot 13,9^2 \text{ s}^2 = 444 \text{ m}$$

zurückgelegt. LKW A fährt in dieser Zeit $s_A = 110 \text{ km/h} \cdot 13,9 \text{ s} = 424,72 \text{ m}$.

Da der LKW B aber $61 \text{ m} + 20 \text{ m} + 61 \text{ m} + 20 \text{ m} = 162 \text{ m}$ mehr als LKW A zurücklegen muss, verbleiben noch 142,68 m, die LKW B mit 120 km/h gleichförmig fahren muss. Dafür benötigt er die Zeit

$$t = 142,68 \text{ m} / 120 \text{ km/h} = 51,36 \text{ s}$$

Der Überholvorgang dauert damit insgesamt 65 s. In dieser Zeit ist LKW A eine Strecke von $s = 110 \text{ km/h} \cdot 65 \text{ s} = 1994 \text{ m}$ gefahren, d.h. das Überholmanöver spielt sich auf fast 2 Kilometer Länge ab.



Freier Fall

Als freier Fall ist die durch die Erdanziehungskraft, der Schwerkraft, bewirkte Bewegung eines Körpers frei vom Einfluss weiterer Kräfte definiert.

Fallgeschwindigkeit v nach Ablauf der Zeit t , Fallhöhe h

$$\text{Fallbeschleunigung } g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

$$h = vt / 2 = gt^2 / 2$$

$$v = gt$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes! Im Vakuum fallen alle Körper gleich schnell!

Die Vorstellung Aristoteles, dass schwere Körper schneller als leichte fallen, wurde erstmals 1554 durch Giovanni Benedetti (1530-1590) widerlegt.

Sein Gedankenexperiment: Zwei gleiche Kugeln, die durch eine masselose Stange fest verbunden werden, fallen mit derselben Geschwindigkeit wie jede der beiden Kugeln allein.

Abhängigkeit der Fallbeschleunigung

von der geografischen Breite ϕ

$$g_\phi = g_0 - 0,052 \cos^2 \phi$$

vom Abstand zum Erdmittelpunkt

$$g_r = r_E^2/r^2 \cdot g_0$$

Abstand r vom Erdmittelpunkt

von der Höhe über der Erdoberfläche

$$g_h = g_0 - 3 \cdot 10^{-6} h$$

Höhe h in m, unter der Bedingung h/r_E ist sehr klein

Fallgeschwindigkeit eines Körpers

Ein Körper der Masse m fällt frei aus der Höhe h_0 mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 . Zu jedem Zeitpunkt t gilt für die Bewegung, dass die Gesamtenergie, die Summe aus kinetischer und potentieller Energie, konstant bleibt. Es gilt:

$$E(t = 0) = m \cdot g \cdot h_0 + 1/2 mv_0^2$$

$$E(t > 0) = m \cdot g \cdot h + 1/2 mv^2$$

und damit

$$m \cdot g \cdot h_0 + 1/2 mv_0^2 = m \cdot g \cdot h + 1/2 mv^2$$

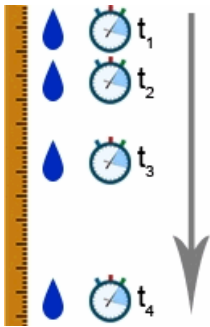
$$2g \cdot h_0 + v_0^2 = 2g \cdot h + v^2$$

$$v = \sqrt{2g \cdot (h_0 - h) + v_0^2}$$

Ist die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$, reduziert sich die Gleichung auf

$$v = \sqrt{2g \cdot (h_0 - h)}$$

Die Geschwindigkeit v ergibt sich dann bei der Höhe h als Wurzelfunktion.



Aufgaben zum freien Fall

Aufgabe 1: Aus welcher Höhe müssen Fallschirmspringer zu Übungszwecken frei herabspringen, um mit derselben Geschwindigkeit (7 m/s) anzukommen wie beim Absprung mit Fallschirm aus großer Höhe?

Lösung:

Es muss die Höhe berechnet werden, aus der ein Körper fallen muss, damit er mit 7 m/s auf dem Boden aufkommt. Es gilt das Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung: $s = g/2 t^2$

Da in dieser Gleichung die Geschwindigkeit nicht enthalten ist, wird das Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz genutzt $v = gt$

Nach t umstellen und einsetzen ergibt

$$s = g/2 v^2/g^2 = v^2 / (2g) = 2,5 \text{ m}$$

Die Fallschirmspringer müssen aus einer Höhe von 2,5 m springen, um mit 7 m/s auf dem Boden aufzukommen.

Aufgabe 2: Von der Spitze eines Turmes lässt man einen Stein fallen. Nach 4 Sekunden sieht man ihn auf dem Boden aufschlagen.

a) Wie hoch ist der Turm?

b) Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Stein auf den Erdboden auf?

c) Nach welcher Zeit hat der Stein die Hälfte seines Fallweges zurückgelegt?

d) Welche Zeit braucht der Stein zum Durchfallen der letzten 20 m?

e) Nach welcher Zeit (vom Loslassen aus gerechnet) hört man den Stein aufschlagen? Die Schallgeschwindigkeit sei 320 m/s.

Lösung: $s = 78,5 \text{ m}$; $v = 39,2 \text{ m/s} = 141,3 \text{ km/h}$; $t = 2,83 \text{ s}$; $t = 0,56 \text{ s}$; $t = 4,25 \text{ s}$

Der Turm ist 78,5 m hoch. Der Stein trifft mit einer Geschwindigkeit von 141,3 km/h auf dem Erdboden auf. Der Stein hat nach 2,83 s die Hälfte der Fallstrecke zurück gelegt. Für die letzten 20 m benötigt der Stein 0,56 s. Man hört den Stein nach 4,25 s aufschlagen.

Freier Fall mit Reibung

Luft bremst den freien Fall, als würde eine geschwindigkeitsabhängige Beschleunigung a_r entgegen der Fallrichtung wirken. Für Fallgeschwindigkeit $<$ Schallgeschwindigkeit gilt: $|a_r| \sim v^2$

Für kleine $v \rightarrow a_r$ ist gering. Steigt v , so wird Moment erreicht, wo a_r die Fallbeschleunigung g kompensiert

konstante Grenzgeschwindigkeit einer Kugel

$$v_g < \sqrt{(2mg / (\rho A))}$$

ρ ... Luftdichte, A ... Querschnitt der Kugel, m ... Masse der Kugel

v_g wird erreicht zum Zeitpunkt

$$t_g > \sqrt{(2m / (\rho A g))}$$

Luftwiderstandszahlen $c(w)$

Fallschirm	1,4	Halbkugel offen	1,33
Halbkugel	0,35	Kugel	0,45
Platte senkrecht	1,11	Schale	1,5
Scheibe	1,1	Stromlinienkörper	0,06
Zylinder quer	0,6	Zylinder senkrecht	0,9

Rechts wird ein freier Fall evtl. mit Reibung berechnet. Dazu sind die Berechnungszeit t und die Luftwiderstandszahl $c(w)$ einzugeben.

Aufgabe 3: Um die Tiefe eines Brunnens zu bestimmen, lässt man einen Stein hineinfallen. Nach 3 s hört man den Stein unten auftreffen.

a) Wie tief ist der Brunnen, wenn die Schallgeschwindigkeit 330 m/s beträgt?

b) Beurteilen Sie, ob es eventuell ausreicht, die Zeit, die der Schall nach oben benötigt, zu vernachlässigen.

Lösung: In der gemessenen Zeit fällt der Stein im freien Fall nach unten und der Schall kommt in einer gleichförmigen Bewegung nach unten. Gesamtzeit $t_{ges} = t_1 + t_2$

Die Wege für beide Bewegungen sind jeweils gleich und die gesuchte Brunnentiefe $s = s_1 = s_2$. Die einzelnen Wege berechnen sich nach den entsprechenden Weg-Zeit-Gesetzen:

freier Fall: $s_1 = g/2 t_1^2$

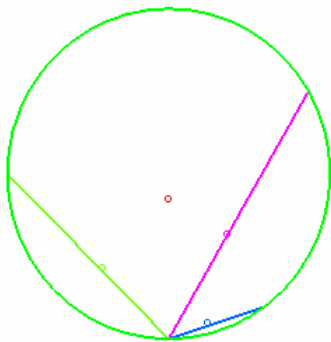
Schall: $s_2 = v_s t_2$

Gleichsetzen $g/2 t_1^2 = v_s t_2$

Eine Zeit ist mit $t_2 = t_{ges} - t_1$ ersetzbar

$$g/2 t_1^2 = v_s (t_{ges} - t_1)$$

Die Lösung der quadratischen Gleichung wird $t_1 = -v_s/g \pm \sqrt{(v_s/g)^2 + (2v_s t_{ges})/g}$
 Im konkreten Beispiel ergeben sich für t_1 die Lösungen 2,877 s und -70,155 s. Der zweite, negative Wert ist sinnlos und wird weggelassen. Der Stein fällt 2,877 s nach unten. Damit bleiben für den Weg nach oben noch 0,123 s übrig.
 Für den Weg folgt dann $s = 40,6$ m. Der Brunnen ist 40,6 m tief.



Synchrone Kurven

Durch Galilei wurde die Frage aufgeworfen, von welchen Orten ein Massenpunkt ohne Anfangsgeschwindigkeit starten muss, um stets nach gleicher Zeit an einem tiefergelegenen Zielpunkt anzukommen. Die Menge dieser Anfangspunkte bildet eine synchrone Kurve, deren einfachste einen Kreis darstellt.

Nachweis: Gegeben sei ein Kreis mit dem Radius r und dem Mittelpunkt in $(0; 0)$. Der Zielpunkt hat dann die Koordinaten $(0; -r)$. Ein beliebiger Startpunkt habe die Koordinaten $(x; y)$ mit $y = \sqrt{r^2 - x^2}$. Dann wird

Anstieg der Sehne $m = (\sqrt{r^2 - x^2} + r)/x$
 Länge der Sehne $l = \sqrt{x^2 + (y+r)^2}$

Beschleunigung $a = g \sin(\arctan(m))$
 Bewegungszeit $t = \sqrt{2l / a}$
 Einsetzen ergibt $t = 2 \sqrt{((r \sqrt{r^2 - x^2} + r) \sqrt{(r - \sqrt{r^2 - x^2})/r}) / (gx)}$
 und nach Vereinfachen $t = 2 \sqrt{r / g}$

einen vom Startpunkt unabhängigen Wert, d.h. die Bewegungszeit ist für alle Punkte des Kreises gleich groß und entspricht der reinen Fallzeit für eine Strecke von $2r$.

Weitere Kurven, bei denen Massenpunkte auf bestimmten Kurven gleiche Bewegungszeiten besitzen sollen, sind die Isochrone und Tautochrone.

Senkrechter Wurf ($g=a$)

Achtung! Ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes!

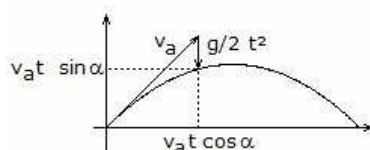
Wurf nach unten ... gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit $a = g$ und der Anfangsgeschwindigkeit v_0
 $h = (v_0 + v) \cdot t / 2 = v_0 t + gt^2 / 2$ $v = v_0 + gt = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$

Wurf nach oben ... gleichmäßig verzögerte Bewegung mit $a = -g$
 $h = v_0 t - gt^2 / 2$ $v = v_0 - gt = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$
 Maximale Steighöhe $s = v_0^2 / (2g)$ Steigzeit $t = v_0 / g$

Waagerechter Wurf, Horizontaler Wurf

Der waagerechte Wurf setzt sich aus einer gleichförmigen Translation (x-Richtung) und dem freien Fall (y-Richtung) zusammen.

Geschwindigkeit $v = \sqrt{v_0^2 + (g \cdot t)^2}$ Parabelgleichung $y = -g / (2v_0^2) x^2$
 Parameterdarstellung $x = v_0 \cdot t$; $y = -g / 2 \cdot t^2$
 Richtung der Momentangeschwindigkeit $\tan \alpha = gt / v_0$
 Wurfweite, wenn h Anfangshöhe ist $s = v_0 t = v_0 \sqrt{2h/g}$
 Fallhöhe $h = gt^2 / 2$



Schräger Wurf

Der schräge Wurf setzt sich aus je einer gleichförmigen Bewegung in x- und y-Richtung und dem freien Fall in y-Richtung zusammen.

Ortskoordinaten

$x = v_a \cdot t \cdot \cos \alpha$ $y = v_a \cdot t \cdot \sin \alpha - g / 2 t^2$
 $v = \sqrt{v_a^2 + g^2 t^2 - 2v_a g t \sin \alpha}$

Wurfparabel

$y = \tan \alpha \cdot x - g / (2v_a^2 \cos^2 \alpha) \cdot x^2$

Auf der unteren Abbildung sind die Wurfparabeln bei einem Ausbruch des Vulkans Ätna gut zu erkennen.

Abbildung: Ausbruch des Ätnas



Bahngeschwindigkeit $v_B = \sqrt{v_a^2 - 2gh}$
 Geschwindigkeit in x-Richtung $v_x = v_a \cos \alpha$
 Geschwindigkeit in y-Richtung $v_y = v_a \sin \alpha - g \cdot t$
 zurückgelegter Weg $s = v_a t \cos \alpha$
 Steigzeit $t = v_a / g \cdot \sin \alpha$
 Steighöhe $s = v_a^2 / (2g) \cdot \sin^2 \alpha$

Wurfzeit $t = 2v_a / g \cdot \sin \alpha$

Wurfweite $s = v_a^2 / g \cdot \sin (2\alpha)$

Erfolgt ein schräger Wurf aus einer Anfangshöhe $h_0 > 0$, so werden die Gleichungen wesentlich anspruchsvoller.

Für die maximale Reichweite mit einer Anfangshöhe h_0 wird

$$\beta_{\max} = \arcsin(v_0 / \sqrt{2v_0^2 + 2gh_0}) = \arccos \sqrt{(v_0^2 + 2gh_0) / (2v_0^2 + 2gh_0)} = \operatorname{arccot} \sqrt{(1 + 2gh_0/v_0^2)}$$

Die 2. Gleichung folgt aus der Darstellung des Arkussinus, die dritte durch Division der ersten und zweiten.

Die Anfangshöhe darf höchstens so tief unter dem Ziel liegen, dass dieses bei einem senkrechten Wurf mit der Wurfweite 0 gerade noch erreicht werden kann, d.h. $h_0 \geq -v_0^2/(2g)$

Die von der Abwurfhöhe h_0 abhängige maximale horizontale Wurfweite beträgt

$$R_{\max}(v_0, h_0) = v_0/g \sqrt{(v_0^2 + 2gh_0)}$$

bei einer Flugdauer

$$t = 1/g \sqrt{(2v_0^2 + 2gh_0)}$$

Aus der Gleichung der maximalen Wurfweite folgt für die minimale Abwurfgeschwindigkeit für vorgegebene Abwurfhöhe und Wurfweite

$$v_0(R, h_0) = \sqrt{(g \sqrt{(R^2 + h_0^2)} - gh_0)}$$

und für den optimalen Abwurfwinkel

$$\beta(R, h_0) = \arcsin \sqrt{(1/2 - h_0 / (2 \sqrt{(R^2 + h_0^2))})}$$

und die Flugdauer

$$t = \sqrt{(2/g \sqrt{(R^2 + h_0^2)})}$$

Für $h_0 = 0$ ergeben sich die bekannten Formeln.

Ballistische Kurve

In der Realität weicht die ballistische Flugbahn von der Parabelform aus zwei Gründen ab: Luftwiderstand und Inhomogenität des Schwerfeldes.

Die Atmosphäre wirkt auf die Bewegung bremsend. Die Abweichung ist umso stärker, je höher die Geschwindigkeit ist. Außerdem sind die Lotlinien der rückwirkenden Gewichtskraft nicht parallel, sondern laufen im Erdzentrum zusammen. Auch im Vakuum würde damit keine Parabel entstehen, sondern eine Keplerellipse mit einem Brennpunkt im Erdzentrum.

Ein Körper werde mit der Geschwindigkeit v_{gesamt} unter dem Winkel β schräg nach oben geworfen. Um den Luftwiderstand F_{Reibung} berechnen zu können, müssen auch Form C_w -Wert, Masse m und Querschnittsfläche A des Körpers bekannt sein.

Die horizontale und vertikale Komponente der Anfangsgeschwindigkeit lauten

$$v_x = v_{\text{gesamt}} \cos \beta ; v_y = v_{\text{gesamt}} \sin \beta$$

Diese Werte sind nur beim Start interessant, da v_x durch den Luftwiderstand kleiner wird. Zur Berechnung der tatsächlichen Geschwindigkeit muss die Windkraft ermittelt werden.

$$F_{\text{Reibung}} = 0,5 \rho_{\text{Luft}} C_w A (v_x^2 + v_y^2)$$

Diese Reibungskraft bewirkt eine Beschleunigung, die der Geschwindigkeitsrichtung immer genau entgegengesetzt gerichtet ist. Für die aktuelle Flugrichtung wird

$$\beta = \arctan v_y/v_x$$

Die zueinander senkrechten Komponenten dieser Beschleunigung sind

$$a_x = - \cos \beta F_{\text{Reibung}} / m ; a_y = -g + \sin \beta F_{\text{Reibung}} / m$$

Für einen Zeitschritt dt wird damit für Geschwindigkeit und Ort

$$v_{x \text{ neu}} = v_{x \text{ alt}} + a_x dt ; v_{y \text{ neu}} = v_{y \text{ alt}} + a_y dt$$

$$x_{\text{neu}} = x_{\text{alt}} + v_x dt ; y_{\text{neu}} = y_{\text{alt}} + v_y dt$$

Für eine exakte analytische Lösung muss dieses Differenzialgleichungssystem gelöst werden.

Wurf mit Reibung, Ballistische Kurve

Gegeben sei ein Körper mit dem Radius r , der Masse m und einem c_w -Wert. Wird der Körper mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 unter dem Abwurfwinkel ϕ schräg in Luft mit den Normalbedingungen $T = 0^\circ\text{C}$, $p = 1092 \text{ hPa}$, Dichte $\rho = 1,293 \text{ kg/m}^3$, geworfen, so ergibt die Lösung der zugehörigen Differenzialgleichung:

1) A sei die Stirnfläche der Körpers, d.h. die Fläche der Körpers in Bewegungsrichtung. Dann sei $k = 1/2 \rho c_w A$ und $v^* = \sqrt{(mg / k)}$

2) Die Anfangsgeschwindigkeit v_0 zerfällt dann in den waagerechten Geschwindigkeitsanteil dx_0/dt und den senkrechten Anteil dy_0/dt . t_u sei die Umkehrzeit bis zum Erreichen der höchsten Punktes, für die wird $t_u = v^*/g \arctan (dy_0/dt / v^*)$

3) Für die waagerechte Bewegung gilt dann

$$x(t) = m/k \ln (k/m dx_0/dt t + 1) = v^{*2}/g \ln (1 + dx_0/dt g t / v^{*2})$$

4) Die senkrechte Bewegung verläuft in zwei Phasen, zum einen aufwärts bis zum Zeitpunkt t_u , zum anderen abwärts ab t_u .

$$t < t_u \quad y(t) = v^{*2}/g (\ln \cos (g (t - t_u) / v^*) - \ln \cos (g t_u / v^*))$$

$$t > t_u \quad y(t) = v^{*2}/g (-g (t - t_u) / v^* - \ln ((1/2 + 1/2 \exp(-2g (t-t_u) / v^*)) \cos (g t_u / v^*)))$$

Rotation

Winkelgeschwindigkeit ω , Winkelbeschleunigung α

gleichförmige Rotation ω konstant, $\alpha=0$

gleichmäßig beschleunigte Rotation ω ändert sich gleichmäßig, α konstant

ungleichmäßig beschleunigte Rotation ω ändert sich ungleichmäßig, α ändert sich

Größen: Länge des Kreisbogens s , Radius r , Umläufe N , benötigte Zeit t , Umlauf- bzw. Periodendauer T

Drehzahl $n = N / t$ Umlauffrequenz $f = n = 1/T$
 $\phi = 2\pi N$ Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f = 2\pi / T$

Gleichförmige Kreisbewegung

Eine Kreisbewegung ist gleichförmig, wenn in gleichen Zeitabständen gleiche Winkel überstrichen werden. Das Verhältnis Winkel pro Zeit heißt Winkelgeschwindigkeit. Ein weiteres Maß für die Rotation ist die Drehzahl oder Drehfrequenz. Diese wird in Umdrehungen pro Zeit gemessen.

Umlaufzahl $n = 1/T$; Umlaufdauer T

Bahngeschwindigkeit $v = s/t = 2\pi r/T = 2\pi r n$

Drehwinkel $\sigma = s/r$

Winkelgeschwindigkeit $\omega = \sigma/t = v/r = 2\pi n$

Damit ein Körper bei einer Rotation auf einer Kreisbahn verbleibt, muss er ständig zum Mittelpunkt hin eine konstante Beschleunigung erfahren. Diese Beschleunigung heißt Zentral- oder Radialbeschleunigung.

Radialbeschleunigung $a_r = v^2/r = r \omega^2$

Gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung

Eine gleichmäßig beschleunigte Kreisbewegung liegt vor, wenn die Winkelgeschwindigkeit in gleichen Zeitabständen um den gleichen Betrag zunimmt. Diese Beschleunigung heißt Winkelbeschleunigung.

$v = ds/dt$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + 2\alpha(\phi - \phi_0)}$

$a = dv/dt$

$\omega = d\sigma/dt$

$a = v/t$

Winkelbeschleunigung

$\alpha = \omega/t = a/r = d\omega/dt$

Drehwinkel

$\phi = \alpha t^2 / 2$

mit Anfangswinkelgeschwindigkeit ω_0

Gesamtdrehwinkel

$\phi = (\omega_0 + \omega)/2 \cdot t = \omega_0 t + \alpha/2 t^2$

$\phi = \phi_0 + (\omega_0 + \omega)/2 \cdot t$

mittlere Winkelgeschwindigkeit

$\omega_m = (\omega_0 + \omega)/2 = \omega_0 + \alpha/2 t = \phi/t$

Drehwinkel

$\phi = \omega_m \cdot t = \omega_0 \cdot t + \alpha t^2 / 2$



Dynamik

1. Newtonsches Axiom

Ohne äußere Krafteinwirkung verharrt ein Körper im Zustand der Ruhe oder der geradlinig gleichförmigen Bewegung

Folgerung: Ursache jeder Änderung des Bewegungszustandes ist das Wirken von Kräften

2. Newtonsches Axiom

Die wirkende Kraft und die erzielte Beschleunigung sind einander

proportional.

Folgerung: Das Verhältnis der wirkenden Kraft zur erzielten Beschleunigung ist eine konstante Größe.

3. Newtonsches Axiom, actio = reactio, Wechselwirkungsprinzip

Jede Kraft F besitzt eine Gegenkraft F' (Reaktionskraft) von gleichem Betrag, aber entgegengesetzter Richtung. Die Angriffspunkte von F und F' liegen in zwei verschiedenen Körpern.

Newtonsches Grundgesetz

$F = m \cdot a$

$F \sim a$

$F = d(mv)/dt = dp/dt$

Masse

Masse ist die Eigenschaft jeder Materie, träge und schwer zu sein. In Verbindung mit der Erdanziehungskraft entsteht aus einer Masse eine Gewichtskraft. Häufig werden in der sprachlichen Praxis diese beiden Dinge, allerdings physikalisch falsch, gleich verwendet.

$m = F/a$

Die SI-Einheit der Kraft ist das Newton $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$

Gewichtskraft $G = m \cdot g$

Reibungskraft

$F_g = \mu \cdot G, F_R = \mu \cdot F_N$

Trägheitswiderstand $F_{tr} = -m \cdot a$

Dichte

Die Dichte ist das Verhältnis der Masse eines Körpers zu seinem Volumen.

$\rho = m/V$

mittlere Dichte eines Stoffgemisches

$\rho_m = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \dots) / (V_1 + V_2 + \dots)$

Beschleunigung

Jede Beschleunigung hat als Ursache eine Kraft F , die in Richtung der Beschleunigung wirkt. Als Wirkung einer Beschleunigung tritt eine Trägheitskraft F_T mit dem gleichen Betrag wie F , aber mit entgegengesetzter Richtung auf.

$$F = -F_T$$

Zu beschleunigende Masse m :

$$F_T = -m \cdot a$$

$$F - m \cdot a = 0$$

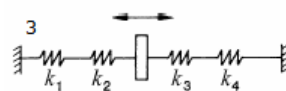
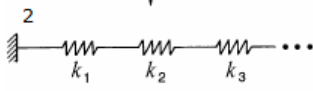
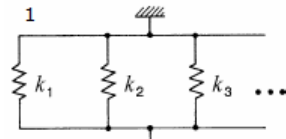
Maßeinheit der Beschleunigung:

$$1 \text{ m} / \text{s}^2$$

Kraftwirkung

- Beschleunigung (dynamische Wirkung)

- Formänderung (statische Wirkung)



Federkraft $-k = F / s$

Federkonstante k , wirkende Kraft F , durch die Kraft hervorgerufene Längenänderung s

Werden mehrere Federn parallel oder in Reihe gekoppelt, so ergibt sich als Gesamtfederkonstante:

Parallelkopplung (Abbildung 1)

$$k_{\text{ges}} = k_1 + k_2 + k_3 + \dots$$

Beispiel 2 Federn

$$k_{\text{ges}} = k_1 + k_2$$

Serienkopplung, in Reihe (Abbildung 2)

$$k_{\text{ges}} = 1 / (1/k_1 + 1/k_2 + 1/k_3 + \dots)$$

Beispiel 2 Federn $k_{\text{ges}} = 1 / (1/k_1 + 1/k_2)$

zusätzlich mit einer Zwischenkopplung in Reihe (Abbildung 3)

$$k_{\text{ges}} = 1 / (1/k_1 + 1/k_2) + 1 / (1/k_3 + 1/k_4)$$

Reibungskraft

Reibungskräfte entstehen an der Berührungsfläche zweier Körper. Die Reibungskraft wirkt stets parallel zur Kontaktfläche und ist der verursachenden Kraft entgegengerichtet $F_R = \mu \cdot F_N$

Reibungskraft F_R , Normalkraft, senkrecht zur Kontaktfläche F_N , Reibungszahl μ

Die Reibung ist vom Gewicht des Körpers und vom Material des Körpers sowie von der Unterlage abhängig.

Die Reibungskraft ist unabhängig von der Größe der Kontaktfläche.

Prinzip von d'Alembert

Die Vektorsumme aus den wirklich angreifenden Kräften und den Trägheitskräften ist Null.

Trägheitskraft

bei beschleunigter geradliniger Bewegung

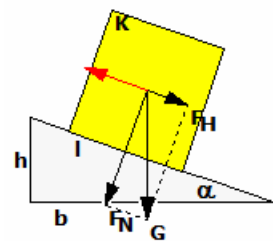
$$F = -m \cdot a$$

bei Drehbewegung (Zentrifugalkraft)

$$F = -m \cdot a_r = -m \cdot \omega^2 \cdot r$$

bei Drehbewegung (Corioliskraft)

$$F = -m \cdot a_c = -2 m \omega^{\rightarrow} \times v_r^{\rightarrow}$$



Gleitreibung

Die Gleitreibung wirkt bei der Bewegung eines Körpers relativ zu einem anderen. Sie ist geschwindigkeitsunabhängig.

Haftreibung

Die Haftreibung wirkt bei ruhendem Körper; Haftreibungszahl μ_0 ist größer als die Gleitreibungszahl μ

Rollreibung

Die Rollreibung wirkt, wenn Körper auf Unterlage rollt und ist sehr viel kleiner als die Gleitreibung

Rollreibungswiderstand

$$F = f/r \cdot F_N$$

Radius r des Rades, Normalkraft F_N

empirische Werte für f :

Gusseisen, Stahlguss oder Stahl auf Stahl $f = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

gehärtete Stahlkugeln oder -rollen auf gleichen Stahlringen $f = (5 \dots 10) \cdot 10^{-6} \text{ m}$

Bestimmung von Reibungszahlen

für Reibungskraft = Hangabtriebskraft gilt $\mu = \tan \alpha$

- Körper beginnt zu gleiten $\rightarrow \mu$ ist Haftreibungszahl

- Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig $\rightarrow \mu$ ist Gleitreibungszahl

Fahrwiderstand

zusätzlich zur Rollreibung wirkende Reibung werden in der Fahrwiderstandszahl μ_F zusammengefasst

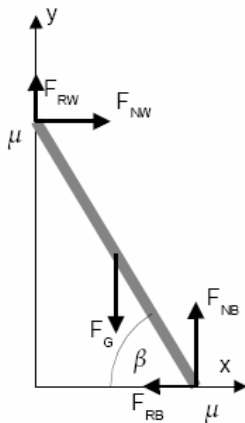
$$F = \mu_F \cdot F_N$$

Reibungszahlen

Stoff	Haftreibungszahl	Gleitreibungszahl
Stahl auf Stahl trocken	0,15	0,10
Stahl auf Bronze	0,18	0,16
Stahl auf Eis	0,027	0,014
Metall auf Holz	0,55	0,35
Holz auf Holz	0,65	0,35
Leder auf Metall	0,60	0,25
Leder auf Holz	0,47	0,27
Bremsbeläge	0,6-0,9	0,4-0,6
Gummi auf Eis	0,1	0,05
Gummi auf Asphalt	0,9	0,6 (trocken) 0,3 (nass)
Beton auf Kies	0,87	
Beton auf Sand	0,56	
Mauerwerk auf Sand	0,60	

Rollreibungszahl

Grauguss auf Grauguss	0,08	Stahlreifen auf Schiene	0,05
Kugellager	0,001	Reifen auf Asphalt	0,02
Stahl auf Stahl (geschmiert)	0,001		



Haftreibung-Anwendung

Lehnt eine Leiter an einer Wand, so gleitet sie nicht nach unten, da sowohl an der Wand als auch unten Haftreibung wirkt.

Dann gilt mit den Größen: m Masse der Leiter, l Länge der Leiter, β Winkel der Leiter gegenüber dem Boden und μ Haftreibungskoeffizient:

$$\text{Newton: } m \cdot d^2x/dt^2 = F_{NW} - F_{RB} = 0$$

$$m \cdot d^2y/dt^2 = F_{RW} + F_{NB} - FG = 0$$

Euler: links drehende Drehmomente = rechts drehende Drehmomente

$$F_G \cdot \cos \beta \cdot l/2 = F_{NW} \cdot l \cdot \sin \beta + F_{RW} \cdot l \cdot \cos \beta$$

Physikalische Arbeit

$$W = F \cdot s, \text{ falls } F = \text{konst und } F, s \text{ parallel}$$

$$W = F \cdot s \cdot \cos(F, s), \text{ falls } F = \text{konst}$$

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) ds, \text{ falls } F, s \text{ parallel}$$

$$W = P \cdot t, \text{ falls } P = \text{konst}$$

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt$$

$$W = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

$$W = F_R \cdot s = \mu F_N s$$

$$W = m g s \sin \alpha = F_H \cdot s$$

$$W_B = m a s = m/2 \cdot v^2$$

$$W = ks^2/2$$

$$W = 1/2 F_E \cdot s; \text{ Federkonstante } k, \text{ Federweg } s$$

$$W = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot (1/r_1 - 1/r_2)$$

Hubarbeit

Reibungsarbeit

Arbeit auf geneigter Ebene

Beschleunigungsarbeit

Verformungsarbeit

Federspannarbeit

Arbeit im Gravitationsfeld

Physikalische Leistung

Die physikalische Leistung ist das Verhältnis der verrichteten Arbeit zur benötigten Arbeitszeit.

$$P = W/t = F \cdot v$$

Die SI-Einheit der Leistung ist das Watt (W).

Momentanleistung $P = dW/dt$

Mittlere Leistung $P = 1/t \int_{s_0}^s F ds \cos \alpha$; Winkel α zwischen F und s

Leistung bei gleichförmiger Bewegung $P = W/t = F \cdot s/t = F \cdot v$

Leistung bei gleichmäßig beschleunigter Bewegung $P = F/2 \cdot (v + v_0)$

Reibungsarbeit

Arbeit reibungsfrei auf schiefer Ebene

W_{12} Arbeit, die zwischen Punkt 1 und 2 verrichtet wird; F Kraft; α Winkel der Ebene; m Masse des Körpers; h Höhe, um die der Körper gehoben wird; s Weg um den der Körper bewegt wird

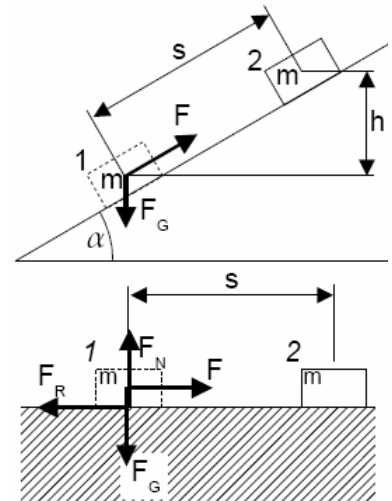
$$F = m g \sin \alpha$$

$$s = h / \sin \alpha$$

$$W_{12} = F s = m g s \sin \alpha = m g h$$

Reibungsarbeit

W_R Reibungsarbeit; F_R Reibungskraft; μ Reibungszahl; F_N Normalkraft; s zurückgelegter Weg



$$W_R = F_R \cdot s = \mu F_N s \quad W_R = \mu m g s$$

Energie

Energie ist die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten.

Lageenergie, Potentielle Energie

Wird ein Körper der Masse m mittels der Arbeit W um die Höhe h angehoben, so steckt die verrichtete Arbeit in Form von potentieller Energie im Körper und kann z.B. durch Herunterfallen wieder frei werden.

$$E_{\text{pot}} = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Bewegungsenergie, kinetische Energie

Wird ein Körper der Masse m mittels der Arbeit W auf die Geschwindigkeit v beschleunigt, so steckt die verrichtete Beschleunigungsarbeit in Form von kinetischer Energie im Körper $E_{\text{kin}} = m/2 v^2$

Federspannenergie, Spannenergie

$$E_F = 1/2 F_E \cdot s$$

Änderung der kinetischen Energie bei Änderung der Geschwindigkeit von v_1 auf v_2

$$\Delta E_{\text{kin}} = m/2 (v_2^2 - v_1^2)$$

Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Energie, Energieerhaltungssatz

Allgemein gilt, dass Energie weder entstehen, noch vergehen kann.

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{konstant} ; \text{Reibung wird vernachlässigt}$$

Die Energiesumme ist in einem abgeschlossenen System, dem also weder Energie zugeführt noch entzogen wird, konstant.

Gesetz von der Erhaltung der mechanischen Arbeit

$$W_1 = W_2 \text{ bzw. } F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$$

Bedingung: keine Berücksichtigung der Reibung

Energie-Anwendungsaufgabe

Ein Schlauch der Feuerwehr hat einen Durchmesser von $d_{\text{Schlauch}} = 52 \text{ mm}$. Zum Löschen wird ein passendes Strahlrohr mit einem Mundstück von $d_{\text{Rohr}} = 9 \text{ mm}$ Durchmesser aufgesetzt. Dabei ergibt sich eine Durchflussmenge von 100 Liter pro Minute.

- Welche Geschwindigkeit hat das Wasser vor und nach dem Verlassen des Mundstücks?
- Welcher Rückstoßkraft muss der Feuerwehrmann standhalten, wenn er den gesamten durch die Düse bedingten Rückstoß halten muss?
- Wie hoch kann man damit spritzen?

Lösung: a) Teilt man das Durchflussvolumen pro Zeit durch die Querschnittsfläche A , so ergibt sich die Geschwindigkeit.

$$\Delta V / \Delta t : A = \Delta s / \Delta t = v$$

$$v_{\text{Schlauch}} = 0,1 \text{ m}^3 / 60 \text{ s} : (0,0026^2 \text{ m}^2 \pi) = 0,78 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{Rohr}} = 0,1 \text{ m}^3 / 60 \text{ s} : (0,0045^2 \text{ m}^2 \pi) = 26,2 \text{ m/s}$$

b) Berechnung der Rückstoßkraft

$$F = 100 \text{ kg} (26,2 - 0,78) \text{ m/s} / 60 \text{ s} = 42 \text{ N}$$

c) Energieansatz

$$E_{\text{kin}} = m/2 v^2 = m g h = E_{\text{pot}}$$

$$h = v^2 / (2g) = 35 \text{ m}$$

Quelle: <http://leifi.physik.uni-muenchen.de>

Wirkungsgrad

In der Praxis nimmt jede Maschine - verursacht durch Reibungsverluste, Luftwiderstand, Wärmeverluste usw. - mehr Leistung auf, als sie wieder abgibt. Das Verhältnis zwischen der abgegebenen Leistung und der zugeführten Leistung ist der Wirkungsgrad η der Maschine.

$$\eta = P_{\text{Nutz}}/P_{\text{Zu}} = W_{\text{Nutz}}/W_{\text{Zu}}$$

$$\eta = (P_{\text{Zu}} - P_{\text{Verlust}}) / P_{\text{Zu}}$$

$$\eta \text{ ist stets } < 1$$

Der Wirkungsgrad ist immer kleiner 1.

$$\text{Verlustleistung } P_v = P_{\text{Zu}} \cdot (1 - \eta) = P_{\text{Nutz}} \cdot (1/\eta - 1)$$

Impuls, Stoß

Der Impuls ist eine Bewegungsgröße: Produkt aus Masse und Geschwindigkeit eines Körpers

$$\text{Impuls } I = m \cdot v \text{ oder } p = m \cdot v$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\text{Kraftstoß } I = F \cdot \Delta t; F = \text{konstant}$$

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt$$

Gesetz von der Impulsänderung

$$F = d(m \cdot v)/dt; m = \text{konstant}$$

Gesetz von der Erhaltung des Impulses

Der Gesamtimpuls eines abgeschlossenen Systems ist konstant.

$$I_{\text{ges}} = \sum m_k \cdot v_k = \text{konstant}$$

Summation von $k=1$ bis n , Bedingung: $F = 0$

Zentraler Stoß zweier Körper

v ... Geschwindigkeiten vor dem Stoß, u ... Geschwindigkeiten nach dem Stoß, m ... Massen der zwei stoßenden Kugeln, ΔW ... Differenz der kinetischen Energie

Elastischer Stoß

Bei einem elastischen Stoß erfolgt keine Verformung der Körper während des Stoßvorgangs; Bewegungsenergie bleibt konstant.

$$m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2 = m_1 \cdot u_1^2 + m_2 \cdot u_2^2 \quad m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

$$u_1 = [v_1 (m_1 - m_2) + 2m_2 v_2] / (m_1 + m_2) \quad u_2 = [v_2 (m_2 - m_1) + 2m_1 v_1] / (m_1 + m_2)$$

Summe der Geschwindigkeiten ist für jeden am Stoß beteiligten Körper konstant

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2$$

Unelastischer Stoß

Während eines unelastischen Stoßes verformen sich beide Körper und bewegen sich mit gemeinsamer Geschwindigkeit weiter.

v ... Geschwindigkeiten vor dem Stoß, u ... Geschwindigkeit nach dem Stoß, m ... Massen der zwei stoßenden Kugeln, ΔW ... Differenz der kinetischen Energie

$$u = (m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2) / (m_1 + m_2)$$

$$\Delta W = 1/2 (m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2) - 1/2 (m_1 + m_2) \cdot u^2$$

Verformungsarbeit $W = E_1 - E_2 = m_1 m_2 / [2 \cdot (m_1 + m_2)] (v_1 - v_2)^2$

Teilelastischer Stoß

Realer Stoßvorgang ... ein gewisser Anteil der Energie wird in Verformungsarbeit umgewandelt

$$\Delta E = m_1 m_2 / [2 \cdot (m_1 + m_2)] (v_1 - v_2)^2 \cdot (1 - k^2)$$

Stoßzahl, Stoßparameter k ; die Stoßzahl ist geschwindigkeitsabhängig

Sonderfall $k = 0$... unelastischer Stoß

Sonderfall $k = 1$... elastischer Stoß

Richtwerte für $v_1 = 3 \text{ m/s}$

Elfenbein 0,89 Glas 0,94 Holz 0,5

Kork 0,56 Stahl 0,83

Geschwindigkeiten $u_1 = [m_1 v_1 + m_2 v_2 - (v_1 - v_2) m_2 k] / (m_1 + m_2)$

$$u_2 = [m_1 v_1 + m_2 v_2 - (v_2 - v_1) m_1 k] / (m_1 + m_2)$$

Stoßparameter $k = (u_2 - u_1) / (v_1 - v_2)$

Sind der relative Stoßenergieverlust ξ bzw. der relative Stoßenergieübertrag $\eta = 1 - \xi$ bekannt, so ist der Energieverlust

$$\Delta W = 1/2 \xi (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)$$

und $u_1 = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2) - m_2 (v_1 - v_2) / (m_1 + m_2) \sqrt{(1 - 2\xi) / (m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2) \Delta W}$

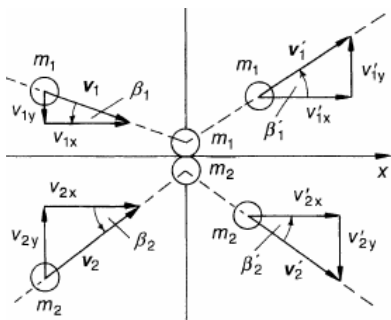
$$u_2 = (m_1 v_1 + m_2 v_2) / (m_1 + m_2) - m_1 (v_1 - v_2) / (m_1 + m_2) \sqrt{(1 - 2\xi) / (m_1 m_2 (v_1 - v_2)^2) \Delta W}$$

Sonderfall $m = m_1 = m_2$

$$u_1 = [v_1 + v_2 - (v_1 - v_2) k] / 2$$

$$u_2 = [v_1 + v_2 - (v_2 - v_1) k] / 2$$

$$\Delta E = m / 4 (v_1 - v_2)^2 \cdot (1 - k^2)$$



$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2.$$

Schiefer, zentraler, elastischer Stoß

In der Abbildung stoßen zwei Kugeln elastisch ($\Delta W = 0$) derart zusammen, dass deren Impulse längs der x-Richtung unverändert bleiben, d.h.

$$m_1 v_{1x} = m_1 u_{1x} \quad \text{und} \quad m_2 v_{2x} = m_2 u_{2x}$$

Dann gilt für die Geschwindigkeiten u_1, u_2 nach dem Stoß

$$u_{1y} = ((m_1 - m_2) v_{1y} + 2m_2 v_{2y}) / (m_1 + m_2)$$

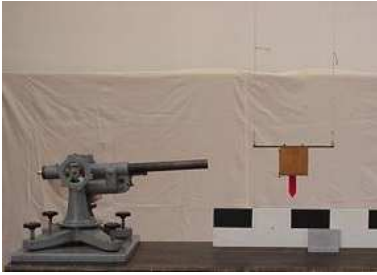
$$u_{2y} = ((m_2 - m_1) v_{2y} + 2m_1 v_{1y}) / (m_1 + m_2)$$

Sind die Massen der Stoßpartner gleich ($m_1 = m_2$), und ist der gestoßene Körper vor dem Stoß in Ruhe ($v_2 = 0$), dann folgt im elastischen Fall ($\Delta W = 0$)

Nach dem schiefen, zentralen, elastischen Stoß stehen damit die Geschwindigkeitsrichtungen senkrecht aufeinander.

Erfolgt der schiefe Stoß eines Körpers gegen eine Wand ($m_2 \gg m_1$), dann folgt $u_{1y} = -v_{1y}$.

Die Bahn eines elastisch gegen eine Wand geworfenen Körpers folgt damit dem Reflexionsgesetz: Der Ausfallswinkel ist gleich dem Einfallswinkel.



Ballistisches Pendel

Ein ballistisches Pendel besteht aus einem an Fäden aufgehängten, schwingfähigen Holzklotz der Masse M , in den ein Projektil bekannter Masse m geschossen wird.

Durch das Eindringen wird der Klotz ausgelenkt, die Höhenzunahme sei Δh . Aus diesem Messwert kann die Geschwindigkeit des Projektils ermittelt werden.

Es findet zuerst ein vollkommen unelastischer Stoß statt, bei dem der Impuls des Projektils vollständig in den Impuls von Klotz und darin steckendem Projektil übergeht:

$$m \cdot v_p = (M + m) \cdot v_K$$

$$v_p = (M + m)/m \cdot v_K$$

Anschließend wird die kinetische Energie des Klotzes in potentielle Energie des Klotzes umgewandelt.

$$1/2 (m + M) v_K^2 = (m + M) g \Delta h$$

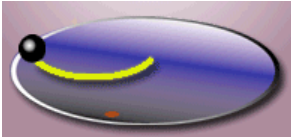
$$v_K = \sqrt{2g \Delta h}$$

$$v_p = (m+M)/m \sqrt{2g \Delta h}$$

Beispiel: $m = 10 \text{ g} = 0,010 \text{ kg}$; $M = 5,0 \text{ kg}$; $\Delta h = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$

Lösung: $v_p = 700 \text{ m/s}$

Die Abbildung zeigt einen Versuchsaufbau, wie er an der Uni Hamburg durchgeführt wird.



Drehbewegung

Drehwinkel $\sigma = s/r$

Radialbeschleunigung $a_r = v^2/r = 4 \pi^2 r / T^2 = r \cdot \omega^2$

Ein Körper, der sich auf einer Kreisbahn befindet, erfährt ständig eine konstante Beschleunigung zum Mittelpunkt hin (Zentralbeschleunigung, Radialbeschleunigung). Die Kraft, die diese Beschleunigung bewirkt, heißt Zentripetalkraft. In entgegengesetzter Richtung wirkt als Trägheitskraft die Zentrifugal- oder Fliehkraft. Diese ist dem Betrag nach gleich der Zentripetalkraft.

Radialkraft, Zentripetalkraft $F_r = m \cdot v^2/r = m \cdot a_r$ $F_r = 4\pi^2 m r / T^2 = m r \omega^2$

Fliehkraft, Zentrifugalkraft $F_z = m r \omega^2$

Coriolis-Kraft

Bewegt sich in einem rotierenden Bezugssystem ein Körper radial nach innen oder außen, ändert sich seine Bahngeschwindigkeit. Er erfährt eine Tangentialbeschleunigung, deren Ursache die Coriolis-Kraft ist.

Coriolis-Beschleunigung

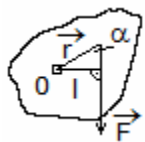
$$a_C = 2 v \omega = 4 \pi v / T$$

konstante Radialgeschwindigkeit v , Winkelgeschwindigkeit ω , Körpermasse m

Coriolis-Kraft

$$F_C = 2 m v \omega = 4 \pi m v / T$$

$$F_C \vec{v} = 2 m (\vec{v} \times \vec{\omega})$$



Gleichmäßig beschleunigte Drehbewegung

Drehmoment $M = F \cdot r$, $F \vec{r}$ senkrecht auf $r \vec{r}$

$$M = F \cdot s \cdot \sin(\alpha)$$

$$M \vec{r} = r \vec{r} \times F \vec{r}$$

Ein Drehmoment ist das Produkt aus einer Kraft und dem senkrechten Abstand ihrer Wirkungslinie zum Drehpunkt. Das Drehmoment ist ein Vektor mit dem Betrag M , der in der Drehachse liegt. Bei Rechtsdrehung zeigt der Vektor nach unten (Korkenzieherregel).

Einwirkung mehrerer Kräfte

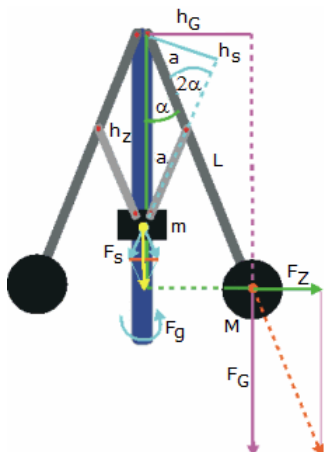
Momentensatz: Das resultierende Drehmoment ist gleich der Summe der einzelnen Drehmomente.

Gleichgewichtsbedingung für einen drehbaren Körper, Momentengleichgewicht

$$\sum M_i = 0$$

Hebelgesetz

Ein Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der rechtsdrehenden Momente gleich der Summe der linksdrehenden Momente ist.



Fliehkraftregler nach James Watt

James Watt (1736-1819) produzierte zusammen mit Matthew Boulton in einer gemeinsamen Firma Dampfmaschinen. 1788 entdeckte Boulton den Fliehkraftregler und setzte ihn zur Drehzahlregelung der Dampfmaschinen ein.

An einer mit der Frequenz f rotierenden Drehachse sind zwei Hebel der Länge L beweglich befestigt, an deren Enden sich zwei Kugeln der Masse M befinden. Im Abstand a vom Drehpunkt sind an den Hebeln zwei weitere kurze Stangen der Länge a befestigt, die einen auf der Achse gleitenden Ring der Masse m heben oder senken. Je größer der Winkel α zwischen Achse und Hebel, desto höher steigt der Ring, der bei der Dampfmaschine die Dampfzufuhr regelt.

Das linksdrehende Moment wird durch die Zentrifugalkraft der Masse M bewirkt.

$M_L = F_Z h_Z$ mit $F_Z = M \omega^2 L \sin \alpha$ und $h_Z = L \cos \alpha$ ergibt

$$M_L = M \omega^2 L^2 \sin \alpha \cos \alpha$$

Das rechtsdrehende Moment wird durch die Gewichtskraft der Masse M und die über die kleine Stange der Länge a wirkende Gewichtskraft der Masse m bewirkt.

$F_G = M \cdot g$, $h_G = L \sin \alpha$ und $F_s = mg / (2 \cos \alpha)$ ergeben

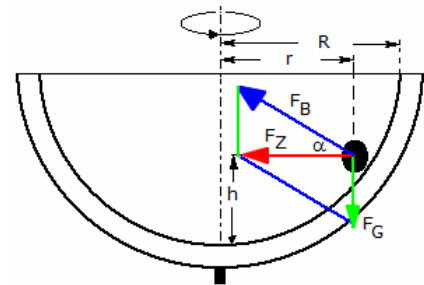
$$M_R = M g L \sin \alpha + m g / (2 \cos \alpha) 2a \sin \alpha \cos \alpha$$

$$M_R = (M L + m a) g \sin \alpha$$

Gleichsetzen von M_L und M_R führt zu

$$\cos \alpha = (M L + m a) g / (M \omega^2 L^2)$$

Quelle: <http://www.leifiphysik.de>



Glasrinne

Versuchsbeschreibung: Zwei Kugeln befinden sich in einer halbkreisförmig ausgebauten Glasrinne. Lässt man die Glasrinne rotieren, so wandern die Kugeln nach außen.

Welche Höhe erreicht die Kugel in Abhängigkeit von der Drehfrequenz und vom Radius.

Auf die Kugel wirken die Gewichtskraft F_G und die Bodendruckkraft F_B , die senkrecht zur Unterlage gerichtet ist. Wird die Glasrinne in Rotation versetzt, so bewirkt die Trägheit der Kugelmasse, dass die Kugel sich nach außen bewegt, bis Bodendruckkraft und Gewichtskraft zusammen eine resultierende Zentripetalkraft F_Z bewirken, die senkrecht zur Achse auf die Achse zu gerichtet, d.h. waagrecht, ist. Diese Zentripetalkraft hat keine nach oben oder unten gerichtete Komponente mehr und hält nur die Kugel auf der Kreisbahn.

Man kann auch im rotierenden Bezugssystem mit Hilfe der Zentrifugalkraft argumentieren und aus der Zentrifugalkraft und der Gewichtskraft vektoriell eine Kraft addieren, die senkrecht zur Unterlage der Bodendruckkraft das Gleichgewicht hält. Es gilt:

$$\tan \alpha = F_G / F_Z = m g / (m \omega^2 r) = g / (\omega^2 r)$$

$$\tan \alpha = (R - h) / r$$

Daraus folgt $g / (\omega^2 r) = (R - h) / r$

$$h = R - g / \omega^2$$

Quelle: <http://www.leifiphysik.de>



Trägheitsmoment

Das Trägheitsmoment ist das Verhältnis von wirkendem Drehmoment zur erzielten Winkelbeschleunigung für Massenpunkt.

$$J = r^2 \Delta m$$

beliebiger Rotationskörper

$$J = \rho \int_0^V r(x)^2 dV$$

$$J = \pi/2 \rho x_1 \int_{-x_2}^{x_2} r(x)^4 dx$$

Punktmasse

$$J = m \cdot r^2$$

Körper

$$J = \int r^2 dm$$

Langer dünner Stab

$$J = m/12 l^2$$

Dünner Kreisring

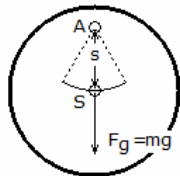
$$J = m r^2$$

um Durchmesser des Ringes

$$J = m/2 r^2$$

Dünner Kreisscheibe

$$J = m/2 r^2$$



Kreisabschnitt

$$J_x = m/4 r^2 (1 - \sin(2\alpha)/(2\alpha))$$

$$J_y = m/4 r^2 (1 + \sin(2\alpha)/(2\alpha))$$

$$J_z = m/2 r^2$$

Ellipse

Drehachse = große Halbachse = $m/4 a^2$

Drehachse = kleine Halbachse = $m/4 b^2$

Drehachse ist senkrecht im Ellipsenmittelpunkt

$$J = m/4 (a^2 + b^2)$$

Bestimmung von Trägheitsmomenten

Mit Hilfe eines physischen Pendels können Massenträgheitsmomente beliebiger Körper experimentell bestimmt werden. Dazu hängt man den Körper an einem Punkt außerhalb seines Schwerpunktes drehbar auf und lässt ihn mit kleiner Amplitude schwingen.

Gemessen werden die Masse m des Körpers, der Abstand s zwischen Aufhängepunkt A und Schwerpunkt S und die Periode T der Schwingung. Dann gilt:

$$J = (m g s T^2) / (4 \pi^2) - m s^2 = m s [(g T^2) / (4 \pi^2) - s]$$

Körper

Kreiszylinder

$$J = m/2 \cdot r^2$$

senkrecht zur Zylinderachse (Mitte)

$$J = m/12 (3r^2 + h^2)$$

Hohlzylinder

$$J = m/2 \cdot (r_1^2 + r_2^2)$$

senkrecht zur Zylinderachse (Mitte)

$$J = m/4 (r_1^2 + r_2^2 + h^2/3)$$

Zylinder, dünnwandig, hohl

$$J = m \cdot r^2$$

senkrecht zur Zylinderachse (Mitte)

$$J = m/4 (2r^2 + h^2/3)$$

Dünne Scheibe ($h \ll r$)

$$J = m/2 \cdot r^2$$

senkrecht zur Zylinderachse (Mitte)

$$J = m/4 r^2$$

Dünner Stab ($h \gg r$)	$J = m/2 \cdot r^2$
senkrecht zur Zylinderachse (Mitte)	$J = m/12 h^2$
Torus	$J = m (r_1^2 + 3/4 r_2^2)$ (Radius r_1 des Torusringes)
Kugel	$J = 2/5 \cdot m \cdot r^2$
Hohlkugel	$J = 2m/5 \cdot (r_2^5 - r_1^5) / (r_2^3 - r_1^3)$ (Außenradius r_2 , Innenradius r_1)
Kugel, dünnwandig, hohl	$J = 2/3 \cdot m \cdot r^2$
Halbkugel	$J_x = 2 \cdot m/5 r^2 = J_y = J_z$
gerader Kreiskegel	$J = 3m/10 r^2$
Achse durch Schwerpunkt parallel zur Grundfläche	$J = 3m/20 (r^2 + h^2/4)$
Quader	
Achse durch Schwerpunkt parallel zur Seite a	$J = m/12 (b^2 + c^2)$
Achse durch Schwerpunkt parallel zur Seite b	$J = m/12 (a^2 + c^2)$

Satz von Steiner

Sind die Achsen durch A und S parallel, gilt

$$J_A = J_S + m \cdot s^2 ; s \dots \text{Abstand zwischen A und S}$$

Freie Achsen

- für zwei bestimmte, senkrecht aufeinander stehende, durch den Schwerpunkt eines Körpers gehende Achsen sind die Trägheitsmomente minimal bzw. maximal
- nur um diese Achsen ist eine stabile Rotation des Körpers möglich
- um die dritte, zu diesen Achsen senkrecht stehende Achse ist keine stabile Rotation möglich
- diese 3 Achsen sind Hauptträgheitsachsen bzw. Freie Achsen

Reduzierte Masse

Die reduzierte Masse ist eine Ersatzmasse m_r , welche im Abstand r von der Drehachse das gleiche Trägheitsmoment besitzt.

$$m_r = J / r^2$$

Zylinder	$m_r = 0,5 m$; am Zylinderumfang
Hohlzylinder	$m_r = 0,5 m (1 + r_i^2/r_a^2)$; am äußersten Zylinderumfang
Kugel	$m_r = 0,4 m$; am Kugeläquator
Kegel	$m_r = 0,3 m$; am Kegelgrundkreisumfang

Trägheitsradius

Der Trägheitsradius ist der Abstand i von der Drehachse, den die gesamte Masse des Körpers bei gleichem Trägheitsmoment haben müsste.

$$i = \sqrt{J/m}$$

Trägheitsradien bezogen auf Symmetrieachse

dünner Kreisring	$i = r$
Zylinder	$i = \sqrt{0,5} r$
Kugel	$i = \sqrt{0,4} r$
Kegel	$i = \sqrt{0,3} r$

Schwungmoment $mD^2 = 4 \cdot J$

Masse m des Körpers, Trägheitsdurchmesser $D=2i$, Trägheitsmoment J

Rotationsarbeit

kostantes Drehmoment M , Drehwinkel ϕ

$$W = M \cdot \phi$$

für $M=M(\phi)$ gilt

$$W = \int_{\phi_1}^{\phi_2} M d\phi$$

Rotationsleistung

$$P = M \cdot \omega$$

Rotationsenergie

$$E_{\text{rot}} = J/2 \cdot \omega^2$$

$$\Delta E_{\text{rot}} = J/2 \cdot (\omega_1^2 - \omega_2^2)$$

Kupplungsvorgang

unelastischer Drehstoß mit:
nach dem Kuppeln:

$$\omega_2 = 0$$

$$\omega = (J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2) / (J_1 + J_2)$$

Drehimpuls

Der Drall ist das Produkt aus Trägheitsmoment und seiner Winkelgeschwindigkeit ; ... ist eine Erhaltungsgröße ; ... vektorielle Größe

$$D = J \cdot \omega \text{ oder } L = J \cdot \omega$$

$$D^{\rightarrow} = J \cdot \omega^{\rightarrow} \text{ oder } L^{\rightarrow} = J \cdot \omega^{\rightarrow}$$

Änderung eines Drehimpulses

$$\Delta D^{\rightarrow} = J \cdot \Delta \omega^{\rightarrow} = M^{\rightarrow} \Delta t$$

für $M^{\rightarrow} = M^{\rightarrow}(t)$

$$\Delta D^{\rightarrow} = J \cdot \Delta \omega^{\rightarrow} = \int_{t_1}^{t_2} M^{\rightarrow} dt$$

Dynamisches Grundgesetz der Drehbewegung

$$M = J \cdot \alpha$$

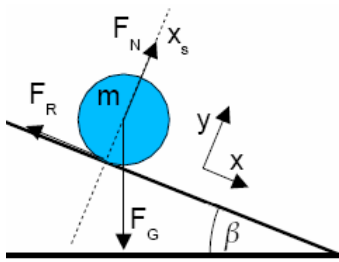
$$M = d(J \cdot \omega)/dt$$

$$M = d^2(J \cdot \phi)/dt^2$$

Drehimpulserhaltungssatz; Gesetz von der Erhaltung des Drehimpulses

Der Gesamtdrehimpuls eines abgeschlossenen Systems; es wirken keine äußeren Drehmomente; ist konstant.

$$D_{\text{ges}} = \sum (J_k \cdot \omega_k) = \text{konst.}; M=0$$



Eulersche Gleichungen

Größen: F_G Gewichtskraft des Rollkörpers, F_R Reibungskraft, I_s Trägheitsmoment des Zylinders, r Radius des Zylinders

I. Translation (Newton)

in x-Richtung $m \frac{d^2 x_s}{dt^2} = F_G \sin \beta - F_R$
 in y-Richtung $m \frac{d^2 y_s}{dt^2} = F_N - F_G \cos \beta = 0$

II. Rotation (Euler)

$$I_s \frac{d^2 \phi}{dt^2} = M = F_R r$$

Trägheitsmoment eines Zylinders: $I_s = m/2 r^2$

$$m/2 r^2 \frac{d^2 \phi}{dt^2} = F_R r$$

III. Verknüpfung zwischen I und II (Rollbedingung)

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{d^2 x_s}{dt^2} / r$$

$$F_R = m/2 \frac{d^2 x_s}{dt^2}$$

IV. Einsetzen in I

$$m \frac{d^2 x_s}{dt^2} = F_G \sin \beta - m/2 \frac{d^2 x_s}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 x_s}{dt^2} = \frac{2}{3} g \sin \beta$$



Maxwell-Rad

Ein Maxwellrad besteht aus einem dünnen Zylinder mit einem Radius R , der Masse m und dem Trägheitsmoment I_s .

Es ist mit einer Achse mit dem Radius r und einer Schnur an einer Stativstange aufgehängt. Die Schnur wird aufgewickelt und das Rad stoßfrei losgelassen.

Sind F_G die Gewichtskraft des Körpers und F_S die Seilkraft, dann wird

I. Translation (Newton) in x-Richtung $m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - F_S$

II. Rotation (Euler) $I_s \frac{d^2 \phi}{dt^2} = M = F_S r$

Trägheitsmoment des Zylinders $I_s = m/2 R^2$

$$m/2 R^2 \frac{d^2 \phi}{dt^2} = F_S r$$

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{d^2 x_s}{dt^2} / r$$

III. Verknüpfung zwischen I und II (Rollbedingung)

$$m/2 R^2 \frac{d^2 x_s}{dt^2} / r = F_S r$$

$$F_S = m/2 R^2 \frac{d^2 x_s}{dt^2} / r^2$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - m/2 R^2 \frac{d^2 x_s}{dt^2} / r^2$$

$$\frac{d^2 x_s}{dt^2} = \frac{2gr^2}{2r^2 + R^2}$$

Seilkraft und weiter



Atwoodsche Fallmaschine

Die Fallmaschine von Atwood verwendet zwei Massen m_1, m_2 , die mit einer über eine Rolle geführten Schnur verbunden sind. Diese Rolle ist sehr gut gelagert, so dass Reibungseffekte möglichst gering gehalten werden.

Ist die Masse m_2 größer als m_1 , so bewegt sich diese nach unten.

Größen: m_1, m_2 Massen, m_3 Masse der Rolle, F_{S1}, F_{S2} Seilkräfte, I_s Trägheitsmoment der Rolle, r Radius der Rolle

I. Translation (Newton) $m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{S1} - F_{G1}$

$$m_2 \frac{d^2 x}{dt^2} = F_{G2} - F_{S2}$$

II. Rotation (Euler) $I_s \frac{d^2 \phi}{dt^2} = M = (F_{S2} - F_{S1}) r$

Trägheitsmoment der Rolle $I_s = m_3/2 r^2$

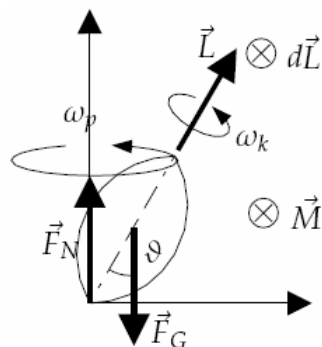
III. Rollbedingung $m_3/2 r^2 \frac{d^2 x}{dt^2} = (F_{S2} - F_{S1}) r$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = ((m_2 - m_1) g - 2) / (m_3 + 2m_2 + 2m_1)$$

Seilkräfte

$$F_{S1} = m_1 (\frac{d^2 x}{dt^2} + g) = m_1 g (2m_2 + m_3/2) / (m_1 + m_2 + m_3/2)$$

$$F_{S2} = m_2 (-\frac{d^2 x}{dt^2} + g) = m_2 g (2m_1 + m_3/2) / (m_1 + m_2 + m_3/2)$$



Präzession

Die Präzession ist allgemein die Richtungsänderung der Achse eines rotierenden Körpers, wenn äußere Kräfte ein Drehmoment auf ihn ausüben.

Speziell in der Astronomie ist damit die Richtungsänderung der Erdachse gemeint, die eine Folge der Massenanziehung des Mondes und der Sonne in Verbindung mit der Abweichung der Erdfigur von der Kugelform ist.

Größen: L Drehimpuls, m Masse des Drehkörpers, ϑ Winkel der Präzessionsdrehung, ϕ Winkel der Drehachse, ω_p Präzessions-Kreisfrequenz, ω_k Kreisfrequenz des Drehkörpers, I_A Trägheitsmoment bezüglich der Drehachse des Drehkörpers, r Abstand des Auflagepunktes zum Schwerpunkt des Drehkörpers

$$\omega_p = d\phi/dt = dL/dt / (L \sin \vartheta) = mgr / L = mgr / (\omega_k I_A)$$

Gravitation

Gravitation ist die von ihren Massen abhängige gegenseitige Anziehung zweier Körper.

Die Gravitationskraft ist die Kraft, mit der sich zwei Körper aufgrund ihrer Masse gegenseitig anziehen. Sie wirkt in Richtung der Verbindungslinie ihrer Schwerpunkte, wobei sie jeweils in die Richtung des anderen Körpers zeigt.



Gravitationsgesetz $F = \gamma \cdot (m_1 m_2)/r^2$

Massen m_1, m_2 der Körper, Abstand r beider Körper, Gravitationskonstante $\gamma = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg}^2 \text{ s}^2)$

Gravitationsbeschleunigung $g = \gamma \cdot m/r^2$

Gravitationsfeldstärke $E = \gamma \cdot m/r^2$

Gravitationspotenzial $V = -\gamma \cdot m/r$

Gewichtskraft auf der Erde $G = \gamma \cdot m_E/r^2 \cdot m_k$

$$G \sim 1/r^2$$

Erdmasse m_E , Masse des Körpers m_k

Arbeit im Gravitationsfeld

$$W = \gamma \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot (1/r_1 - 1/r_2)$$

Standard-Gravitationsparameter

Unter dem Standard-Gravitationsparameter μ eines Himmelskörpers versteht man das Produkt aus der Gravitationskonstante γ und der Masse m des Himmelskörpers $\mu = \gamma \cdot m$

Die Standardmaßeinheit ist km^3/s^2 .

Körper	μ (km^3/s^2)	Körper	μ (km^3/s^2)	Körper	μ (km^3/s^2)
Sonne	132712440018	Merkur	22032	Venus	324859
Erde	398600,4418	Mond	4902,78	Mars	42828
Ceres	63,1	Jupiter	126686534	Saturn	37931187
Uranus	5793939	Neptun	6836529	Pluto	871

Für Himmelskörper mit einer kleinen Masse m gegenüber der Sonnenmasse M wird für eine Kreisbahn

$$\mu = r v^2 = r^3 \omega^2 = 4\pi^2 r^3/T^2$$

Bahnradius r , Bahngeschwindigkeit v , Winkelgeschwindigkeit ω und Umlaufzeit T . Mit der großen Halbachse a ergibt sich analog für eine elliptische Umlaufbahn das dritte Keplersche Gesetz:

$$\mu = 4\pi^2 a^3/T^2$$

Für parabolische Bahnen ist rv^2 konstant und gleich 2μ .

Der Standard-Gravitationsparameter der Erde wird geozentrische Gravitationskonstante genannt und beträgt exakter $398\,600,441\,8 \pm 0,000\,8 \text{ km}^3/\text{s}^2$

Im Jahre 1687 erschien Newtons "Philosophiae naturalis principia mathematica" (Mathematische Prinzipien der Naturwissenschaft), in dem er die klassische Mechanik begründete und das Bewegungsgesetz

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$$

angab. Parallel dazu entwickelte er die Differential- und Integralrechnung.

In moderner Schreibweise lautet die Newtonsche Differentialgleichung für die Bewegung eines Planeten

$$m \ddot{x} = F(x(t))$$

Der Vektor $x(t)$ beschreibt die Position des Planeten zur Zeit t . Die zweite Zeitableitung $\ddot{x}(t)$ ist der Beschleunigungsvektor des Planeten zur Zeit t . m ist die Masse des Planeten.

Für die Gravitationskraft der Sonne ergibt sich

$$F(x) = -\gamma m M / |x|^2 e^{\rightarrow}$$

e^{\rightarrow} ist der Einheitsvektor $x/|x|$. M ist die Masse der Sonne und γ die Gravitationskonstante

$$\gamma = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \text{ s}^2)$$

Als Lösung der Differentialgleichung ergeben sich die Ellipsen

$$r = p (1 - \varepsilon \cos \phi)$$

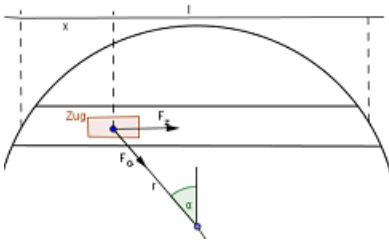
mit der numerischen Exzentrizität ε und dem Halbparameter p mit

$$\varepsilon = \sqrt{1 + 2ED^2/(\gamma^2 m^3 M^2)} \quad p = D^2/(\gamma^2 M^3 M^2)$$

Die Energie E und der Drehimpuls D ergeben sich aus der Position und der Geschwindigkeit des Planeten zu einem festen Zeitpunkt. Die Bahnbewegung $\phi = \phi(t)$ folgt aus der Lösung der Gleichung

$$t = m/D \int_0^\phi r^2(\phi) d\phi$$

$$t = m/D (\varepsilon^2 p^2/2 \sin \phi \cos \phi - 2\varepsilon p^2 \sin \phi + p^2/2 (\varepsilon^2 + 2) \phi)$$



Gravitationszug, freier Fall durch Erde

Man stelle sich einen geraden Tunnel von Paris nach Moskau vor. Würde man an einem Ende des Tunnels einen Zug hinstellen, so würde er durch die Schwerkraft in den Tunnel hinein beschleunigt. Ab der Mitte des Tunnels würde der Zug abbremsen, so dass er am anderen Ende zum Stillstand käme. Wie lange würde solch eine Reise dauern? Wie groß wären die Geschwindigkeiten?

Lösung: Für die Beschleunigung ist nur die unter dem Zug befindliche Masse $M(r)$ der Erde von Bedeutung. Die Kugelschale über dem Zug hat keinen Einfluss.

$$F(r) = G M m r/R^3$$

Für die Beschleunigungskraft F_z wird

$$F_z = \sin \alpha F(r) ; \sin \alpha = (l/2 - x)/r$$

$$F_z = G m M/R^3 (l/2 - x)$$

$$d^2x/dt^2 = GM/R^3 (l/2 - x)$$

Mit $F = ma$ wird

Über den Ansatz $x(t) = A \cos(\omega t) + C$ kann diese Differenzialgleichung aufgelöst werden:

$$\omega = \sqrt{GM/R^3}$$

$$T = 2\pi / \omega = 2\pi \sqrt{R^3/(GM)}$$

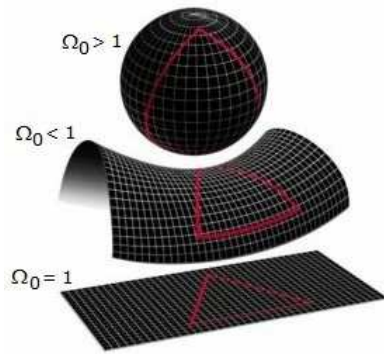
Die Fahrzeit ist weder von der Masse des Zuges, noch von der Tiefe und der Länge des Tunnels abhängig. Auf der Erde ergibt sich stets $T = 84,12$ Minuten, d.h. die Fahrzeit in eine Richtung beträgt 42 Minuten.

Für die Geschwindigkeit wird

$$v(t) = l\omega/2 \sin \omega t$$

und damit mit wachsender Länge des Tunnels ansteigende Geschwindigkeiten.

Für einen Fall durch den Erdmittelpunkt (freier Fall durch die Erde) ergibt sich die Maximalgeschwindigkeit von 28500 km/h.



Relativitätstheorie

Die Relativitätstheorie Albert Einsteins beschreibt die Bewegungen von Körpern in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit bzw. in starken Gravitationsfeldern. Die spezielle Relativitätstheorie beschränkt sich auf Inertialsysteme und untersucht die Frage, ob und wie physikalische Größen vom verwendeten Bezugssystem abhängen.

Wichtige Folgerungen aus der speziellen Relativitätstheorie:

- Zeitdilatation (Verlangsamung der Zeit bei hoher Geschwindigkeit)
- Lorentzkontraktion (Verkürzung eines Körpers in Bewegungsrichtung bei hoher Geschwindigkeit)
- Abhängigkeit der Masse eines Körpers von seiner Geschwindigkeit
- Äquivalenz von Masse und Energie ($E = mc^2$)
- »Zeitdilatation

Allgemeine Relativitätstheorie

Die allgemeine Relativitätstheorie befasst sich mit beschleunigten Bezugssystemen und liefert eine gegenüber der Newtonschen Mechanik eine verbesserte Theorie der Gravitation. Gemäß Einsteins Theorie verursachen die Massen eine Krümmung des Raum-Zeit-Kontinuums. Diese Krümmung wiederum beeinflusst die Bewegung der Körper.

Wichtige Folgerungen aus der allgemeinen Relativitätstheorie:

- Zeitverlangsamung unter dem Einfluss der Gravitation
- Krümmung von Lichtstrahlen durch die Gravitation
- Ausbreitung der Gravitation durch Gravitationswellen
- Möglichkeit der Existenz von Schwarzen Löchern

Alle Experimente, welche die Konsequenzen der Relativitätstheorie überprüfen sollten, ergaben einen hohen Grad an Übereinstimmung mit den Vorhersagen der Theorie.

Spezielle Relativitätstheorie

Postulate:

1. Im gesamten Universum gibt es keinen absoluten Fixpunkt, der als Bezugspunkt verwendet werden kann. Jede Bewegung ist relativ. Der Lichtäther kann nicht entdeckt werden.
2. Die Lichtgeschwindigkeit ist für einen Beobachter immer konstant.

Galilei-Transformation

Galileo Galilei beobachtete, dass "sich in einem ruhig dahingleitendem Segelschiff ein Glas Wein genauso einschenken lässt wie an Land". Es müssen in diesem Segelschiff, das ein sich mit konstanter Geschwindigkeit geradeaus bewegendes Bezugssystem, ein Inertialsystem, darstellt, die physikalischen Gesetze dieselbe Form behalten.

Daraus leitete Galilei die nach ihm benannte Galilei-Transformation ab

$$x = x' + v \cdot t ; y = y' ; z = z' ; t = t', v = \text{konst.}$$

Lorentz-Transformation

$$x = (x' + v \cdot t) / \sqrt{[1 - v^2/c^2]}; y = y'; z = z' \quad t = (t' + x' \cdot v/c^2) / \sqrt{[1 - v^2/c^2]}$$

Zeitdilatation (Zeitdehnung)

$$\Delta t = \Delta t_0' / \sqrt{[1 - v^2/c^2]}; \Delta t > \Delta t_0'$$

Längenkontraktion

$$\Delta l = \Delta l_0' \cdot \sqrt{[1 - v^2/c^2]}; \Delta l < \Delta l_0'$$

Addition von Geschwindigkeiten

$$w = (v + u) / (1 + v \cdot u/c^2)$$

Impulsmasse (m_0 ... Ruhemasse)

$$m = m_0 / \sqrt{[1 - v^2/c^2]}$$

Ruhenenergie

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

Gesamtenergie

$$E = E_0 + E_{kin}$$

Einsteinsche Gleichung, Masse-Energie-Beziehung $E = m \cdot c^2$

Experimentelle Beweise ... für die spezielle Relativitätstheorie

1. Untersuchungen mit radioaktiven Substanzen haben bereits 1902 gezeigt, dass die Masse der Teilchen, die als Beta-Strahlen (Elektronen und Positronen) ausgesendet werden, mit der Geschwindigkeit zunehmen.
2. Nachweis der Zeitverzögerung mit beschleunigten Wasserstoffatomen → veränderte Vibrationsfrequenz des Elektrons

Einstein 1916: Äquivalenzprinzip

Die Auswirkungen der Gravitation und einer Beschleunigungsbewegung sind gleichwertig und können nicht voneinander unterschieden werden.

Folgerungen

1. Lichtstrahlen werden von Massen angezogen und ihre Laufbahn dadurch gekrümmt! Nachweis bei Sonnenfinsternis
2. Gravitationsmassen verlangsamen den Zeitablauf. Je mehr Masse, um so langsamer vergeht die Zeit! Nachweis der verlangsamtten Vibration von Atomen und der dadurch folgenden Rotverschiebung des Lichtes
3. Rotation der Planetenbahnen: Nachweis am Merkur

Relativistischer Raumflug

Die Grundlage der Berechnung der Beschleunigungsphase ist die allgemeine Relativitätstheorie. Geschwindigkeit v , Beschleunigung a , Weg s , Zeit t , alle Größen mit Index r für Beobachter im Raumschiff, ohne Index für Beobachter auf der Erde

$$t = v/a_r \cdot 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$$

$$t = c/a_r \cdot \sqrt{[(1 + a_r s/c^2)^2 - 1]}$$

$$t = c/a_r \cdot \sinh(a_r t_r/c)$$

$$s = c^2/a_r \cdot (\sqrt{[1 + a_r t/c]} - 1)$$

$$s = c^2/a_r [\cosh(a_r t_r/c) - 1]$$

$$v = c \cdot \tanh(a_r t_r/c)$$

$$t_r = c/a_r \cdot \ln[a_r t/c + \sqrt{(1 + (a_r t/c)^2)}]$$

Relativität der Gleichzeitigkeit

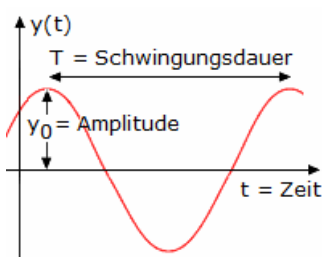
Einstein: "Vorgänge an verschiedenen Orten, die einem Beobachter gleichzeitig erscheinen, erscheinen einem anderen, der sich in bezug auf den ersten bewegt, keineswegs gleichzeitig."

Ein einfaches Beispiel, das diesen Satz erklärt: Wenn ich über das Deck eines riesigen Schiffs bei ruhiger See spaziere, dann merke ich gar nicht, dass sich das Schiff bewegt. Ich merke nur am Vorüberziehen der Landschaft, der Küsten, dass das Schiff in Bewegung ist.

Zwillingsparadoxon

Ein Zwilling bewegt sich vom anderen gleichförmig geradlinig fort, während der andere stehenbleibt. Kehrt nun der Zwilling, der sich vom anderen fortbewegt hatte zurück, dann wird er merken, dass sein Bruder bzw. seine Schwester älter geworden ist als er.

So paradox diese Theorie auch klingt, sie ist richtig und wurde u.a. durch die Hochenergiephysik nachgewiesen.



Schwingungen - Grundbegriffe

Als Schwingung bezeichnet man eine sich zeitlich ständig wiederholende Bewegung, so dass gilt:

$$f(t + kT) = f(t); k \dots \text{natürliche Zahl}$$

Amplitude y_{max} einer Schwingung ist der maximale Betrag der Schwingung während einer Periode T ; Auslenkung, Elongation y , Phasenwinkel ϕ_0 . Phase einer Schwingung ist ein Summand im Argument, der die Funktion auf der t -Achse verschiebt.

Periodendauer, Schwingungsdauer

Frequenz f

$$T = 1/n; \text{Anzahl } n \text{ der Schwingungen}$$

Kreisfrequenz

$$f = 1/T$$

$$\omega = 2\pi f$$

Auslenkung bei harmonischer Schwingung

$$y = y_{\max} \sin(\omega t + \phi_0)$$

für $\phi_0 = 0$ bei $t = 0$ gilt $y = y_{\max} \sin(\omega t)$

Schwingungsgleichung für ungedämpfte, harmonische Schwingung

$$d^2y/dt^2 + \omega^2 y = 0$$

Mechanische Schwingungen

Weg-Zeit-Gesetz einer harmonischen Schwingung

$$y = y_{\max} \sin(\omega t + \phi_0)$$

Geschwindigkeit-Zeit-Gesetz

$$v = dy/dt = y' = y_{\max} \omega \cos(\omega t + \phi_0)$$

Beschleunigung-Zeit-Gesetz

$$a = d^2y/dt^2 = y'' = -y_{\max} \omega^2 \sin(\omega t + \phi_0)$$

Harmonische Schwingung

Eine harmonische Schwingung kann als Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung angesehen werden.

Symbole: Amplitude y_A , Phasenwinkel $\phi = \omega t$, Phasenwinkel ϕ_0 zum Zeitpunkt $t = 0$, Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$, Frequenz f , Zeit t , die seit dem Beginn der Schwingung vergangen ist, Elongation y zum Zeitpunkt t :

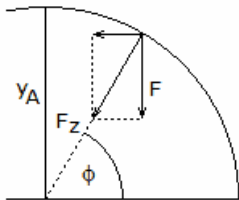
$$y = y_A \sin(\phi + \phi_0) = y_A \sin(\omega t + \phi_0)$$

Geschwindigkeit des schwingenden Körpers

v_{\max} ... Maximalgeschwindigkeit (in der Mittellage der Schwingung), v ... Momentangeschwindigkeit

$$v = y_A \omega \cos \phi = v_{\max} \cos \phi$$

$$v_{\max} = \omega y_A = 2\pi f y_A$$



Kräfte bei Schwingung

Während einer Schwingung wirkt stets eine zur Mittellage hin gerichtete Kraft F . Sie ist gleich der vertikalen Komponente der Radialkraft F_R .

$$F = F_R \sin \phi = m \omega^2 y$$

Bei einer harmonischen Schwingung ist zu jedem Zeitpunkt die zur Mittellage wirkende Kraft proportional zur Elongation der Schwingung.

Elastische Schwingung

Eine elastische Schwingung ist eine Schwingung, welche bei der Verformung eines elastischen Körpers entsteht. Die Verformung ist proportional zur verformenden Kraft. Elastische Schwingungen sind harmonisch.

Lineare Schwingung

Eine lineare Schwingung ist eine Schwingung, die ein elastische Körper längs einer Geraden ausführt.

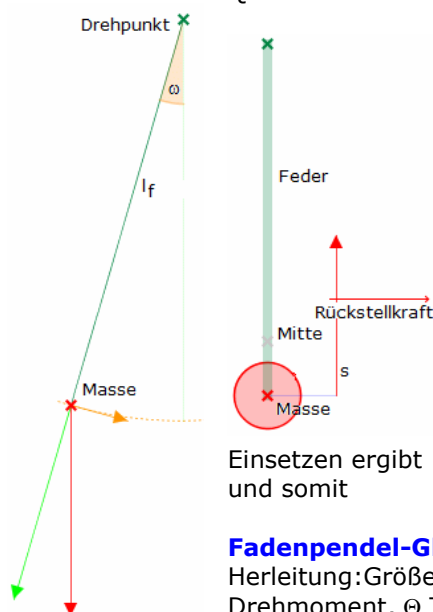
Richtgröße D

Die Richtgröße ist der Quotient aus verformender Kraft und der sich ergebenden Dehnung Δl .

$$D = F / \Delta l$$

Drehschwingung

Die von elastische Körpern ausgeführten Drehschwingungen (z.B. Torsionsfeder) sind harmonische Schwingungen. Der Grad der Elastizität wird durch die Winkelrichtgröße D^* ausgedrückt. Sie ist der Quotient des wirkenden Drehmoments M und des Drehwinkels ϕ .



Feder-Masse-Schwinger

Herleitung:

$F = -D s$ und $F = m a = m d^2/dt^2 s$ ergibt $-D s = m s''$
Somit muss $s'' = -D/m s$ eine Lösung $s(A, \omega, \psi, t) := A \sin(\omega t + \psi)$ besitzen.

Die Parameter A und ψ ergeben sich aus den Anfangswerten. Für ω gilt

$$-\omega^2 = -D/m, \text{ d.h. } \omega = \sqrt{D/m} \text{ und } T = 2\pi \sqrt{m/D}.$$

Sei $t = 0$. Dann ist $s = s_0$; die Maximalauslenkung; und $v = v_0 = 0$; d.h. keine Geschwindigkeit am unteren Umkehrpunkt.

$$s(A, \omega, \psi, t) = s_0 \rightarrow A \sin(\psi) = s_0$$

$$v = s'$$

$$s'(A, \omega, \psi, t) = d/dt s(A, \omega, \psi, t) = A \cos(\omega t + \psi) \omega$$

$$s'(A, \omega, \psi, t) = 0 \rightarrow A \cos(\psi) \omega = 0 \rightarrow \cos \psi = 0 \rightarrow \psi = \pi/2$$

Einsetzen ergibt und somit

$$A \sin \psi = s_0 \rightarrow A = s_0$$

$$s(s_0, \omega, \psi) = s_0 \sin(\omega t + \pi/2) \text{ mit } \omega = \sqrt{D/m}$$

Fadenpendel-Gleichung

Herleitung: Größen ω Drehwinkel, l_f Fadenlänge, m_p Masse am Ende des Fadens, M Drehmoment, Θ Trägheitsmoment

$$M = \Theta \frac{d^2}{dt^2} \omega(t)$$

mit dem Satz von Steiner $\Theta = m_p l_f^2$ und dem Moment durch die Rückstellkraft $M = -F l_f$ wird für kleine Winkel ω

$$F = m g \sin \omega \approx m g \omega \rightarrow M = -m_p g \omega l_f = m_p l_f^2 \frac{d^2}{dt^2} \omega(t)$$

Schwingungsdifferenzialgleichung: $\frac{d^2}{dt^2} \omega(t) = -g / l_f \omega$

Dämpfung

Bei jeder Schwingung treten durch Reibung, Luftwiderstand usw. Energieverluste auf (mechanische Energie wird in Wärmeenergie transformiert), die zu einer ständigen Abnahme der Amplitude führen. Die Abnahme unterliegt physikalischen Gesetzen und wird Dämpfung genannt.

Schwingungsgleichung für gedämpfte, harmonische Schwingung

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\delta \frac{dy}{dt} + \omega_0 y = 0$$

Abklingkoeffizient (Dämpfungsfaktor) δ , Kreisfrequenz der ungedämpften, anfänglichen Schwingung

Lösung der Differenzialgleichung $y = y_{\max} e^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t + \phi_0)$

Kraftgesetze für harmonische Schwingung

$$F = -D y$$

$$M = -D \sigma$$

Richtgröße (Federkonstante) D, Drehmoment M, Winkel σ

Energie eines harmonischen Oszillators

$$E = 1/2 D y_{\max}^2$$

$$E = m/2 \omega^2 y_{\max}^2$$

Gedämpfte Schwingung

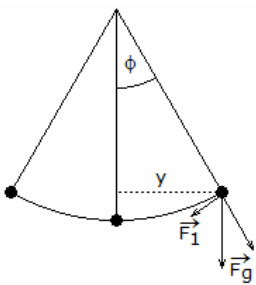
Periodendauer

unter der Bedingung kleiner Auslenkwinkel gilt:

$$\text{Fadenpendel} \quad T = 2\pi \sqrt{l/g}$$

$$\text{Federschwinger} \quad T = 2\pi \sqrt{m/D}$$

$$\text{Torsionspendel} \quad T = 2\pi \sqrt{J/D}$$



Fadenpendel, Mathematisches Pendel

Unter einem mathematischen Pendel, versteht man ein Fadenpendel, bei dem die Masse des Fadens vernachlässigt und die Masse des Pendelkörpers als punktförmig angesehen wird.

Überschreiten die maximalen Ausschläge des Pendels nicht 8° , kann die Schwingung in guter Näherung als harmonisch angesehen werden.

$$T = 2\pi \sqrt{l/g}$$

Periode T der Schwingung, Länge l des Pendels, Erdbeschleunigung g, Kraft F_1 , welche den Pendelkörper in die Mittellage zurückzieht, Elongation y, der waagerechte Abstand von der Mittellage

Die exakte Gleichung der Schwingungsdauer ergibt sich aus der Differenzialgleichung

$$\phi'' + \omega^2 \sin \phi = 0 \quad \text{mit} \quad \omega^2 = g/l$$

Unabhängig von der maximalen Auslenkung ϕ_0 wird

$$T = 4 \sqrt{l/g} K(\phi_0)$$

wobei $K(k)$ das nicht analytisch auflösbare, vollständige elliptische Integral erster Ordnung

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}$$

ist. Für Amplituden ϕ_0 kleiner als 70° ergibt die nachfolgende Näherungsformel Ergebnisse mit einem maximalen Fehler von 1 %:

$$T = 2\pi \sqrt{l/g} (1 + \phi_0^2/16)$$

ϕ_0 im Bogenmaß!



Physisches Pendel

Pendel, bei denen die Bedingungen des mathematischen Pendels nicht erfüllt sind, heißen physisches, oder auch physikalisches, Pendel.

$$T = 2\pi \sqrt{J_A / (m g s)}$$

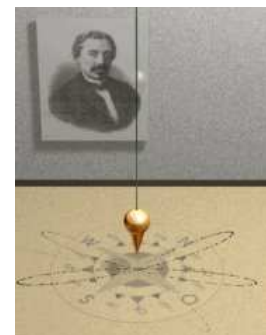
Erklärung: Trägheitsmoment J_A des Pendels gegenüber der Achse durch den Aufhängpunkt, Abstand s zwischen Aufhängpunkt und Scherpunkt des Pendels, Masse m des pendelnden Körpers

Foucaultsches Pendel

Das Foucaultsche Pendel ist eines der bekanntesten Experimente zum Nachweis der Erdrotation.

1851 konstruierte der französische Physiker Jean Bernard Leon Foucault im Pariser Pantheon ein 67 Meter langes Pendel mit einem 28 kg schweren Pendelkörper.

Der Pendelkörper hatte eine Spitze, mit der er Striche in einen Sandwall zog. Auf Grund der Erdrotation drehte sich der Boden unter dem Pendel. Der Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Strichen war 2,7 mm.



Allgemein gilt für den Abstand d zweier Umkehrpunkte

$$d = 2\pi x_0 \omega / \Omega \sin \psi$$

wobei x_0 die Anfangsauslenkung, ψ die geografische Breite, L die Pendellänge, ω die Kreisfrequenz der Erdrotation sind und $\Omega = \sqrt{g/L}$

gilt. Für die Anzahl N der Schwingungen für eine volle Umdrehung wird $N = \Omega/\omega \cdot 1/\sin \psi$

Für ein 50 m langes Pendel und einer Auslenkung von 5 m wird dann in Mitteleuropa ($\psi = 50^\circ$) $N = 7951$ und $d = 0,4$ cm.

Abbildung: Foucaultsches Pendel im Musée des Arts et Métiers in Paris

Überlagerung von Schwingungen

Schwingung 1 : $A_1 \sin(\omega t + \phi_1)$; Schwingung 2 : $A_2 \sin(\omega t + \phi_2)$

Dann gilt: $A_1 \sin(\omega t + \phi_1) + A_2 \sin(\omega t + \phi_2) = A \sin(\omega t + \phi)$

mit $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)}$

$\tan \phi = (A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2) / (A_1 \cos \phi_1 + A_2 \cos \phi_2)$; Quadranten beachten!

Spezialfall $B \cos \omega t + C \sin \omega t = A \sin(\omega t + \phi)$

mit $A = \sqrt{B^2 + C^2}$ und $\tan \phi = B/C$ (Quadrant!)

Umschreiben von Kosinusschwingungen in Sinusschwingungen

$$A \cos(\omega t + \phi) = A \sin(\omega t + \phi + \pi/2)$$

Wellengleichung

$$y = y_{\max} \sin 2\pi (t/T - x/\lambda)$$

Ort x , Wellenlänge λ

Energiedichte einer Welle

$$w = \rho/2 \omega^2 y_{\max}^2$$

Energie, welche durch Welle transportiert wird

$$E = \rho/2 \omega^2 y_{\max}^2 A c t$$

Flächeninhalt A , Ausbreitungsgeschwindigkeit v , Dichte des Mediums ρ

Grundfrequenzen

einer schwingenden Saite

$$f = 1/(2l) \sqrt{F/(\rho A)}$$

einer offenen Pfeife

$$f = c / (2l)$$

einer geschlossenen Pfeife

$$f = c / (4l)$$

Länge der Saite bzw. schwingenden Luftsäule l , Spannkraft F , Dichte ρ , Querschnittsfläche A ,

Schallgeschwindigkeit c

Schallgeschwindigkeit

in Gasen

$$c = \sqrt{\kappa p/\rho}$$

in Flüssigkeiten

$$c = \sqrt{1 / (\alpha \rho)}$$

in festen Stoffen

$$c = \sqrt{E / \rho}$$

Adiabatenkoeffizient κ , Druck p , Dichte ρ , Kompressibilitätskoeffizient α , Elastizitätsmodul E

Schallgeschwindigkeit in der Luft (Näherung)

$$c = 331,6 \text{ m/s} \cdot \sqrt{1 + t/273^\circ\text{C}} ; t \dots \text{Temperatur in } ^\circ\text{C}$$

Phasengeschwindigkeit

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle (Wellengeschwindigkeit) hängt von den physikalischen Eigenschaften des Mediums ab, in dem sich die Welle ausbreitet. Im allgemeinen ist die Wellengeschwindigkeit gleich der Geschwindigkeit des Energietransports in der Welle.

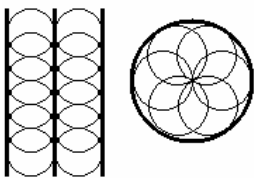
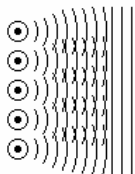
$$c = \lambda \cdot f = \lambda / T$$

Wellengeschwindigkeit c , Frequenz f , mit der die einzelnen Teilchen schwingen, Wellenlänge λ , Periode T der Schwingung eines Teilchens

Diese Beziehungen gelten für alle Wellen, auch für elektromagnetische.

Schallgeschwindigkeit in m/s für 20°C und 760 Torr Normaldruck

Aluminium	5100	Ethanol	1160	Benzin	1160	Benzol	1320		
Beton	3800	Blei	1300	Eis	3230	Glas	4000		
		Gummi	40	Kohlendioxid	258	Kork	500	Kupfer	
			3900						
		Stahl	5100	Ziegel	3600	Zink	3700	Wasserstoff	
			1280						
		Glyzerin	1920	Quecksilber	1430	Ammoniak	415	Helium	
			981						
		Sauerstoff	315	Holz (Eiche)	3400				
		Wasser 0°C	1407	4°C	1400		1484		
		Luft -20°C	319	0°C	331		337	20°C	343
		30°C	349						



Elementarwelle

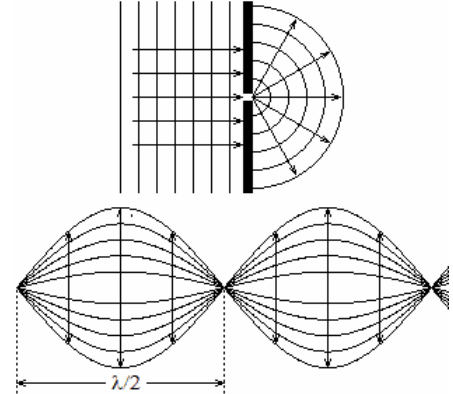
Nach Huygens ist die Grundform aller Wellen die Kreiswelle, welche daher als Elementarwelle bezeichnet wird.

Huygensches Prinzip

Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt einer Elementarwelle angesehen werden. Diese breiten sich mit gleicher Geschwindigkeit und Wellenlänge wie die Ursprungswelle aus. Die Einhüllende aller Elementarwellen ergibt dabei die neue Wellenfront.

1. Abbildung: Entstehung linearer Wellen aus Elementarwellen

2. Abbildung: Elementarwellen mit Einhüllenden



Beugung von Wellen

Die Abweichung von der geradlinigen Ausbreitung von Wellen (Wasser-, Schall-, Lichtwellen, Elektronenstrahlen) bezeichnet man als Beugung. Eine Beugung tritt auf, wenn eine Welle auf ein Hindernis trifft oder durch eine Öffnung hindurch geht, deren Ausdehnung in der Größenordnung der Wellenlänge ist. Der Winkel zwischen dem ursprünglichen und dem gebeugten Strahl wird als Beugungswinkel bezeichnet. Die Energie des gebeugten Strahls verteilt sich nicht gleichmäßig auf die gebeugten Strahlen. Sie nimmt mit zunehmendem Beugungswinkel ab.

Stehende Welle

Wird eine Welle so reflektiert, dass sie auf der gleichen Bahn, auf der sie ankommt, auch wieder zurückläuft, dann überlagern sich die ankommende und die reflektierte Welle. Es entsteht eine

stehende Welle.

Bei einer stehenden Welle beobachtet man Teilchen, die sich stets in Ruhe befinden (Wellenknoten). Dazwischen liegen Wellenbäuche. Der Abstand zwischen zwei benachbarten Knoten entspricht der halben Wellenlänge $\lambda/2$.

Saite und schwingende Luftsäule

Eine schwingende Saite bildet eine stehende Welle mit Knotenpunkten an den Enden. Es entsteht ein Ton mit einer bestimmten Frequenz.

$$f = 1 / (2 l) \cdot \sqrt{F / (\rho A)}$$

Länge l der Saite, Spannkraft F der Saite, Querschnitt A der Saite, Dichte ρ des Materials der Saite, Frequenz f der schwingenden Saite.

Diese Gleichung gibt die Frequenz der Grundschwingung an. Die noch auftretenden Oberschwingungen beeinflussen die Klangfarbe und nicht die Frequenz des hörbaren Tons.

Schwingende Luftsäule

Luftsäulen in Pfeifen schwingen als stehende Wellen. Am Mundstück befindet sich ein Wellenbauch.

Art der Pfeife

offene Pfeife

geschlossene Pfeife

Frequenz bei Länge l

offene Pfeife

am Ende befindet sich

ein Wellenbauch

ein Wellenknoten

$$f = c / (2 l)$$

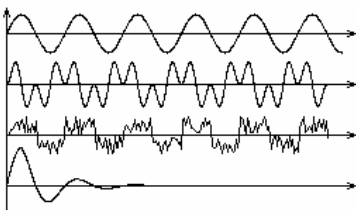
Pfeifenlänge entspricht

der halben Wellenlänge

einem Viertel der Wellenlänge

geschlossene Pfeife

$$f = c / (4 l)$$



Schallwellen

Schallwellen sind Longitudinalwellen. Der Mensch kann Frequenzen von ca. 16 bis 20000 Hz hören. Niedrigere Frequenzen bezeichnet man als Infra-, höhere als Ultraschall.

Ein Ton ist eine reine Sinuswelle. Ein Klang entsteht durch die Überlagerung mehrerer Töne. Ein Geräusch entsteht durch eine unregelmäßige Schwingung. Der Knall ist ein kurzzeitiger und starker Schall.

Die Amplitude der Schwingung bestimmt die Lautstärke. Die Frequenz der Schwingung ergibt die Tonhöhe. Die Schwingungsform ergibt die Klangfarbe.

Auslöschung und Dämpfung

Zwei Schallwellen mit gleicher Ausbreitungsrichtung, gleicher Frequenz und einem Gangunterschied von $(2n-1) \cdot \lambda/2$ (mit $n=1,2,3,\dots$) löschen sich bei gleicher Amplitude aus und dämpfen sich bei ungleicher Amplitude.

Verstärkung

Zwei Schallwellen verstärken sich, wenn sie einen Gangunterschied von $n \lambda$ haben.

Schallintensität

$$I = E / (t \cdot A) = P/A$$

Schallenergie E, Fläche A, durch welche die Energie transportiert wird, Leistung P

Lautstärkepegel

$$L_N = 10 \cdot \lg (I/I_0)$$

Der Lautstärkepegel ist ein Maß für das subjektive Lautheitsempfinden des Gehörs. Er ist frequenzabhängig und wird so gewählt, dass bei einer Schallfrequenz von 1 kHz der Wert des Lautstärkepegels gleich dem Schalldruckpegel ist.

Schalldruckpegel

$$L_A = 20 \cdot \lg (p/p_0)$$

Schallintensität I_0 bei der Hörschwelle (10^{-12} W/m² bei 1000 Hz), Schalldruck p, Schalldruck p_0 bei der Hörschwelle

Schallschnelle

Die Schallschnelle ist die Geschwindigkeit, die in einer Schallwelle schwingende Teilchen beim Durchgang durch die Mittellage haben.

$$u = 2 \pi f y_A$$

Frequenz f des Schalls, Amplitude y_A der schwingenden Teilchen

Schalldruck

Der Schalldruck sind die in der Schallwelle auftretenden maximalen Druckunterschiede.

$$p = \rho c u$$

Dichte ρ des Mediums, Schallgeschwindigkeit c, Schalldruck u

Schalldichte

Die Schalldichte ist das Verhältnis der kinetischen Energie der Teilchen innerhalb des Raumes zum Volumen dieses Raumes.

Schallstärke

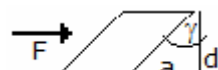
Die Schallstärke ist das Verhältnis der auf eine Fläche treffenden Schallleistung zur Größe dieser Fläche.

Schallstärken-Tabelle (in Klammern Schallintensität)

0 Phon (10^{-12})	Reizschwelle des Ohrs
10 Phon (10^{-11})	Blätterrauschen im leichten Wind, Taschenuhr
20 Phon (10^{-10})	Flüstern
30 Phon	sehr ruhige Wohnstraße
40 Phon (10^{-8})	leise Musik
50 Phon (10^{-7})	geringer Straßenlärm, Sprache
60 Phon (10^{-6})	Unterhaltungslautstärke
70 Phon (10^{-5})	Straßenbahn
80 Phon (10^{-4})	starker Straßenlärm
90 Phon (10^{-3})	Presslufthammer
100 Phon (10^{-2})	lautes Motorrad
110 Phon (10^{-1})	Niethammer
120 Phon (1)	Flugmotor
130 Phon (10)	Schmerzschwelle des Ohrs

Lautstärkedämmzahlen, Durchschnittswerte in dB

einfaches Fenster	15		
Doppelfenster mit 12 cm Luft	< 30		
einfache Holztür	20		
Doppeltür mit 12 cm Luft	< 40		
Betonwand 10 cm	42	20 cm	48
Ziegelmauerwerk, verputzt 12 cm	45	25 cm	50
Zwischenwände in Wohnungen	40		
Zwischenwände in Schulen	42		
Wohnungstrennwand	48		
Außenmauern	48		
Krankenzimmerwände	50		
Zimmerdecken	52		



Druck

Der Druck ist das Verhältnis von einer senkrecht auf eine Fläche A wirkenden Kraft F zu der Fläche, auf die sich diese Kraft verteilt. Die SI-Einheit des Drucks ist Pascal (1

$$Pa = 1 \text{ N/m}^2)$$

$$p = F / A$$

Verformungen, Hookesches Gesetz

Elastische Dehnung $\varepsilon = \Delta l/l_0$; Längenänderung Δl , Ausgangslänge l_0

Mechanische Spannung $\sigma = F/A$

Hookesches Gesetz $\sigma = E \cdot \varepsilon$; Elastizitätsmodul E

Hookesches Gesetz für Feder $F = D \cdot s$; Federkonstante D

Dehnzahl $\alpha = 1/E$; Elastizitätsmodul E

Querkürzung $\varepsilon_q = \Delta d/d_0$
 Poissonsche Zahl $\mu = \varepsilon_q/\varepsilon$

Poissonsche Zahl, Tabelle

Aluminium	0.34	Basalt	0.3	Beton	0.17	Blei	0.45
Glas	0.2	Geräteglas	0.25	Quarzglas	0.20	Glimmer	0.458
Gips	0.34	Gold	0.42	Gusseisen	0.26	Cadmium	0.30
Kalkstein	0.33	Kupfer	0.35	Messing	0.35	Neusilber	0.37
Nickel	0.30	Platin	0.39	Silber	0.38	Stahl	0.29
Wolfram	0.17	Zink	0.25	Zinn	0.33		

Hookessches Gesetz für Schubbeanspruchung, Schubspannung

Schubspannung $\tau = G \cdot \gamma$
 Schubmodul (Torsionsmodul) G , Scherung (Schiebung) γ
 Scherung $\gamma = a/d$
 Schubzahl $\beta = 1/G$
 Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul, Schubmodul und Poissonscher Zahl $G = E / (2 + 2\cdot\mu)$

Kompressibilität $\kappa = -\Delta V / (b V_0) = 3(1 - 2\mu)/E$
 Kompressibilität κ , Volumenänderung ΔV , Ausgangsvolumen V , Druck p
 Kompressionsmodul $K = 1/\kappa$
 Die Kompressibilität ist temperaturabhängig.

Biegebeanspruchung gerader Stäbe

Biegebeanspruchung an der äußersten Faser $\sigma = M / W$ mit $W = I / e$
 Größen: Biegespannung σ in N/m^2 , Biegemoment M an der betrachteten Stelle des Stabes in Nm , Widerstandsmoment W des Trägerquerschnitts in m^3 , Flächenträgheitsmoment I in m^4 , Abstand e der äußersten Faser von der Biegeachse in m

Widerstandsmomente einiger Querschnitte

Fläche Widerstandsmoment
 Quadrat $W_x = W_y = 1/6 a^3$, Seitenlänge a
 Rechteck $W_x = 1/6 ab^2$; $W_y = 1/6 ba^2$, Seitenlängen a und b
 Kreis $W_x = W_y = 1/32 \pi d^3$, Durchmesser d
 Ellipse $W_x = 1/4 \pi ab^2$; $W_y = 1/4 \pi ab^2$, Halbachsen a und b

Differenzialgleichung der Biegelinie, Elastische Linie $d^2y / dx^2 = -M / (EI)$

Größen: Biegemoment M in Nm , Elastizitätsmodul E in N/m^2 , Kraft F in N , maximale Durchbiegung y_{max} in m , Abmessungen a und b in m , Länge l in m , Koordinaten x und y in m , gleichmäßig verteilte Belastung q in N/m , Auflagekräfte F_A und F_B in den Auflagepunkten A und B in N und äquatoriales Flächenträgheitsmoment I des Querschnitts bezüglich einer Achse senkrecht zur x - y -Ebene durch die neutrale Faser in m^4

Das Biegemoment in einem beliebigen Punkt eines Trägers ist gleich der Summe der statischen Momente aller links bzw. rechts vom betrachteten Querschnitt angreifenden Kräfte.

Das Biegemoment ist positiv, wenn sich der Träger infolge des Moments nach unten, negativ, wenn er sich nach oben durchbiegt.

Elastizität

Die Elastizität ist die Eigenschaft eines Körpers, unter Krafteinwirkung seine Form zu verändern und bei Wegfall der einwirkenden Kraft in die Ursprungsform zurückzukehren.

Das Teilgebiet der Physik, das sich mit elastischen Verformungen befasst, wird Elastizitätstheorie genannt. Der einfachste Fall wird durch das Hookesche Gesetz beschrieben.

Werte der Elastizität in 1/GPa

Aluminium	71	Basalt	50 ... 100	Beton	10 ... 40
Blei	16	Bronze	110	Cadmium	51
Celluloid	51	Duraluminium	73	Eis (-4°C)	9,6
Eisen	210	Elektron	44	Germanium	81
Geräteglas	40 ... 90	Quarzglas	75	Glimmer	160 ... 210
Gneis	13 ... 36	Gold	78	Granit	15 ... 70
Gusseisen	110	Holz	10 ... 15	Iridium	530
Zirkonium	69	Kautschuk	0,0001	Keramik	0,3 ... 30
Klinker	27	Konstantan	163	Kupfer	123
Kunsthorn	3	Magnesium	44	Manganin	124
Marmor	72	Messing	98	Molybdän	330
Neusilber	110	Nickel	210	Pertinax	9,5

Platin	170	Plexiglas	3,2	Polystyrol	3,2
Porzellan	60	Sandstein	4 ... 40	Schmiedeeisen	213
Silber	79	Silizium	98	Stahl	210
Federstahl	220	V2A-Stahl	190	Tantal	184
Titan	110	Vanadium	130	Vulkanfiber	4,9
Wolfram	390	Zink	98	Zinn	55
Glas	40 ... 90	Gummi	0,005	Kalkstein	25 ... 70
Chromnickel	200	Aluminiumoxid	350	Mangan	157
Nickelin	127 ... 130	Polyamid	15 ... 32	Zirconiumoxid	160

Härteskala nach Mohs

Stoff **Härtegrad** **HB=Brinellhärte in kg/mm²**

Talk	1	5
Gips	2	20
Kalkspat	3	92
Flussspat	4	110
Apatit	5	237
Feldspat	6	253
Quarz	7	308
Topas	8	525
Korund	9	1150
Diamant	10	-

Mohs entwickelte eine Härteskala, bei der er willkürlich Gips den Wert 1 und Diamant den Wert 10 gab. Von zwei Stoffen ist derjenige der härtere, der den anderen ritzt. In der Härteskala sind die Stoffe in der Reihenfolge ihrer Ritzhärte angeordnet.

Brinellhärte in kg/mm²

Blei	4	reines Eisen	60	Gold	18	Grauguss	100-150
Kupfer	35	Magnesium	25	Messing	150	Nickel	80-180
Platin	55	Silber	25	Zink	35	Zinn	5
Aluminium	15-40						

Härteste chemische Elemente

Name Härte nach Mohs **Name Härte nach Mohs**

1 Diamant C	10	2 Bor B	ca. 10	3 Chrom Cr	9	4 Rhenium Re	7 - 8
5 Zirconium Zr	7 - 8	6 Osmium Os	7,5	7 Iridium Ir	7,0	8 Silicium Si	7,0

Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

Dichte $\rho = m / V$

Kolbendruck $P = F / A$

Wichte $\gamma = G / V; \gamma = \rho \cdot g$

Schweredruck $p = h \cdot \gamma = h \cdot \rho \cdot g$

Druckkräfte bei hydraulischen Anlagen

Satz von der Erhaltung der Arbeit

$$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$$

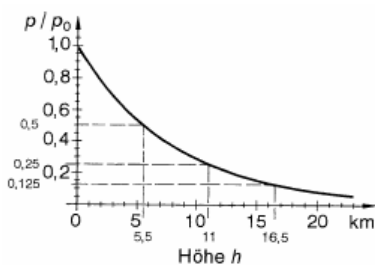
Gleichgewicht

$$F_1/F_2 = A_1/A_2$$

Auftriebskraft (Archimedisches Gesetz)

Wird ein Körper ganz oder zum Teil in einer Flüssigkeit getaucht, erfährt er eine Kraft, die seiner Gewichtskraft entgegenwirkt. Die Kraft ist die Auftriebskraft und hat die gleiche Größe wie die Gewichtskraft der Flüssigkeitsmenge, die von dem Körper beim Eintauchen verdrängt wurde.

$$F_A = G_{Fl} = V_k \cdot \gamma_{Fl}$$



Barometrische Höhenformel

$$p = p_0 e^{(-\rho_0/p_0) g \cdot h}$$

ρ_0 ist die Normdichte der Luft (1,29 kg/m³), p_0 der Normdruck (1013 hPa) und g die Fallbeschleunigung in Meeresspiegelhöhe (9,81m/s²)

Alle 8 m verringert sich an der Erdoberfläche der Luftdruck um 100 Pa. In 5,4 km Höhe ist der Luftdruck halb so groß wie an der Erdoberfläche. Für $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5$ Pa und $\vartheta = 0^\circ\text{C}$ gilt

$$p = p_0 e^{-h/7,99 \text{ km}}$$

$$\text{oder } h = 18,4 \text{ km } \lg(p_0 / p)$$

Internationale Höhenformel

Die internationale Höhenformel berücksichtigt die Temperaturabnahme mit steigender Höhe. Diese gilt bis zur Tropopause in 11 km Höhe. $p = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa } (1 - 6,5/(288 \text{ km}) h)^{5,255}$

Der Normdruck p_n entspricht dem Jahresmitteldruck auf Meereshöhe

$$p_n = 101325 \text{ Pa} = 1013,25 \text{ hPa}$$

Der tatsächliche Luftdruck ist von der Temperatur, dem Ort und dem Wetter abhängig.
 Dichteverlauf der Erdatmosphäre $\rho = 1,2255 \text{ kg/m}^3 (1 - 6,5/(288 \text{ km}) h)^{4,255}$

Barometrische Jordan-Höhenformel

Nach Jordan gilt für Mitteleuropa die barometrische Höhenformel

$$H = 18464 (\lg B - \lg B') (1 + 0,003665 t)$$

mit den Annahmen die mittlere geografische Breite von 50°, der mittleren Höhen über dem Meer von 500 m und des Verhältnisses des Dunstdrucks zum Barometerstand von 1 : 100.

In der Gleichung bedeuten

B', B Barometerstände zweier Stationen im einheitlichen Maß

t mittlere Lufttemperatur in °C

h zu bestimmender Höhenunterschied

18464 barometrische Konstante für Mitteleuropa

Da in Mitteleuropa der mittlere auf den Meeresspiegel reduzierte Barometerstand etwa 762 mmHg ist, kann die Grundformel von Jordan in die neue Form gebracht werden

$$H = 18464 ((\lg 762 - \lg B) - (\lg 762 - \lg B')) (1 + 0,003665 t)$$

oder $h = H - H'$

wobei H und H' als barometrische Rechnungshöhen bezeichnet werden und folgende Bedeutung haben

$$H = 18464 (\lg 762 - \lg B) (1 + 0,003665 t)$$

$$H' = 18464 (\lg 762 - \lg B') (1 + 0,003665 t)$$

Aus dieser Beziehung entwickelte Jordan seine 1879 herausgegebenen barometrischen Höhentafeln zur Berechnung von Höhendifferenzen.

Der Maximalfehler ist bei einem Barometerfehler von 0,05 mmHg und einem Fehler von 0,5°C der mittleren Lufttemperatur nur 0,18 % der berechneten Höhe.



Oberflächenspannung

Die Oberflächenspannung ist eine Eigenschaft der Oberfläche zwischen einer Flüssigkeit und einem Gas. Die Oberfläche einer Flüssigkeit verhält sich dabei wie eine elastische Folie. U.a. führt dies dazu, dass einige Insekten über das Wasser laufen können.

Das Verhältnis aus der verrichteten Arbeit und der daraus resultierenden Oberflächenvergrößerung wird Oberflächenspannung oder auch Oberflächenarbeit genannt.

$$\gamma = \Delta W / \Delta A$$

Thermodynamisch ist die Oberflächenspannung σ ist die partielle Ableitung der freien Enthalpie G nach der Fläche A bei konstanter Temperatur T und bei konstantem Druck p:

$$\sigma = (\partial G / \partial A)_{T,p}$$

Für Wasser gilt ausgehend von 20 °C für eine Temperatur T (in K) die Näherungsgleichung (in Nm)

$$\sigma = 0,07275 (1 - 0,002 (T - 291))$$

Werte der Oberflächenspannung in Nm

Wasser (100°C)	0,0588	Wasser (80°C)	0,0626
Wasser (60°C)	0,0662	Wasser (40°C)	0,0696
Wasser (20°C)	0,0725	Wasser (10°C)	0,0742
Wasser (0°C)	0,0756	Terpentinöl (18°C)	0,0268
Salzsäure 10% (20°C)	0,073	Quecksilber zu Wasser (20°C)	0,375
Quecksilber (20°C)	0,5	Petroleum (0°C)	0,0289
Kochsalzlösung 10% (18°C)	0,0755	Propantriol (30°C)	0,0647
Benzol (20°C)	0,0288	Azeton (20°C)	0,0237

Kapillarität

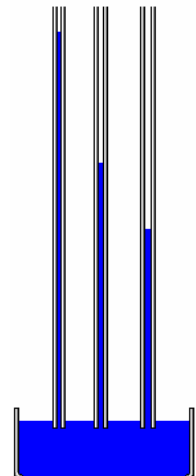
Die Kapillarität bzw. Haarröhrchenwirkung ist eine Erscheinung, die durch Kohäsions- und Adhäsionswirkung zwischen Wand- und Flüssigkeitsmolekülen hervorgerufen wird, dass ein in eine Flüssigkeit getauchtes enges offenes Röhrchen (Kapillare) einen höheren (bei Wasser) oder einen tieferen (bei Quecksilber) Flüssigkeitsspiegel zeigt als außerhalb.

Auf der Kapillarität beruht zum Beispiel die Saugwirkung von Löschpapier und Lampendochten, aber auch das Aufsteigen der Säfte in Pflanzen.

Steighöhe einer vollständig benetzenden Flüssigkeit in einer Kapillare

$$h = 2\sigma / (r \rho g)$$

Steighöhe h, Oberflächenspannung σ der Flüssigkeit, Innenradius r der Kapillare, Fallbeschleunigung g, Dichte ρ der Flüssigkeit



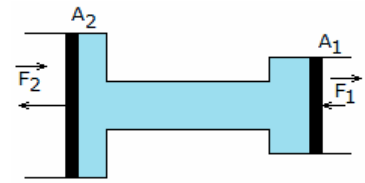
Schweredruck

In jeder Flüssigkeit herrscht infolge ihres Eigengewichtes ein Druck. Dieser Druck heißt Schweredruck oder hydrostatischer Druck.

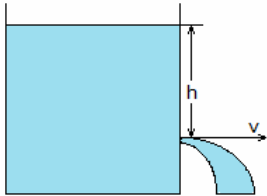
Auf einer waagerechten Ebene ist dieser Druck innerhalb einer Flüssigkeit überall gleich. Der Druck nimmt mit zunehmender Tiefe zu.

$$p = h \rho g$$

Höhe h der Flüssigkeitssäule, Dichte ρ der Flüssigkeit, Gravitationsbeschleunigung (Fallbeschleunigung) g



Kolbendruck



Ein von außen auf eine Flüssigkeit ausgeübter Druck pflanzt sich in dieser nach allen Seiten mit gleicher Stärke fort.

$$p = F / A$$

Bei einer hydraulischen Presse wirkt auf alle Kolben der gleiche Druck. Für eine Presse mit den Kolbenflächen A_1 und A_2 , bei der auf den 1. Kolben die Kraft F_1 wirkt, wird:

$$p = F_1 / A_1 = F_2 / A_2$$

$$F_2 = F_1 A_2 / A_1$$

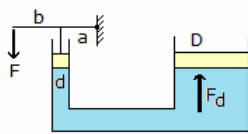
Ausflussgeschwindigkeit

Die Ausflussgeschwindigkeit einer idealen Flüssigkeit ist nur von der Höhe der Flüssigkeitssäule über der Ausflussöffnung abhängig.

Wenn h die Höhe der Flüssigkeitssäule, g die Erdbeschleunigung und v die Ausflussgeschwindigkeit ist, gilt:

$$v = \sqrt{2 g h}$$

Die Ausflussgeschwindigkeit einer realen Flüssigkeit kann erheblich geringer sein.



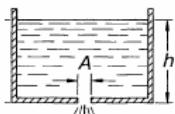
Hydraulische Presse

$$F_d = \eta b/a \cdot (D/d)^2 \cdot F$$

Kraft F , Durchmesser des kleinen d und großen D Kolbens, Wirkungsgrad η , Hebelarme a und b des einseitigen Hebels, wirkende Kraft F_d

Prinzip der Hydraulik

Im abgeschlossenen hydraulischen System ist es möglich, mit geringem Kraftaufwand eine große Masse zu heben. Dabei bleibt der Druck im gesamten System konstant.

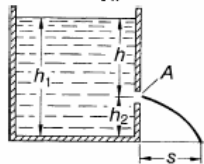


Ausflussgeschwindigkeit (2)

Für das Ausfließen von realen Flüssigkeiten aus Gefäßen gilt mit einer Geschwindigkeitsziffer ϕ (Wasser $\phi = 0,97$) und einer Kontraktionszahl α (scharfkantige Ausflussform $\alpha = 0,61$):

$$\mu = \phi \alpha ; \text{Ausflusszahl}$$

Für die nachfolgenden Berechnungen mit dem Index "Wasser" wird die Ausflusszahl $\mu = 0,97 \cdot 0,61 = 0,5917$ genutzt.

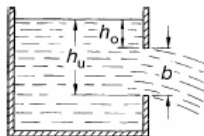


(1) kleine Bodenöffnung, 1. Abbildung links

$$v = \mu \sqrt{2g h}$$

$$v_{\text{Wasser}} = 0,5917 \sqrt{2g h}$$

$$dV/dt = \mu A \sqrt{2g h}$$



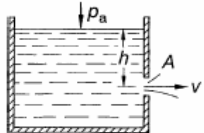
(2) kleine Seitenöffnung, 2. Abbildung

$$v = \mu \sqrt{2g h}$$

$$dV/dt = \mu A \sqrt{2g h}$$

$$s = 2\mu \sqrt{h h_2}$$

$$s_{\text{Wasser}} = 1,1834 \sqrt{h h_2}$$



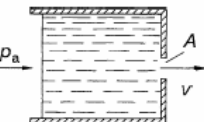
(3) große Seitenöffnung, 3. Abbildung

$$dV/dt = 2/3 \mu b \sqrt{2g} (h_u^{3/2} - h_o^{3/2})$$

(4) Druck p_a auf Flüssigkeitsspiegel, 4. Abbildung

$$v = \mu \sqrt{2(g h + p_a/\rho)}$$

$$dV/dt = \mu A \sqrt{2(g h + p_a/\rho)}$$



(5) Druck p_a an der Ausflussstelle, 5. Abbildung

$$v = \mu \sqrt{2p_a/\rho}$$

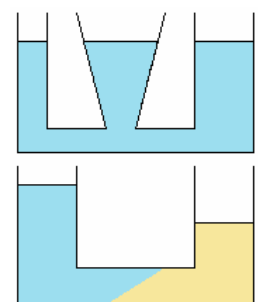
$$dV/dt = \mu A \sqrt{2p_a/\rho}$$

Verbundene Gefäße

Verbundene Gefäße sind Gefäße, in denen Flüssigkeit von einem Gefäß in ein anderes fließen kann.

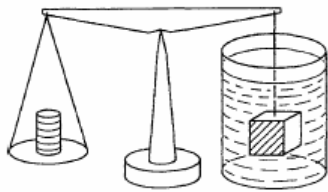
In verbundenen Gefäßen liegen die Oberflächen einer ruhenden Flüssigkeit in einer waagerechten Ebene. Dies trifft jedoch nur dann zu, wenn alle Gefäße so weit sind, dass keine Kapillarwirkung auftritt. (Abbildung oben)

Bei zwei verschiedenen, nicht mischbaren Flüssigkeiten stellen sich die Höhen so



ein, dass ein Druckausgleich zustande kommt, also entsprechend ihrer spezifischen Wichten γ (Abbildung unten).

Für die Höhe der zweiten Flüssigkeit gilt: $\gamma_1 : \gamma_2 = h_2 : h_1$



Hydrostatische Waage

Mit Hilfe einer hydrostatischen Waage kann die Dichte von Körpern bestimmt werden. Bis heute findet das Prinzip der hydrostatischen Waage vielfältige Verwendung, zum Beispiel in der chemischen Industrie. Die Funktionsweise des Messgerätes ist relativ leicht nachvollziehbar.

Das Messprinzip beruht auf dem Archimedischen Prinzip.

Während des Messvorgangs wird ein Körper in eine Flüssigkeit, beispielsweise Wasser, gegeben. Hierbei wird eine bestimmte Menge der Flüssigkeit verdrängt. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Körper so weit taucht, bis das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit dem des Körpers gleich ist; die verdrängte Flüssigkeit kann nun gemessen werden. Damit sind die entsprechenden Berechnungen möglich.

Ermitteln der Auftriebskraft F_A aus dem Gewichtsunterschied zwischen dem Körper in Luft $F_{G,L}$ und in der Flüssigkeit $F_{G,E}$

$$F_{G,L} - F_{G,E} = F_A = \rho_{fl} V g = \rho_{fl}/\rho_K F_{G,L}$$

Dichte fester Körper ρ_K

$$\rho_K = \rho_{fl} F_{G,L} / (F_{G,L} - F_{G,E})$$

Dichte von Flüssigkeiten ρ_{fl}

$$\rho_{fl} = \rho_K (1 - F_{G,E} / F_{G,L})$$

Eintauchen in Flüssigkeiten unterschiedlicher Dichte ρ_{fl1} und ρ_{fl2}

$$\rho_{fl1} = \rho_{fl2} (F_{G,L} - F_{G,E1}) / (F_{G,L} - F_{G,E2})$$

Größen: F_A Auftriebskraft, $F_{G,L}$ Gewicht des Körpers in Luft, $F_{G,E}$ Gewicht des Körpers in Flüssigkeit eingetaucht, m Masse des Körpers, g Erdbeschleunigung ($g = 9,81 \text{ m/s}^2$), V Volumen des Körpers, ρ_{fl} Dichte der Flüssigkeit, ρ_K Dichte des Körpers

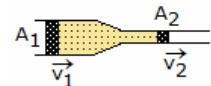
Strömung in Flüssigkeiten

Unter Strömungen versteht man die Bewegung von Flüssigkeiten oder Gasen. Die Gesetze für strömende Flüssigkeiten gelten auch für Gase, solange die Strömungsgeschwindigkeit unterhalb der Schallgeschwindigkeit liegt. Verursacht werden Strömungen z.B. durch Druckunterschiede oder durch die Schwerkraft.

Stromlinie

Dargestellt werden Strömungen durch Stromlinien. Eine reibungsfreie Strömung ist eine Strömung ohne Verwirbelungen und ohne innere Reibung. Eine Flüssigkeit, die reibungsfrei fließt, heißt ideale Flüssigkeit.

Die nachfolgenden Gesetze gelten für ideale Flüssigkeiten, von Fall zu Fall auch in guter Näherung für reale Flüssigkeiten.



stationäre Strömung in Flüssigkeiten oder langsam strömenden Gasen

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \text{konst.} \quad dm/dt = \text{konstant}$$

Hagen-Poiseuilles-Gesetz für laminare Strömung

$$V/t = \pi r^4 / (8\eta) \Delta p / l$$

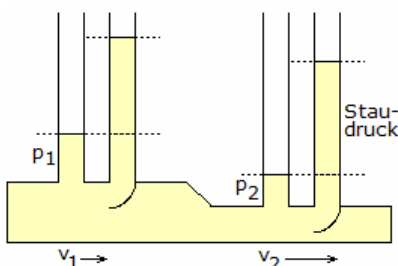
Rohrlänge l , dynamische Viskosität η , Innenradius des Rohres r , Volumen V

Mittlere Strömungsgeschwindigkeit bei laminarer Strömung

$$v = r^2 / (8\eta) \cdot \Delta p / l$$

Stationäre Strömung

Die stationäre Strömung ist eine Strömung, bei der sich die Flüssigkeit oder das Gas im gesamten Volumen in die gleiche Richtung bewegt, die einzelnen Schichten bewegen sich jedoch mit unterschiedlicher Geschwindigkeit. Es kommt nur zu einer unerheblichen Vermischung.



Gesetz von Bernoulli, Bernoullische Gleichung

In jeder Strömung existiert quer zur Strömungsrichtung der statische Druck und in Strömungsrichtung der Staudruck oder dynamische Druck.

Mit der Strömungsgeschwindigkeit wächst der Staudruck und der statische Druck nimmt ab. Die Summe der beiden Drücke ist konstant und entspricht dem hydrostatischen Druck der ruhenden Flüssigkeit.

$$p_s + p + p_{St} = \text{konstant}$$

$$p_s + \rho g h + \rho / 2 v^2 = \text{konstant}$$

statischer Druck p_s , Schweredruck p , Staudruck p_{St} , Dichte ρ

$$p V + m g h + m / 2 v^2 = \text{konstant}$$

Volumen V der Flüssigkeit, Druckhöhe h

Für die Größen p statischer Druck, ρ Dichte der Flüssigkeit, g Fallbeschleunigung, y Höhe der fließenden Wassermenge und v Flussgeschwindigkeit wird $p + \rho g y + 1/2 \rho v^2 = \text{konstant}$
 Die Bernoulli-Gleichung besteht aus den Teilen p statischer Druck, $\rho g y$ geodätischer Druck und $1/2 \rho v^2$ kinematischer Druck.
 In der Anwendung nutzt man die Beziehung $p_1 + \rho g y_1 + 1/2 \rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + 1/2 \rho v_2^2$

Stokesches Gesetz

Das Gesetz (nach George Gabriel Stokes) beschreibt die Abhängigkeit der Reibungskraft kugelförmiger Körper von ihrem Radius, der Viskosität der Substanz, in dem sich das Partikel befindet, und der Geschwindigkeit des Partikels.
 für stationäre, laminare Strömungen $F_W = 6\pi \eta r_k v$ Radius der Kugel r_k

Sinkgeschwindigkeit kleiner Kugeln

in einer Flüssigkeit / Gas $v = 2 \cdot (\rho_1 - \rho_2) \cdot g \cdot r^2 / (9 \cdot \eta)$
 Dichte ρ_1 der Kugel, Dichte ρ_2 der Flüssigkeit bzw. des Gases, Kugelradius r , dynamische Viskosität η der Flüssigkeit/Gas, Fallbeschleunigung g

Cunningham-Korrektur

Sind die in einem Gas sinkenden Kugeln so klein, dass sie sich in der Größenordnung wie die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle befinden, benutzt man die Cunningham-Korrektur, die 1910 vom britischen Mathematiker Ebenezer Cunningham abgeleitet wurde.

$$F_R = 6\pi r \eta v \cdot 1 / (1 + \lambda/r (A_1 + A_2 e^{(-A_3 r/\lambda)}))$$

mittlere freie Weglänge λ , A_n sind experimentell bestimmte Konstanten, u.a. für Luft

$$A_1 = 1,257 ; A_2 = 0,400 ; A_3 = 1,10$$

Näherungsgleichung für Luft

$$F_R = 6\pi r \eta v \cdot 1 / (1 + 1,63 \lambda/r)$$

Reynoldssche Zahl

Die Reynoldssche Zahl (nach Osborne Reynolds) stellt das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften dar.

$$Re = l \cdot v \cdot \rho / \eta$$

charakteristische Länge l , Dichte ρ der Flüssigkeit, des Gases, Relativgeschwindigkeit v des strömenden Stoffes zum Körper, dynamische Viskosität η

Dynamische Viskosität in 10^{-6} Pa s

Azeton	395	Benzen	910	Ethanol	1780
Methanol	820	Motorenöl	20000	Quecksilber	1685
Salpetersäure	890	Salzsäure (20%)	1360	Schwefelsäure	29000
Terpentinöl	1460	Tetrachlormethan	1350	Ammoniak	9.3
Chlor	12.3	Helium	18.7	Sauerstoff	19.2
Wasserstoff	8.4				
Wasser 0° C	1792	20° C	1005	50° C	549
Luft 0° C	17.2	20° C	18.2	100° C	21.8

Strömungswiderstand bei Körpern

Kraft auf einen umströmten Körper $F_{WL} = c_w / 2 A \rho v^2$
 Luftwiderstandszahl c_w , umströmte Querschnittsfläche A , Dichte ρ

Leistung bei Bewegung gegen Strömung

Bewegung eines Körpers gegen eine Strömung mit konstanter Geschwindigkeit $P = c_w / 2 A \rho v^3$

Widerstandszahlen

Halbkugel

Wölbung gegen Strömung, mit Boden = 0,4 Wölbung gegen Strömung, ohne Boden = 0,34
 Boden gegen Strömung, mit Boden = 1,17 Boden gegen Strömung, ohne Boden = 1,33

Kugel

Reynoldssche Zahl $> 2 \cdot 10^5 = 0,09 - 0,18$ Reynoldssche Zahl $< 2 \cdot 10^5 = 0,47$

Kreisplatte = 1,11

Kreisring

(Innenradius zu Außenradius 1:2) = 1,22

Rechteckplatte

(Seitenverhältnis 1:1) = 1,10 (Seitenverhältnis 1:2) = 1,15
 (Seitenverhältnis 1:4) = 1,19 (Seitenverhältnis 1:10) = 1,29

Kreiskegel mit Boden

(Winkel an der Spitze 30°) = 0,34 (Winkel an der Spitze 60°) = 0,51

Kreiszylinder, Seitenfläche gegen Strömung

(Verhältnis Höhe:Radius 2) = 0,63 (Verhältnis Höhe:Radius 4) = 0,68
 (Verhältnis Höhe:Radius 10) = 0,74 (Verhältnis Höhe:Radius 20) = 0,82

(Verhältnis Höhe:Radius 80) = 0,98

Kreiszylinder, Grundfläche gegen Strömung

(Verhältnis Höhe:Radius 2) = 0,91

(Verhältnis Höhe:Radius 8) = 0,87

(Verhältnis Höhe:Radius 4) = 0,85

(Verhältnis Höhe:Radius 14) = 0,99

Rotationsellipsoid

größte Achse gegen Strömung , Verhältnis a/b = 1,8/1

Reynoldsche Zahl > $1 \cdot 10^5 = 0,05 - 0,1$

Reynoldsche Zahl < $1 \cdot 10^5 =$ wachsend

kleine Achse gegen Strömung , Verhältnis a/b = 1/0,75

Reynoldsche Zahl < $2,5 \cdot 10^5 = 0,6$

Reynoldsche Zahl > $2,5 \cdot 10^5 = 0,21$

Luftdruck

Wie in Flüssigkeiten, herrscht auch in Gasen infolge ihres Gewichtes ein Schweredruck. Für das Gas Luft heißt dieser Druck Luftdruck.

Auf Meereshöhe beträgt der mittlere Luftdruck 101,3 kPa = 1,013 bar. Er nimmt mit zunehmender Entfernung von der Erdoberfläche ab.

In Erdnähe ändert sich der Luftdruck mit je 8 m Höhenunterschied um ca. 100 Pa = 1 mbar. Für Höhen bis ca. 100 km ändert sich der Luftdruck bei konstanter Temperatur nach einer Exponentialfunktion. Auch durch Gase wird ein Auftrieb bewirkt. Aus diesem Grund können z.B. Heißluftballons aufsteigen. Für die Berechnung des Gasauftriebs gelten die Gleichungen der Flüssigkeiten.

Beaufortskala

Die Beaufortskala (nach Sir Francis Beaufort, 1774-1857) charakterisiert die Windgeschwindigkeit. Umgangssprachlich der Begriff Windstärke verwendet. In der Meteorologie beschreibt die Windstärke den ganzzahligen Wert der Beaufortskala.

Zwischen der Windgeschwindigkeit in m/s und der Beaufort-Stärke B bestehen die Beziehungen

$$v = 0,8360 \text{ m/s } \sqrt{B^3}$$

$$B = \text{Runden}(\sqrt[3]{v / 0,8360 \text{ m/s}}^2)$$

$$B = \text{Runden}(\sqrt[3]{v / 3,6 / 0,8360 \text{ km/h}}^2)$$

Obergrenzen werden ab-, Untergrenzen aufgerundet. Windstärke z.B. 9 Bft bedeutet B zwischen 8,5 und 9,4 und entspricht einer Windgeschwindigkeit zwischen 20,7 und 24,4 m/s.

Windstärke Bezeichnung Beschreibung

0	Windstille	keine Luftbewegung, Rauch steigt senkrecht empor
1	leiser Zug	merklich, Rauch treibt leicht ab, Windflügel und Windfahnen unbewegt
2	leichte Brise	rascheln, Wind im Gesicht spürbar
3	schwache Brise	Blätter und dünne Zweige bewegen sich
4	mäßige Brise	Zweige bewegen sich, loses Papier wird vom Boden gehoben
5	frische Brise	größere Zweige und Bäume bewegen sich, Wind deutlich hörbar
6	starker Wind	dicke Äste bewegen sich, hörbares Pfeifen an Drahtseilen
7	steifer Wind	Bäume schwanken, Widerstand beim Gehen gegen den Wind
8	stürmischer Wind	große Bäume werden bewegt, Zweige brechen von Bäumen
9	Sturm	Äste brechen, kleinere Schäden, beim Gehen erhebliche Behinderung
10	schwerer Sturm	Bäume werden entwurzelt, Baumstämme brechen, größere Schäden
11	orkanartiger Sturm	heftige Böen, schwere Sturmschäden, schwere Schäden an Wäldern
12	Orkan	schwerste Sturmschäden und Verwüstungen

Gefühlte Temperatur, Windchill, Windkühle

Der Windchill bzw. die Windkühle ist der Unterschied zwischen der gemessenen Lufttemperatur und der gefühlten Temperatur in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit. Dieser Effekt wird durch die Abführung hautnaher, relativ warmer Luft und die steigende Verdunstungsrate hervorgerufen.

Seit November 2001 wird eine empirische Formel zu Berechnung verwendet,

$$WCT = 13,12 + 0,6215 T - 11,37 v^{0,16} + 0,3965 T v^{0,16}$$

Die WCT (Windchill-Temperatur) wird in °C angegeben. Die einzugebenen Größen sind die Lufttemperatur T in °C und die Windgeschwindigkeit v in Kilometern pro Stunde.

Im Allgemeinen wird die Formel nur ab Windgeschwindigkeiten von 5 m/s und bei Temperaturen unter 10°C verwendet.

Der Windchill-Effekt wird mitunter mit der gefühlten Temperatur gleichgesetzt, von Fachleuten aber zum Teil abgelehnt.

Zum einen wird die Luftfeuchtigkeit nicht berücksichtigt, zum anderen auch die Luftdichte.

Der Nutzen des Windchill ist in einem Wetterbericht umstritten und eher gering. Aus diesem Grund wird die Angabe außerhalb Nordamerikas kaum verwendet.

Hitzeindex

Der Hitzeindex (HI) gibt die gefühlte Temperatur bzgl. der gemessenen Lufttemperatur und der relativen Luftfeuchtigkeit an. Eine hohe Luftfeuchtigkeit wird mit einer hohen Temperatur als schwüle Hitze wahrgenommen. Der Hitzeindex wurde 1979 von Robert G. Steadman eingeführt.

Der höchste je aufgezeichnete Hitzeindex wurde am 8. Juli 2003 in Zahran, Saudi-Arabien, mit 78°C ermittelt.

Die Gleichung für den Hitzeindex in °C hat eine Genauigkeit von rund 0,7°C. Sie kann bei Temperaturen ab 26°C und einer relativen Luftfeuchtigkeit von 40 % genutzt werden. Die Temperatur T sind in °C, die relative Luftfeuchtigkeit ϕ in % einzusetzen.

$$HI = c_1 + c_2 T + c_3 \phi + c_4 T \phi + c_5 T^2 + c_6 \phi^2 + c_7 T^2 \phi + c_8 T \phi^2 + c_9 T^2 \phi^2$$

Parameter:

$$\begin{array}{lll} c_1 = -8,784695 \text{ °C} & c_2 = 1,61139411 \text{ °C} & c_3 = 2,338549 \text{ °C} \\ c_4 = -0,14611605 \text{ °C} & c_5 = -0,012308094 \text{ °C} & c_6 = -0,016424828 \text{ °C} \\ c_7 = 0,002211732 \text{ °C} & c_8 = 0,00072546 \text{ °C} & c_9 = -0,000003582 \text{ °C} \end{array}$$

Bei vollem Sonnenschein kann der eigentliche Hitzeindex um bis zu 8°C über dem berechneten Wert liegen.

Hitzeindex	Wirkung auf dem Menschen
27-32 °C	Vorsicht, bei körperlicher Aktivität kann es zu Erschöpfungserscheinungen kommen
32-41 °C	Es besteht die Möglichkeit von Hitzeschäden wie Sonnenstich, Hitzekrampf und Hitzekollaps
41-54 °C	Sonnenstich, Hitzekrampf und Hitzekollaps sind wahrscheinlich; Hitzschlag ist möglich
über 54 °C	Hitzschlag und Sonnenstich sind wahrscheinlich

Wellen

Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = \lambda \cdot f$; Wellenlänge λ

Wellengleichungen $y = y_{\max} \sin [2\pi (t/T - x/\lambda)]$ $y = y_{\max} \sin [\omega (t - x/c)]$
Ort x, Zeit t, Periodendauer T, Elongation y

Reflexionsgesetz $\alpha = \beta$, Einfallswinkel α , Reflexionswinkel β
Brechungsgesetz $\sin \alpha / \sin \beta = c_1 / c_2$
Einfallswinkel α , Brechungswinkel β , Ausbreitungsgeschwindigkeiten c_1, c_2 in den Medien 1 und 2

Doppler-Effekt

Als Doppler-Effekt bezeichnet man die Veränderung der Frequenz von Wellen bei einer Relativbewegung zwischen Wellenerreger und Beobachter. Bei Verringerung des Abstandes zwischen Wellenerreger und Beobachter nimmt die wahrgenommene Frequenz zu, bei Vergrößerung des Abstandes nimmt sie ab.

für ruhenden Empfänger und bewegten Sender gilt $f_E = f_S / (1 \pm v_S/c)$
für bewegten Empfänger und ruhenden Sender gilt $f_E = f_S \cdot (1 \pm v_E/c)$
vom Empfänger gemessene Frequenz f_E , vom Sender abgestrahlte Frequenz f_S , Geschwindigkeit des Empfängers v_E , Geschwindigkeit des Senders v_S , Wellengeschwindigkeit c

Für Licht gilt $f_E = f \sqrt{[(1-v/c)/(1+v/c)]}$ Relativgeschwindigkeit v

Machscher Kegel

Der Machsche Kegel ist eine Stoßwelle, die bei Wellen im Zusammenhang mit hohen Geschwindigkeiten auftritt. Bewegt sich ein Objekt schneller als die Schallgeschwindigkeit, d.h. schneller als die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen, formen die Schallwellen einen Kegelmantel.

An der Spitze des Kegels befindet sich die Quelle, die sich mit $v > c$ bewegt. Der halbe Öffnungswinkel des Kegels ist der Machsche Winkel α . $\sin \alpha = c/v = 1/Ma$

Ma ... Machzahl

Doppler-Effekt

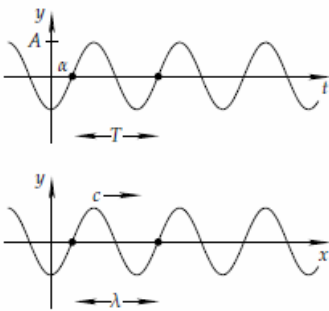
je nach den verschiedenen Bewegungsmöglichkeiten von Quelle und Beobachter ergeben sich vereinfachte Gleichungen zum Dopplereffekt.

Sind f_B die Frequenz beim Beobachter, f_Q die Frequenz der Quelle, v_B der Betrag der Beobachtergeschwindigkeit relativ zur Luft, v_Q der Betrag der Quellengeschwindigkeit relativ zur Luft und c die Schallgeschwindigkeit ($c = 340 \text{ m/s}$), dann gilt:

- 1) Quelle in Ruhe, Beobachter bewegt sich zur Quelle $f_B = f_Q (1 + v_B / c)$
- 2) Quelle in Ruhe, Beobachter nähert sich der Quelle $f_B = f_Q (1 - v_B / c)$
- 3) Quelle nähert sich Beobachter, Quelle ist in Ruhe $f_B = f_Q / (1 - v_Q / c)$
- 4) Quelle entfernt sich vom Beobachter, Quelle ist in Ruhe $f_B = f_Q / (1 + v_Q / c)$
- 5) Quelle und Beobachter nähert sich gegenseitig $f_B = f_Q (c + v_B)/(c - v_Q)$
- 6) Quelle und Beobachter nähert sich beide voneinander $f_B = f_Q (c - v_B)/(c + v_Q)$
- 7) Quelle und Beobachter bewegen sich in gleiche Richtung, wobei die Quelle sich nähert $f_B = f_Q (c + v_B)/(c + v_Q)$

8) Quelle und Beobachter bewegen sich in gleiche Richtung, wobei die Quelle sich entfernt

$$f_B = f_Q (c - v_B)/(c - v_Q)$$



Sinuswelle

Gegeben seien $A > 0$ und $\omega > 0$. Die Funktion

$$y(x,t) = A \cdot \sin(\omega t + \alpha - kx)$$

beschreibt dann eine Welle, eine Sinuswelle, der Amplitude A und der Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$

Diese Welle breitet sich mit der sogenannten Phasengeschwindigkeit

$$c = \omega/k$$

von links nach rechts aus.

Die Zahl k heißt Wellenzahl. Ein Punkt $(x, y(x,t))$, der sich nach dem Gesetz

$$kx = \omega t + \alpha - \pi$$

im Laufe der Zeit t bewegt, entspricht einem sich mit der Geschwindigkeit c

von links nach rechts bewegenden Wellenberg der Höhe A .

In der Physik ist es üblich, derartige Wellen durch die komplexe Funktion $Y(x,t) = C \cdot e^{i(\omega t - kx)}$ mit der komplexen Amplitude $C = A e^{i\alpha}$ zu beschreiben. Der Imaginärteil von $Y(x,t)$ entspricht dann $y(x,t)$.

Wellenarten

Longitudinalwelle

Eine Longitudinalwelle, auch Längswelle genannt, ist eine physikalische Welle, die in Ausbreitungsrichtung schwingt. Sie benötigt immer ein Medium, um sich fortzubewegen. Das bekannteste Beispiel ist Schall in Luft und Wasser (Abbildung).

Longitudinalwellen sind Druckwellen. Das bedeutet, dass sich in einem Medium Zonen mit Überdruck bzw. Druckspannung in der Ausbreitungsrichtung fortpflanzen.

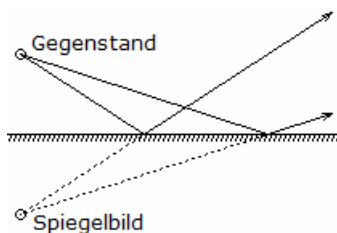
Die einzelnen Teilchen im Ausbreitungsmedium, Atome oder Moleküle, schwingen hierbei in Richtung der Ausbreitung um den Betrag der Amplitude hin und her. Nach dem Durchlauf der Schwingung bewegen sich die Teilchen wieder an ihre Ruhestellung, die Gleichgewichtslage, zurück.



Transversalwelle

Eine Transversalwelle, auch Quer-, Schub- oder Scherwelle genannt, ist eine physikalische Welle, bei der eine Schwingung senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung erfolgt.

Im Gegensatz zu Longitudinalwellen sind nicht alle Arten von Transversalwellen an ein Medium gebunden. Nur Transversalwellen können polarisiert werden.



Optik

Die Optik ist das Teilgebiet der Physik, welches sich mit dem Licht beschäftigt.

Lichtstrahl

In homogenen Stoffen breiten sich die Lichtstrahlen geradlinig aus, wodurch das Phänomen des Schattens erklärt werden kann.

Die Lichtstrahlen durchdringen einander, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen. Der Strahlengang in einem optischen System ist umkehrbar.

Reflexionsgesetz

Trifft Licht auf einen Körper, so wird es reflektiert. Dieser Vorgang heißt Reflexion des Lichtes.

Reflexionsgesetz $\alpha = \beta$

Einfallswinkel α , Reflexionswinkel β

Der einfallende Strahl, das Einfallslot und der reflektierte Strahl liegen in einer Ebene, der Einfallsebene.

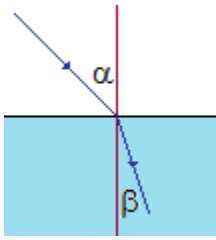
Der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel.

Ebener Spiegel

Ein ebener Spiegel liefert virtuelle (scheinbare) Bilder. Diese liegen symmetrisch zum abgebildeten Gegenstand und zum Spiegel. Ein Betrachter hat den Eindruck, als ob das Bild hinter dem Spiegel liegen würde, die Strahlen von einem Punkt hinter dem Spiegel kämen.

Diffuse Reflexion

An rauen Flächen wird Licht zwar reflektiert, man kann jedoch kein Spiegelbild erkennen. Zur Erklärung muss man sich die Oberfläche aus mikroskopisch kleinen, spiegelnden Flächen zusammengesetzt denken, die, statistisch verteilt, alle möglichen Richtungen haben. Ein Lichtbündel wird dann zerlegt in lauter Teilbündel mit ebenfalls allen möglichen Richtungen → diffuse Reflexion



Brechungsgesetz, Snells Gesetz

$$\sin \alpha / \sin \beta = c_1/c_2 = \lambda_1/\lambda_2 = n_2/n_1$$

Einfallswinkel α , Brechungswinkel β , Lichtgeschwindigkeiten c_1, c_2 , absolute Brechzahlen n_1, n_2 , Wellenlängen λ_1, λ_2 bezogen auf Vakuum mit $n_1=1$ und $n_2=n$

$$\sin \beta = \sin \alpha / n$$

$$\sin \alpha / \sin \beta = n$$

Trifft ein Lichtstrahl auf die Grenze zweier durchsichtiger Medien mit verschiedenen Brechzahlen, so wird ein Teil des Lichtes nach dem Reflexionsgesetz reflektiert. Der andere Teil tritt ins Medium ein und ändert (bei nicht senkrechtem Einfall) seine

Richtung.

Einfallender, reflektierter und gebrochener Strahl liegen zusammen mit dem Einfallslot in einer Ebene. Als Brechungswinkel wird der Winkel zwischen dem gebrochenen Lichtstrahl und dem Einfallslot bezeichnet.

Totalreflexion

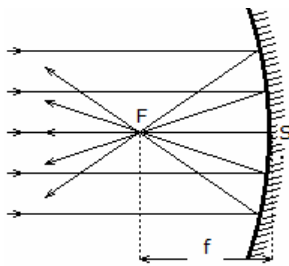
Totalreflexion tritt ein, wenn beim Übergang des Lichts vom optischen dichteren in das optisch dünnere Medium der Grenzwinkel der Totalreflexion überschritten wird $\sin \omega = 1/n$

Prinzip von Huygens

Jeder Punkt eines Wellenfeldes ist Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Die Wellenfronten entstehen als Einhüllende benachbarter Elementarwellen.

Stehende Wellen

Stehende Wellen sind ortsfeste räumliche Schwingungsmuster, die durch Überlagerung zweier gegeneinander laufender Wellen gleicher Amplitude und gleicher Frequenz entstehen.



Hohlspiegel

Von einem Hohl- oder Konkavspiegel werden parallel zur optischen Achse einfallende Strahlen im Brennpunkt gesammelt. Der Abstand vom Scheitel S des Spiegels zum Brennpunkt F ist die Brennweite f.

Für einen kugelförmigen (sphärischen) Spiegel ergibt sich die Brennweite f aus dem halben Krümmungsradius der Kugeloberfläche. $f = r / 2$

Abbildungsgleichung

$$G : B = g : b \quad \text{und} \quad 1/f = 1/g + 1/b$$

Brennweite f des Hohlspiegels, Gegenstandsweite g (Abstand Spiegel - Gegenstand), Bildweite b (Abstand Spiegel - Bild), Gegenstandsgröße G und Bildgröße B

Parabolspiegel

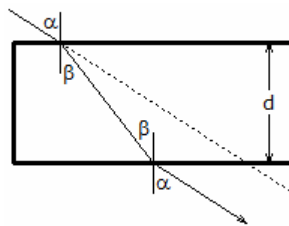
Fällt Licht parallel zur optischen Achse auf einen Parabolspiegel, so schneiden sich alle reflektierten Strahlen in einem Punkt, dem Brennpunkt F.

Bringt man umgekehrt eine punktförmige Lichtquelle in den Brennpunkt, so wird das divergente Teilbündel, das auf den Spiegel trifft, durch die Reflexion zu einem Parallelbündel. Parabolspiegel reichen in ihren Anwendungen von Taschenlampen- und Autoscheinwerferreflektoren bis zu Satellitenantennen.

Sphärischer Spiegel

Fällt Licht parallel zur optischen Achse auf einen sphärischen Spiegel, so treffen sich die reflektierten Strahlen nicht in einem Punkt wie beim Parabolspiegel. Nach der Reflexion vereinigen sich nur die achsennahen Strahlen (Paraxialstrahlen) im Brennpunkt, während die achsenfernen Strahlen die optische Achse näher am Scheitelpunkt S schneiden.

Diese Abweichung nennt man sphärische Aberration oder Öffnungsfehler. Die Gesamtheit aller reflektierten Strahlen wird von einer Brennfläche eingehüllt, deren Schnitt mit einer durch die optische Achse gelegten Ebene die Katakaustik ergibt. Die Spitze der Katakaustik liegt im Brennpunkt des Spiegels.



Planparallele Platte

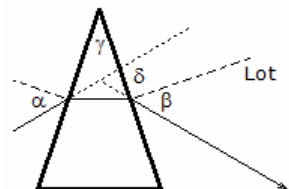
Beim Durchgang durch eine planparallele Platte wird ein Lichtstrahl parallel verschoben. Eine Richtungsänderung findet nicht statt, da die Brechung bei Eintritt des Lichtstrahls durch die Brechung beim Austritt aus der Platte wieder aufgehoben wird.

geg.: Dicke d der Platte, Einfallswinkel α , Brechungswinkel β beim Eintritt
ges.: Parallelverschiebung a des Lichtstrahls

$$a = d \sin(\alpha - \beta) / \cos \beta$$

Prisma

In einem Prisma wird ein Lichtstrahl zweimal von der brechenden Kante weg gebrochen.



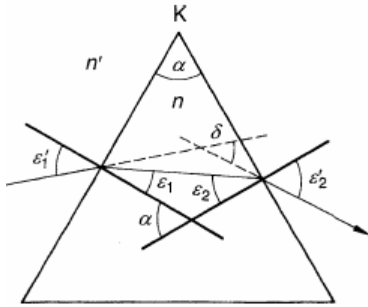
Trifft hier der Lichtstrahl auf eine Begrenzungsfläche, so wird er entsprechend dem Brechungsgesetz zum Lot hin gebrochen. Da die Austrittsfläche nicht parallel zur Eintrittsfläche ist, trifft der gebrochene Strahl unter einem veränderten Winkel auf und der Austrittswinkel unterscheidet sich vom Einfallswinkel. Damit wird die Richtung des Lichtstrahls geändert.

Sind α der Einfallswinkel, β der zweite Brechungswinkel und γ der Winkel zwischen den beiden Prismenflächen, so wird der Lichtstrahl insgesamt um $\delta = \alpha + \beta - \gamma$ abgelenkt.

Unter bestimmten Umständen kann der Lichtstrahl beim Austritt nicht normal gebrochen werden, sondern an der Austrittsfläche total reflektieren. Dieser Effekt tritt immer dann auf, wenn beim Übergang des Lichts vom optisch dichteren (das Glas) in das optisch dünnere Medium (die Luft) der Grenzwinkel der

Totalreflexion ω überschritten wird. Für diesen gilt $\sin \omega = 1 / n$, wobei n die Brechzahl ist.

Während Lichtstrahlen bei einer Reflexion stets gleich reflektiert werden, unabhängig von ihrer Farbe, ist dies bei der Brechung nicht der Fall. Die Stärke der Brechung ist frequenzabhängig, d.h. für jede Lichtfarbe anders. Aus diesem Grund kann zum Beispiel auch ein Regenbogen entstehen.



Lichtdurchgang am Prisma

Ein Prisma ist ein meist dreikantiger Glaskörper. Die zur brechenden Kante K senkrecht verlaufende Zeichenebene ist der Hauptschnitt.

Dann gilt für den Ablenkungswinkel:

$$\delta = \varepsilon'_1 - \alpha + \arcsin(\sin \alpha \sqrt{(n/n')^2 - \sin^2 \varepsilon'_1}) + \cos \alpha \sin \varepsilon'_1$$

Bei einem symmetrischen Durchgang wird für den minimalen Ablenkungswinkel

$$\delta_{\min} = 2 \arcsin(n/n' \sin \alpha/2) - \alpha$$

und für kleine brechende Winkel als Näherung

$$\delta_{\min} = \alpha (n/n' - 1)$$

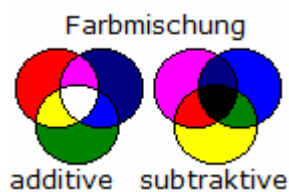
n ... Brechzahl des Prismas, n' ... Brechzahl des umgebenden Mediums (z.B. Luft $n'=1$), α ... brechender Winkel, ε'_1 Einfallswinkel.

Brechungszahlen

Stoff	n_c orange	n_D gelb	n_F blau	$\Delta = n_F - n_c$
Ethylalkohol	1,352	1,354	1,358	0,006
Ether	1,361	1,362	1,367	0,006
Benzol	1,497	1,501	1,513	0,016
Diamant	2,410	2,417	2,435	0,025
Flintglas, leicht	1,604	1,609	1,620	0,016
Flintglas, schwer	1,743	1,752	1,772	0,029
Kalkspat, oS	1,655	1,659	1,668	0,013
Kronglas, leicht	1,513	1,515	1,521	0,008
Quarz, ordentl, Strahl	1,542	1,544	1,550	0,008
Schwefelkohlenstoff	1,617	1,628	1,652	0,035

Lichtgeschwindigkeit in Stoffen in 10^6 m/s

Diamant	124	Eis	229	Luft	299,711
Wasser	225	Kronglas	186 ... 199	Plexiglas	201
Flintglas	171 ... 186				



Farbe

Lichtwellen werden vom menschlichen Auge in einem Wellenlängenbereich von 380-780 nm wahrgenommen (Farbensinn).

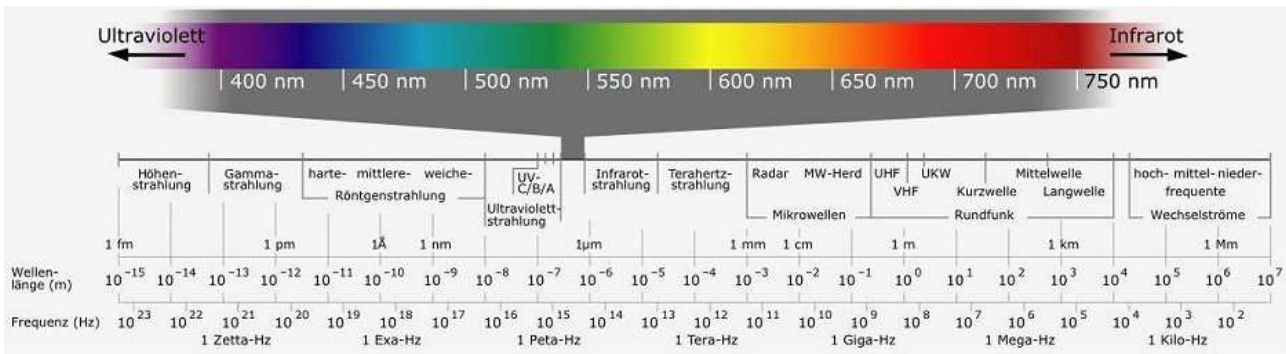
Die Farbempfindung, die von einem Lichtreiz bestimmter Wellenlänge hervorgerufen wird heißt Farbton. Vom menschlichen Auge können ca. 160 verschiedene Farbtöne unterschieden werden. Farben selbstleuchtender Objekte heißen Lichtfarben, Farben nichtselbstleuchtender Objekte heißen Körperfarben.

Weißes Sonnenlicht kann von einem Prisma in seine Spektralfarben zerlegt werden.

Dabei treten nach abnehmender Wellenlänge geordnet die Farben Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau und Violett auf, die nahezu kontinuierlich ineinander übergehen. Außerhalb des sichtbaren Bereiches treten auch ultraviolette und infrarote Lichtwellen auf. Verschieden farbiges Licht kann, wenn es auf die gleiche Stelle in der Netzhaut trifft, auch einen neuen Farbeindruck erzeugen (Farblichtmischung, additive Farbmischung). Alle Farben können in einem kontinuierlichem Farbkreis angeordnet werden.

Dabei ergibt die Farblichtmischung gegenüberliegender Farben den Farbeindruck Weiß. Daneben gibt es auch eine Farbstoffmischung (subtraktive Farbmischung), die darauf beruht, dass bei nichtselbstleuchtenden Körpern gewisse Farben des Sonnenlichtes absorbiert, und der Rest reflektiert wird.

Zwei Komplementärfarben ergeben dann den Eindruck schwarz, weil ihre Mischung keinen Teil des Spektrums mehr bevorzugt reflektiert.



Komplementärfarben

Rot-Grün, Orange-Blau, Gelb-Violett; additiv: Rot, Grün, Blau ; subtraktiv: Türkis, Purpur, Gelb

Wellenlängen sichtbares Licht

Farbe Wellenlänge

rot 780 nm orange 600 nm gelb 550 nm grün 500 nm
 blau 470 nm indigo 440 nm violett 360 nm

Auf der rechten Seite werden Wellenlängen des Lichts ab dem eingegebenen Wert in Nanometer von 381 nm bis 780 nm in die RGB-Darstellung umgerechnet.



Elektromagnetisches Spektrum

Wellenart	Frequenz in Hz	Wellenlänge
Hertzische Wellen		
Langwellen	$1,5 \cdot 10^5 \dots 3 \cdot 10^5$	2...1 km
Mittelwellen	$0,5 \cdot 10^6 \dots 2 \cdot 10^6$	600...150 m
Kurzwellen	$0,6 \cdot 10^7 \dots 2 \cdot 10^7$	50...15 m
UK-Wellen	$0,2 \cdot 10^8 \dots 3 \cdot 10^8$	15...1 m
Mikrowellen	$3 \cdot 10^8 \dots 10^{13}$	1m ...0,03 mm
Lichtwellen		
Infrarot	$10^{12} \dots 3,8 \cdot 10^{14}$	0,3mm...790 nm
Licht	$3,8 \cdot 10^{14} \dots 7,7 \cdot 10^{14}$	790...390 nm
Ultraviolett	$7,7 \cdot 10^{14} \dots 5 \cdot 10^{16}$	390...5 nm
Röntgenstrahlen	$3 \cdot 10^{16} \dots 3 \cdot 10^{20}$	10nm...1 pm
γ -Strahlen	$10^{18} \dots 10^{22}$	300...0,03 pm
kosmische Strahlen	$10^{22} \dots 10^{24}$	0,03...0,0003 pm

Fraunhofersche Linien

Von Fraunhofer und vorher schon von Wollaston wurden im Sonnenspektrum dunkle Linien entdeckt. Ihre Lage stimmt mit den Emissionslinien bestimmter chemischer Elemente überein.

Linie	Wellenlänge in nm	zugeh. Element	Farbe
A	760,8	Kohlenstoff	äußerstes Rot
B	686,7	Sauerstoff	Hochrot
C	656,3	Wasserstoff	Rotorange
-	643,847	Cadmium	Orange
D	589,3	Natrium	Gelb
E	527,0	Eisen	Grün
F	486,1	Wasserstoff	Blau
G	430,8	Calcium	Indigo
H	396,8	Calcium	Violett



Wichtige Spektrallinien (in nm)

Calcium	393,3666	396,8468	422,6278
Quecksilber	404,6561	435,8343	546,0740 576,9596 579,0654
Wasserstoff	410,1735	434,0465	486,1327 656,2725
Eisen	430,7905	438,3547	468,02983 527,03602
Cadmium	441,463	479,9914	508,5824 643,84696
Helium	447,1477	492,1929	587,5618 667,8149 706,5188
Strontium	460,7331		
Natrium	588,9953	589,5923	

Lithium	610,3642	670,7844
Sauerstoff	686,72	760,82
Kalium	766,4907	769,8979

Linsen

Optische Geräte, wie Teleskope, Mikroskope, Fotoapparate, Videokameras, und vieles andere mehr, beinhalten optische Linsen und Spiegel. Diese Linsen bestehen aus Glas, Kunststoff oder anderen durchsichtigen Materialien.

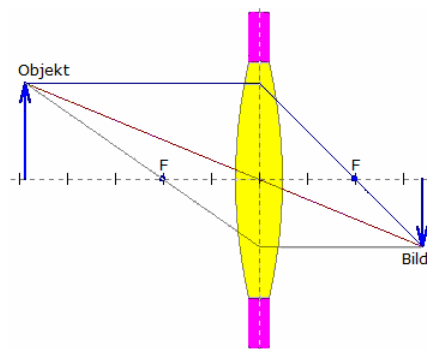
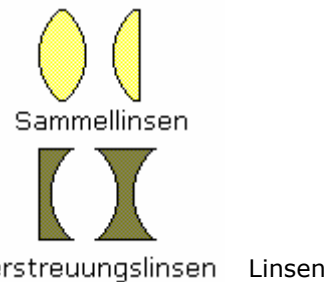
An der Wende zum 17. Jahrhundert veränderte die durch holländische Brillenmacher gemachte Entdeckung der besonderen Wirkung dieser nachhaltig die Physik aber vor allem die Astronomie.

Galileo Galilei erhielt Kunde vom Bau eines Fernrohrs in den Niederlanden und konstruierte sofort ein eigenes Gerät. Fasziniert berichtet er in seinem ersten Buch "Botschaft von den Sternen" im Jahre 1610:

"Zunächst stellte ich mir ein Fernrohr aus Blei her, an dessen Ende ich zwei Glaslinsen anbrachte, beide aus der einen Seite eben, aber der anderen die eine kugelförmig konvex, die andere konkav. Als ich dann das Auge an das Hohlglas brachte, sah ich die Gegenstände beträchtlich groß und nahe..."

Sind die Begrenzungsflächen der Linsen Teile von Kugelflächen nennt man solche Linsen sphärische Linsen. Prinzipiell unterscheidet man zwei Arten, Sammellinsen und Zerstreuungslinsen.

Vereinfacht kann man sagen, dass Sammellinsen in der Mitte dicker sind als am Rand, Zerstreuungslinsen entsprechend entgegengesetzt. Galilei nutzte als Objektiv eine Sammellinse, als Okular eine Zerstreuungslinse.



Konstruktion von Linsenbildern

Zur Konstruktion des Bildes des Objektes (Gegenstandes) werden mindestens zwei der 3 Strahlen verwandt:

1. Der Parallelstrahl (blau) wird zum Brennpunktstrahl.
 2. Der Mittelpunktstrahl (rot) geht ohne Richtungsänderung durch die Linse
 3. Der Brennpunktstrahl (grün) wird zum Parallelstrahl
- Dies gilt aber nur in guter Näherung für dünne Linsen.

Berechnung der Brennweite für dicke Linsen

Wenn n die Brechzahl des Linsenmaterials, r der Radius der ersten

Linsenseite, R der Radius der zweiten Linsenseite so gilt für die Brennweite f :

$$1/f = (n-1) (1/r + 1/R)$$

Abbildungsgleichung für dünne Linsen und Spiegel

$$1/f = 1/g + 1/b ;$$

Brennweite f , Gegenstandsweite g , Bildweite b

Die Bildweite ist der Abstand zwischen dem Ort des Bildes und dem Linsenmittelpunkt. Die Gegenstandsweite ist der Abstand zwischen dem Ort des Gegenstands und dem Linsenmittelpunkt. Die Brennweite einer Linse ist der Abstand zwischen dem Linsenmittelpunkt und dem Brennpunkt.

Abbildungsmaßstab für dünne Linsen/Spiegel

$$A = B/G = b/g$$

Bildgröße B , Gegenstandsgröße G

Brechwert für Linsen, $D = 1/f$; f in m

Eine wichtige Linseneigenschaft ist die Brennweite f . Diese hängt von den Krümmungsradien r_1 und r_2 der brechenden Flächen und den Brechzahlen n des Linsenmaterials und n_0 des umgebenden Mediums ab.

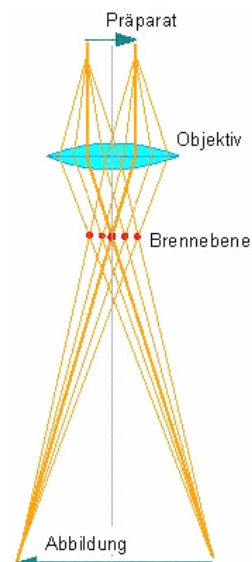
$$1/f = (n/n_0 - 1) (1/r_1 - 1/r_2)$$

Die dem Licht zugewandte brechende Fläche erhält stets den Index 1. Entsprechend dem Vorzeichen von f unterscheidet man Sammellinsen mit $f > 0$ und Zerstreuungslinsen mit $f < 0$.

Die Brechzahl gibt an, wie stark ein Lichtstrahl beim Übergang von einem Medium in ein anderes zum Lot hin oder vom Lot weg abgelenkt wird.

Theorie der Lupe

Je näher man einen Gegenstand an das Auge heranführt, desto mehr Einzelheiten sieht man, wobei aber sehr schnell die Grenze erreicht wird, bei deren Unterschreiten das Auge den Gegenstand nicht mehr scharf abbilden kann, da der Krümmungsradius der Augenlinse nur in bestimmten Grenzen variierbar ist.



Beim menschlichen Auge liegt diese Grenze, auch Bezugssehweite genannt, bei 250 mm (Durchschnittswert erwachsener Menschen). Das Auge sieht den Gegenstand unter dem Sehwinkel G . Beim Betrachten eines Gegenstands interessiert, wie genau Einzelheiten erkannt werden können. Mit anderen Worten: ob zwei benachbarte Punkte gerade noch als getrennt wahrgenommen werden können. Das Maß für die Unterscheidbarkeit zweier Punkte ist das Auflösungsvermögen. Zum Beobachten von Objekten, die unter der Auflösungsgrenze des Auges liegen, benötigt man ein Vergrößerungsglas, eine Lupe, deren Vergrößerung sich nach der Formel

$$V = 250 \text{ [mm]} / f \text{ [mm]}$$

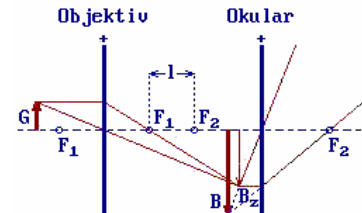
berechnet. Hierbei sind die 250 mm die Bezugssehweite des menschlichen Auges und f die Brennweite der Linse. Kennt man die Vergrößerung einer Lupe und möchte die Brennweite errechnen, formuliert man die Beziehung um und erhält

$$f \text{ [mm]} = 250 \text{ [mm]} / V$$

Mikroskop

Ein Mikroskop besteht aus zwei komplexen Linsensystemen. Das dem Auge zugewandte System heißt Okular, das dem Gegenstand zugewandte Objektiv.

Ein Gegenstand im Abstand von ein bis zwei Brennweiten vor dem Objektiv wird von diesem auf ein reelles, vergrößertes Bild B_z projiziert. Dieses Bild entsteht mehr als zwei Brennweiten hinter dem Objektiv und wird vom Okular, das wie eine Lupe wirkt, nochmals vergrößert.

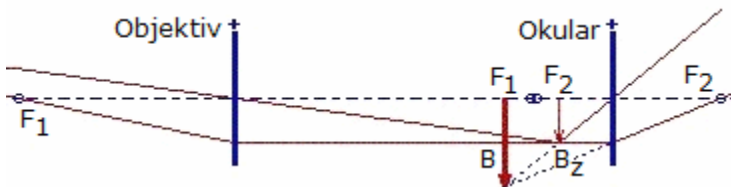


Größen: l ... Abstand der Brennpunkte F_1 und F_2 ; f_1 ... Objektivbrennweite; f_2 ... Okularbrennweite; V_1 ... Vergrößerung des Objektivs; V_2 ... Vergrößerung des Okulars; s ... die deutliche Sehweite (rund 25 cm) Gesamtvergrößerung V des Mikroskops:

$$V = V_1 \cdot V_2 = l \cdot s / (f_1 \cdot f_2)$$

Elektronenmikroskop

1924 erkannte der belgische Physiker L. de Broglie den Wellencharakter der Elektronenstrahlen und schuf damit die Voraussetzung zur Konstruktion eines Elektronenmikroskops. Den Prototyp bauten M.Knoll und E.Ruska (Technische Universität Berlin, 1932). Eines der ersten elektronenmikroskopischen Bilder eines biologischen Objekts war die Darstellung des Tabakmosaikvirus (TMV); das erste elektronenmikroskopische Bild einer Zelle wurde 1945 von K.R.Porter, A.Claude und E.F.Fullam veröffentlicht.



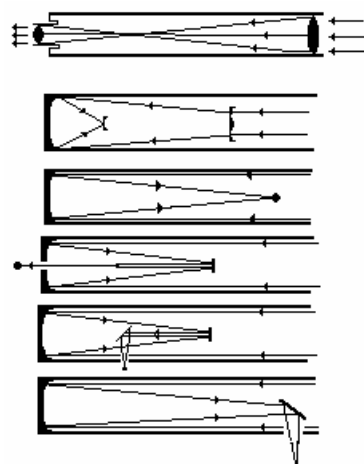
Astronomisches Fernrohr

Das astronomische Fernrohr besteht aus zwei konvexen Linsensystemen, dem Okular und dem Objektiv. Der Gegenstand befindet sich sehr weit vor dem Objektiv. Das Zwischenbild entsteht innerhalb der Brennweite des Okulars hinter dem

Objektiv. Das virtuelle, vergrößerte und umgekehrte Bild entsteht vor dem Okular.

Größen: l ... Länge des Fernrohrs, f_1 ... Objektivbrennweite; f_2 ... Okularbrennweite; Vergrößerung V des Fernrohrs:

$$V = f_1 / f_2 \text{ mit } l = f_1 + f_2$$



Teleskoparten

von oben nach unten: Linsenfernrohr, Schmidt-Reflektor, Spiegelteleskop mit Primärfokus, Spiegelteleskop nach Cassegrain, Spiegelteleskop nach Nasmyth, Spiegelteleskop nach Newton

Teleskope, Vergrößerung

stärkste anwendbare Vergrößerung
minimale Okularbrennweite

$$V = f_{\text{obj}} / f_{\text{oku}}$$

$$V_{\text{max}} = D \text{ in mm}$$

$$f_{\text{Ok,min}} \text{ (in mm)} = f_{\text{Objektiv}} / D$$

Auflösungsvermögen

$$\rho = (150 \text{ mm} / D)^{\prime\prime} \text{ (für } \lambda = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m)}$$

$$\rho = (125 \text{ mm} / D)^{\prime\prime} \text{ (für } \lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m)}$$

Objektivbrennweite f_{obj} , Okularbrennweite f_{oku} , Objektivdurchmesser D

Grenzhelligkeit für Teleskope

$$m = m_0 + 5 \cdot \lg D$$

Teleskopöffnung D in cm, Konstante $m_0 = 6,5 \dots 6,8$

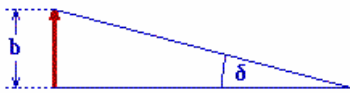
unter Berücksichtigung der Vergrößerung V

$$m = m_0 + 2,5 \cdot \lg D + 2,5 \cdot \lg V$$

Teleskopöffnung D in cm, Konstante $m_0 = 5,5$

$$V = D / A_p$$

Durchmesser der Augenpupille A_p (etwa zwischen 7,6 bis 8 mm)



Auflösungsvermögen optischer Geräte

Unter dem Auflösungsvermögen oder der Auflösungsgrenze versteht man den kleinsten Sehwinkel bzw. den kleinsten Abstand, den zwei Punkte haben dürfen, damit sie noch getrennt wahrgenommen werden können.

Ist λ die Wellenlänge des Lichts, r der Radius der wirksamen Öffnung der Blende und δ die Auflösungsgrenze, d.h. der kleinste Sehwinkel), so gilt $\delta \approx 0,61 \lambda/r$

Lichtstrom

Der Lichtstrom ist das Produkt aus der Lichtstärke und dem durchstrahlten Raumwinkel.

$$\Phi_v = \omega \cdot I_v$$

Die Einheit des Lichtstroms ist das Lumen (lm).

B: Eine 100 Watt Glühlampe erzeugt etwa einen Lichtstrom von 1380 Lumen; eine 40 Watt Neon-Leuchtstofflampe bei 220 V etwa 1950 Lumen.

Lichtstärke

$$I_v = \Phi_v / \omega$$

Leuchtdichte

$$L_v = I_v / A$$

Beleuchtungsstärke

Die Beleuchtungsstärke ist das Verhältnis des senkrecht auf eine Fläche treffenden Lichtstroms zu dieser Fläche.

$$E = \Phi_v/A = I_v/r^2$$

Fläche A , Abstand Lichtquelle - beleuchtete Fläche r , Raumwinkel ω . Die Einheit der Beleuchtungsstärke ist das Lux (lx).

Tabelle der Beleuchtungsstärken

Beleuchtungsart	Beleuchtungsstärke in lx
Wohnraum	40 bis 150
Lesebeleuchtung	200 bis 300
Bedeckter Himmel im Winter	1000 bis 2000
Bedeckter Himmel im Sommer	5000 bis 20000
Sonnenlicht im Winter	bis 100000
Sonnenlicht im Sommer	bis 1000000
Mondlose klare Nacht	0,0003
Vollmond bei klarer Nacht	0,2 bis 0,3

Interferenz am Spalt

Tritt Licht durch einen engen Spalt, so bilden sich nach dem Huygensschen Prinzip Elementarwellen. Je nach Richtung der Wellenstrahlen haben diese einen Gangunterschied, infolgedessen es zu Verstärkung bzw. Auslöschung kommt.

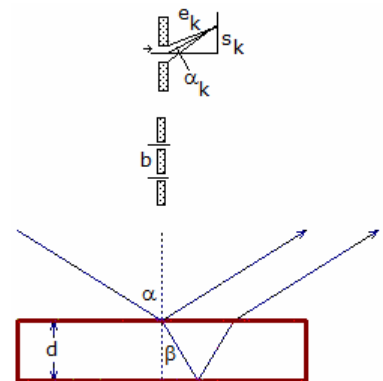
für $s_k \ll e_k$ gilt für Maxima

$$(2k+1) \cdot \lambda / (2d) = \sin \alpha_k = s_k / e_k ; k=1,2,3,\dots$$

für $s_k \ll e_k$ gilt für Minima

$$k \cdot \lambda / d = \sin \alpha_k = s_k / e_k$$

Spaltbreite d , Wellenlänge λ



Interferenz am Doppelspalt/Gitter

für $s_k \ll e_k$ gilt für Maxima $k \cdot \lambda / b = \sin \alpha_k = s_k / e_k$

für $s_k \ll e_k$ gilt für Minima $(2k+1) \cdot \lambda / (2b) = \sin \alpha_k = s_k / e_k$

$k = 0,1,2,3,\dots$; Gitterkonstante b

Interferenz an dünnen Schichten

An dünnen Schichten wird ein Teil des Lichts an der Vorderseite und ein anderer Teil an der Rückseite der Schicht reflektiert.

Durch den zusätzlichen Weg des an der Rückseite reflektierten Strahls und durch den Phasensprung von $\lambda/2$ des anderen Strahls ergibt sich ein Gangunterschied, mit dem sich die reflektierten Teile überlagern.

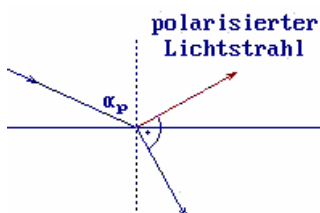
Ist d ... Dicke der Schicht, n ... Brechzahl der Schicht, λ ... Wellenlänge des Lichts, α ... Einfallswinkel des Strahls, β ... Brechwinkel, so gilt für den Gangunterschied Δs :

$$\Delta s = 2 d n \cos \beta - \lambda/2 = 2 d \sqrt{(n^2 - \sin^2 \alpha) - \lambda/2}$$

für Maxima gilt $d = (2k+1)/n \lambda/4$

für Minima gilt $d = (2k)/n \lambda/4 ; k = 0,1,2,\dots$

für durchgehendes Licht gilt die 1. Bedingung für Minima, die 2. für Maxima



Polarisation

Eine Welle ist polarisiert, wenn sie nur in einer Richtung quer zur Ausbreitungsrichtung schwingt. Nur Transversalwellen können polarisiert sein bzw. polarisiert werden.

Natürliches Licht ist nicht polarisiert. In ihm kommen alle Schwingungsrichtungen vor. Mit verschiedenen Methoden kann Licht aber polarisiert werden. Lichtwellen sind Transversalwellen.

Polarisation durch Reflexion

An der Grenze zwischen zwei Medien wird nur ein Teil des einfallenden Lichts gebrochen. Ein zweiter Teil wird reflektiert. Hat der Einfallswinkel einen bestimmten Wert wird der reflektierte Teil polarisiert. Im Falle der Polarisation bildet der reflektierte mit dem gebrochenen Strahl einen Winkel von 90°.

Brewstersches Gesetz

Unpolarisiertes Licht, das unter dem Polarisationswinkel α_p auf ein optisch dichteres Medium trifft, wird linear polarisiert reflektiert. Für Glas ist $\alpha_p = 57^\circ$.

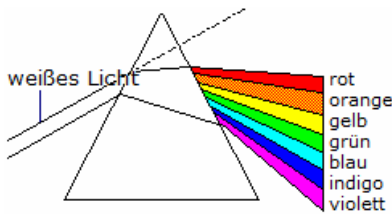
Polarisation durch Doppelbrechung

Bestimmte Kristalle, z.B. Kalkspat, haben die Eigenschaft, einen Lichtstrahl in einen ordentlichen und einen außerordentlichen Strahl zu brechen. Beide Strahlen verlaufen in verschiedene Richtungen und sind senkrecht zueinander polarisiert. Diesen Effekt nennt man Doppelbrechung.

Drehung der Polarisationsebene

Einige Stoffe haben die Eigenschaft, die Polarisationsebene des durch sie hindurchgehenden Lichts zu drehen. Solche Stoffe heißt optisch aktiv.

Der Drehwinkel ist von der Wellenlänge des Lichts, der Weglänge und bei optisch aktiven Lösungen von deren Konzentration abhängig. Optisch aktive Stoffe sind z.B. Quarz und Zuckerlösungen.



Spektralzerlegung oder Dispersion

Die Spektralzerlegung ist die Zerlegung von weißem Licht in die einzelnen Farben (Spektralfarben).

Am dreiseitigen Prisma wird weißes Licht in die Spektralfarben zerlegt, da für jede Wellenlänge (Farbe) ein anderer Brechungsindex existiert

Spektralanalyse

Bei der Spektralanalyse dienen Spektren als Erkennungszeichen für die

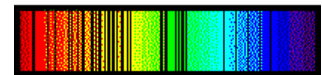
Anwesenheit der zu unter suchenden Stoffe. Als Lichtquelle dient oft ein elektrischer Funke, da man mit ihm auch kleinere Proben zur Emission von Spektren anregen kann.

Das emittierte Licht gelangt dann in einen Prismenspektralapparat, wo durch das eingebaute Prisma eine Trennung der Lichtwellenlängen erfolgt. Man beobachtet ein diskretes Spektrum, das für die in der Probe vorhandenen Stoffe charakteristisch ist.

Spektrum

In der Physik bezeichnet ein "Spektrum" eine irgendwie geartete Verteilung einer physikalischen Realität. Am geläufigsten ist das vielfarbige Spektrum des Sonnenlichts, das beim Durchgang durch ein Prisma entsteht.

Physikalisch bedeutet das, dass die Sonne Licht (elektromagnetische Wellen) in einem Wellenlängenbereich emittiert, für den das menschliche Auge empfindlich ist. Von einem Spektrum spricht man auch, wenn man eine Verteilung von Teilchen über die Energie- oder Geschwindigkeitsskala betrachtet.



Absorptionsspektrum

Ein Absorptionsspektrum ist ein Spektrum, in dem dunkle Absorptionslinien einem kontinuierlichen Spektrum überlagert sind

Beispiel: Durchläuft weißes Licht (Kontinuum) z.B. ein Gas, so absorbieren die Gasmoleküle ganz bestimmte, elementspezifische Farben. Das entstehende Spektrum ist ein kontinuierliches Spektrum mit zusätzlichen schwarzen Linien.

Abbildung: Absorptionsspektrum von Neon

Energiebilanz für emittiertes oder absorbiertes Licht

$$\Delta E = E_n - E_m = h \cdot f$$

Energieniveaus des Atoms E_n, E_m

Spektralerien des H-Atoms

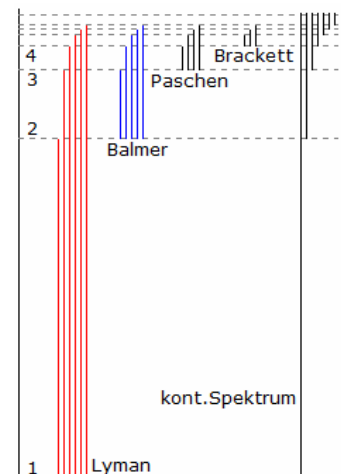
$$1/\lambda = R_H (1/n^2 - 1/m^2)$$

$$n=1,2,3,\dots ; m=2,3,4,\dots$$

Rydberg-Konstante R_H

$$R_H = 1,097\,373\,1534 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Wellenlänge λ



Photoeffekt, Fotoeffekt

Der Photoeffekt oder lichtelektrische Effekt wurde 1887 von Hertz bei Untersuchungen über elektromagnetische Wellen entdeckt.

Durch Lichteinstrahlung können auch einem Metall Elektronen

herausgelöst werden. Die theoretische Erklärung des Photoeffektes fand Einstein 1905 durch die Lichtquantenhypothese.

Demnach besteht Licht aus Teilchen, den Photonen, der Energie $h \cdot f$. Wenn die Energie eines solchen Teilchens größer als die Austrittsarbeit aus dem Metall ist, kann ein Elektron herausgelöst werden. Diese Theorie erklärt auch, warum bei rotem Licht kein Photoeffekt stattfindet und warum der Photoeffekt sofort bei Bestrahlung einsetzt.

Austrittsarbeit, Ablösearbeit in eV

Aluminium	4.20	Barium	2.52	Blei	4.02	Cadmium	4.11
Calcium	3.20	Cobalt	4.97	Eisen	4.63	Germanium	5.02
Gold	4.83	Kalium	2.25	Kupfer	4.39	Magnesium	3.70
Molybdän	4.29	Natrium	2.28	Nickel	5.0	Platin	5.66
Rhodium	5.03	Selen	4.87	Silber	4.43	Silicium	3.59
Thorium	3.47	Wolfram	4.50	Zink	4.34	Zinn	4.31

Elektrostatik

Die Elektrostatik ist die Lehre von den Kräften zwischen ruhenden elektrischen Ladungen.

Elektrodynamik

Die Elektrodynamik untersucht die Wechselwirkung zwischen bewegten elektrischen Ladungen.

Elektrizität

Unter Elektrizität versteht man alle Erscheinungen, die auf Ladungen zurückgehen, u.a. auch die Ladungen selbst. Die Elektrizität hat atomistische Struktur, d.h. sie hat eine kleinste Einheit, die Elementarladung. Das Elektron trägt eine negative Elementarladung und das Proton eine positive Elementarladung.

Elektrische Spannung

$U = \phi_1 - \phi_2$
elektrisches Potenzial im Punkt 1 ϕ_1 , im Punkt 2 ϕ_2

Definition: In einem elektrischen Feld herrscht zwischen den beiden Punkten P_1 und P_2 die elektrische Spannung 1 V, wenn bei der Verschiebung der Ladung 1 C von P_1 nach P_2 die Arbeit 1 J verrichtet wird.

Elektrische Stromstärke

$I = dQ/dt$ für $I = \text{konst.}$: $I = Q/t$
Elektrischer Widerstand $R = U/I$
Elektrischer Leitwert $G = I/U$
Elektrische Leistung $P = U \cdot I$
Elektrische Arbeit $W = P \cdot t = U \cdot I \cdot t$

Ohmsches Gesetz

für $\theta = \text{konstant}$ gilt: $U \sim I$ $U/I = \text{konstant}$
Ohmscher Widerstand $R = U/I$

Widerstandsgesetz

für $\theta = \text{konstant}$ gilt: $R = \rho l/A$
spezifischer Widerstand ρ , Temperatur θ , Länge des Leiters l , Querschnitt A
Elektrische Leitfähigkeit $\gamma = 1/\rho$

Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes

$\Delta R = \alpha R_{20} \Delta\theta$ mit $\Delta\theta = \theta - 20^\circ\text{C}$ $R_\theta = R_{20} (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$
Widerstand R_{20} bei 20°C , Temperaturkoeffizient bzw. Temperaturbeiwert α

Gesetz der Ladungserhaltung

In einem abgeschlossenen System bleibt die Gesamtladung erhalten, d.h. die Summe der positiven und negativen Elementarladungen ist konstant.

Ladungstrennung

da elektrische Ladungen leicht verschiebbar sind, lassen sie sich oft trennen.

Influenz

bringt man von außen eine Ladung in die Nähe einer neutralen Metallkugel, so treten auf dieser durch Ladungstrennung elektrische Ladungen auf. Dieser Vorgang heißt Influenz.

Spezifischer elektrischer Widerstand, spezifischer Widerstand

Der spezifische Widerstand, spezifische elektrische Widerstand oder auch Resistivität, ist eine temperaturabhängige Materialkonstante mit dem Formelzeichen ρ .

Der elektrische Widerstand eines homogenen elektrischen Leiters lässt sich aus den Werten des Materials errechnen. Die Einheit von ρ ist Ωm . Das Reziproke des spezifischen Widerstands ist die elektrische Leitfähigkeit.

Verantwortlich für den spezifischen elektrischen Widerstand in reinen Metallen sind Stöße der Ladungsträger mit Gitterschwingungen. Dazu kommen noch Verunreinigungen, Fehlstellen und Gitterbaufehler.

spezifischer elektrischer Widerstand verschiedener Leiter in $\Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$

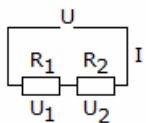
Stahlguss	0,18	Aluminium	0,027	Bismut	1,17	Blei	0,208
Cadmium	0,076	Chromnickel	1,12	Eisen	0,10	Gold	0,022
Graphit	8,00	Iridium	0,053	Kalium	0,072	Konstantan	0,50
Kupfer	0,0172	Magnesium	0,044	Natrium	0,046	Nickel	0,087
Palladium	0,11	Platin	0,107	Quecksilber	0,96	Silber	0,016
Wolfram	0,055	Zink	0,061	Zinn	0,11	Bronze	0,0208
Chrom	0,15	Elektron	0,07	Germanium	890	Calcium	0,047
Messing	0,75	Osmium	0,105	Rhodium	0,047	Titan	0,5

Nichtleiter

Bakelit	10^{14}	Bernstein	$> 10^{16}$	Celluloid	10^8	Erde	$> 10^6$
Flintglas	$3 \cdot 10^8$	Glimmer	10^{13}	Hartgummi	10^{13}	Holz	10^9
Marmor	10^7	Papier	10^{15}	Plexiglas	10^{13}	Polyethylen	10^{10}
Porzellan	$5 \cdot 10^{12}$	Quarzglas	$5 \cdot 10^{16}$	Schiefer	10^6	Silizium	$1,2 \cdot 10^7$
Flusswasser	10 ... 100	Seewasser	0,3	Kohlenstoff	35,315	Wasser, destilliert	10^4

Elektrische Leitfähigkeit der chemischen Elemente (bei 20°C)

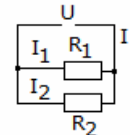
	Name	Symbol	Elektr. Leitfähigkeit S/m 10^6	Spezif. elektr. Widerstand $10^{-8} \Omega \text{m}$	bezogen auf Silber %
1	Silber	Ag	62,89	1,590	100
2	Kupfer	Cu	59,77	1,673	95,04
3	Gold	Au	42,55	2,350	67,66
4	Aluminium	Al	37,66	2,6548	59,88
5	Calcium	Ca	29,15	3,43	46,35
6	Beryllium	Be	23,81	4,20	37,86
7	Natrium	Na	21,50	4,65	34,18
8	Magnesium	Mg	22,62	4,42	35,97
9	Rhodium	Rh	22,17	4,51	35,25
10	Molybdän	Mo	19,20	5,20	30,53
11	Iridium	Ir	18,83	5,31	29,94
12	Wolfram	W	17,69	5,65	28,12
13	Zink	Zn	16,90	5,916	26,87
14	Cobalt	Co	16,02	6,24	25,47
15	Nickel	Ni	14,60	6,85	23,22
16	Cadmium	Cd	13,30	7,50	21,14
17	Kalium	K	13,14	7,61	20,90
18	Ruthenium	Ru	13,12	7,62	20,86
19	Osmium	Os	12,31	8,12	19,57
20	Indium	In	11,94	8,37	18,98



Unverzweigter Stromkreis, Reihenschaltung, Serienschaltung

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = \dots \quad U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$



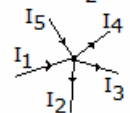
Spannungsteilerregel

$$U_1 / U_2 = R_1 / R_2 \quad U_1 / U = R_1 / R$$

Verzweigter Stromkreis, Parallelschaltung

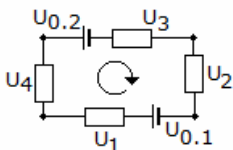
$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n \quad U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n$$



Stromteilerregel

$$I_1 / I_2 = R_2 / R_1 \quad I_1 / I = R / R_1$$



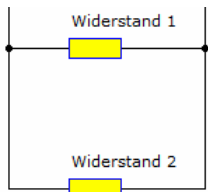
Kirchhoffsche Gesetze

Knotenpunktsatz

Die Summe der zufließenden Ströme ist gleich der Summe der abfließenden Ströme

Maschensatz

Die Summe aller Urspannungen ist gleich der Summe aller abfallenden Spannungen



Widerstandsberechnung-Beispiel

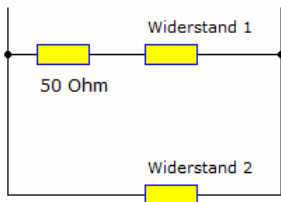
Aufgabe 1:

(Abbildung oben) Zwei Widerstände sind in Parallelschaltung verbunden. Der Widerstand 2 ist doppelt so groß, wie die Widerstand 1. Der Gesamtwiderstand soll 30 Ω betragen. Wie groß sind die beiden Widerstände?

Lösung:

Aus der Gleichung für die Parallelschaltung $1/R_1 + 1/R_2 = 1/R_{ges}$
 wird mit $R_1 = x$ $1/x + 1/(2x) = 1/30$

Die Auflösung der Bruchgleichung führt zu einer linearen Gleichung mit der Lösung $x = 45$, d.h die beiden Widerstände sind 45 Ω und 90 Ω groß.



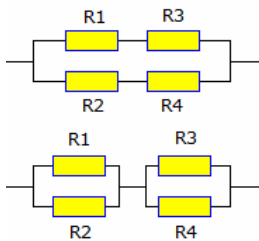
Aufgabe 2:

(Abbildung unten) Drei Widerstände sind in Reihe- und Parallelschaltung verbunden. Der Widerstand 2 ist doppelt so groß, wie die Widerstand 1. Der Gesamtwiderstand soll 30 Ω betragen. Wie groß sind die beiden Widerstände?

Lösung:

Aus den Gleichungen für die Parallel- und Reihenschaltung $1/(50\Omega + R_1) + 1/R_2 = 1/R_{ges}$
 wird mit $R_1 = x$ $1/(x+50) + 1/(2x) = 1/30$

Die Auflösung der Bruchgleichung führt zu einer quadratischen Gleichung mit den Lösungen 25 und -30. Davon ist nur $x = 25$ brauchbar, d.h die beiden Widerstände sind 25 Ω und 50 Ω groß.



Widerstandsberechnung-Beispiel (2)

Aufgabe 3:

(Abbildung oben) Vier Widerstände sind wie in der Abbildung in Reihe und parallel geschaltet. Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

Lösung:

$$R = (1/R_{13} + 1/R_{24})^{-1} = (1/(R_1+R_3) + 1/(R_2+R_4))^{-1} =$$

$$= ((R_1+R_2R_3+R_4) / ((R_1+R_3)(R_2+R_4)))^{-1} =$$

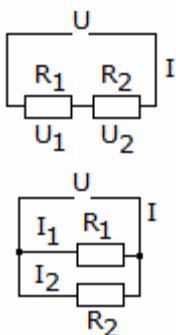
$$= (R_1+R_3)(R_2+R_4) / (R_1+R_2R_3+R_4)$$

Aufgabe 4: (Abbildung unten) Vier Widerstände sind wie in der Abbildung in Reihe und parallel geschaltet. Wie groß ist der Gesamtwiderstand?

Lösung:

$$R = R_{12} + R_{34} = (1/R_1 + 1/R_2)^{-1} + (1/R_3 + 1/R_4)^{-1} =$$

$$= ((R_1+R_2)/(R_1R_2))^{-1} + ((R_3+R_4)/(R_3R_4))^{-1} = R_1R_2 / (R_1+R_2) + R_3R_4 / (R_3+R_4)$$



Widerstandsberechnung-Beispiel (3)

Aufgabe 5:

An eine Spannungsquelle $U = 220V$ werden zwei Widerstände R_1 und R_2 einmal in Reihe und einmal in Parallelschaltung angeschlossen. Im ersten Falle ist die Stromstärke $I_1 = 0,9A$ im zweiten Falle $I_2 = 6A$. Wie groß sind R_1 und R_2 ?

Lösung:

Für die Reihenschaltung gilt der Maschensatz: $U = I_1 R_1 + I_1 R_2$
 und für die Parallelschaltung der Knotensatz $I_2 = U / R_1 + U / R_2$

Löst man die erste Gleichung nach R_2 auf und setzt dies in die zweite ein, folgt nach Umformungen

$$R_1^2 - U/I_1 R_1 + U^2/(I_1 I_2) = 0$$

Gesucht sind damit die Nullstellen des Polynoms $f(x) = x^2 - 220/0,9 x + 220^2/(0,9 \cdot 6)$

Mit der Lösungsformel quadratischer Gleichungen erhält man die Nullstellen

$$x_1 = 44,9 \text{ und } x_2 = 199,5.$$

Wählt man $R_1 = 44,9 \Omega$, so ist $R_2 = 199,5 \Omega$. Aus Symmetriegründen können R_1 und R_2 auch vertauscht werden.

Widerstandsdreieck, Widerstandstern

In elektrischen Schaltungen treten Kombinationen von Widerständen in Form eines Widerstandsdreiecks (obere Abbildung) oder Widerstandsterns (untere Abbildungen) auf.

Bei der Umwandlung eines Widerstandsdreiecks mit den Widerständen R_1, R_2 und R_3 in einen Widerstandstern mit den Widerständen r_1, r_2 und r_3 ergeben sich folgende Beziehungen:

$$r_1 = R_2 R_3 / (R_1 + R_2 + R_3) \quad r_2 = R_1 R_3 / (R_1 + R_2 + R_3)$$

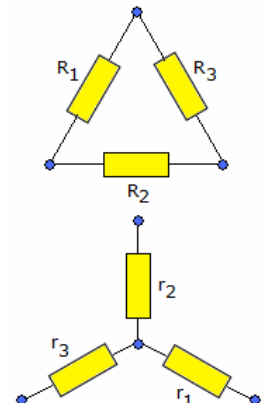
$$r_3 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2 + R_3)$$

und umgekehrt

$$R_1 = r_2 + r_3 + (r_2 r_3)/r_1$$

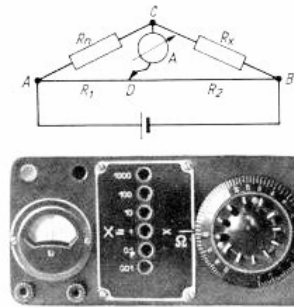
$$R_2 = r_1 + r_3 + (r_1 r_3)/r_2$$

$$R_3 = r_1 + r_2 + (r_1 r_2)/r_3$$



Wheatstonesche Brücke

Zur genauen Messung von Widerständen dient die Brückenschaltung. Die Anordnung besteht aus einem dem ein verschiebbarer Kontakt gleitet, so dass der mit den Widerständen R_1 und R_2 , geteilt wird. R_n ist Vergleichswiderstand von genau bekanntem Wert Widerstand, dessen Wert gemessen werden soll.



Wheatstonesche Messdraht AB, auf Draht in 2 Abschnitte ein und R_x der

Die "Brücke" bildet ein empfindlicher Strommesser, dafür dient, ob in dem Zweig CD ein Strom fließt. auf der Mitte der Skale, so dass der Zeiger nach links ausschlagen kann.

der nur zur Kontrolle Der Nullpunkt steht oder rechts

Zur Bestimmung von R_x wird der Kontakt auf dem Messdraht AB so lange verschoben, bis das "Nullinstrument" stromlos ist. In diesem abgeglichenen Gleichgewicht ist die Spannung $U_{AC} = U_{AD}$ sowie $U_{CB} = U_{DB}$. Man könnte den Zweig CD kurzschließen, ohne dass sich irgend etwas ändert. Dann gelten nach die Beziehungen $R_n / R_1 = I_u / I_o = R_x / R_2$. (I_u und I_o sind die Ströme im unteren bzw. oberen Stromzweig). Damit wird $R_x = R_n R_2 / R_1$
untere Abbildung: alte Wheatstonesche Messbrücke

Elektrische Ladung

$$= N \cdot e ; Q = \int_{t_1}^t I dt$$

Anzahl N der Elektronen, Elementarladung e, Stromstärke I, Zeit t

Einheit: 1 Coulomb (C) nach Charles Augustin de Coulomb (1736-1806)

$$1 C = 1 A \cdot s$$

Einheit im CGS-System: 1 elektrostatische Einheit E.S.E. = $3,335 \cdot 10^{-10} C$

Jede elektrische Ladung in ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung e.

$$e = 1,602177 \cdot 10^{-19} C = 4,803207 \cdot 10^{-10} \text{ E.S.E.}$$

Teilchen (Quarks) mit den Ladungen $e/3$ und $2e/3$ treten nicht als freie Ladungen auf.

Coulombsches Gesetz

Für Punktladungen gilt:

$$F = 1/(4\pi \epsilon_0 \epsilon_r) Q_1 Q_2 / r^2$$

elektrische Feldkonstante (veraltet Influenzkonstante) ϵ_0 , Dielektrizitätszahl ϵ_r , Abstand r der Punktladungen

Die Richtung der Kraft ist längs der Verbindungslinie beider Ladungen. Die Coulomb-Kraft zweier Elementarteilchen ist um den Faktor 10^{38} größer als deren Gravitationskraft.

Unter der elektrischen Kraft versteht man die Kraft, die in einem elektrischen Feld auf eine Probeladung ausgeübt wird.

$$\text{elektrische Feldkonstante } \epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} C^2/(J \cdot m)$$

Elektrische Feldstärke

$$E \rightarrow = F \rightarrow / Q$$

$$E = U/s \text{ für homogenes elektrisches Feld}$$

Abstand s der Punkte, zwischen denen die Spannung U besteht

Superposition: Die von mehreren verteilten Ladungen erzeugten elektrischen Feldstärken in einem Punkt werden vektoriell zum resultierenden Feldstärkevektor addiert.

Elektrische Flussdichte

$$D \rightarrow = \epsilon_0 \epsilon_r E \rightarrow$$

für das Vakuum gilt $\epsilon_r = 1$

$$\text{Dielektrizitätszahl, Permittivitätszahl } \epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

Elektrischer Fluss

$$\psi = \int D \rightarrow dA \rightarrow ; \text{Flächeninhalt A}$$

Unter der Bedingung $D \rightarrow = \text{konstant}$ und $D \rightarrow$ senkrecht zu $A \rightarrow$ gilt: $\psi = D \cdot A$

Dielektrizitätszahl, Permittivitätszahl

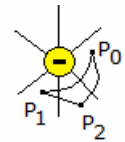
Die Permittivität ϵ gibt die Durchlässigkeit eines Materials für elektrische Felder an.

Die Permittivitätszahl oder relative Permittivität $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ ist das Verhältnis von ϵ zur elektrischen Feldkonstante ϵ_0 , der Permittivität des Vakuums. Die dimensionslose Größe ϵ_r kennzeichnet die feldschwächenden Effekte der dielektrischen Polarisierung innerhalb elektrisch isolierender Materialien. Die Bezeichnung Dielektrizitätskonstante für Permittivität sollte nicht mehr verwendet werden.

Permittivitätszahlen

Bakelit	3 ... 5	Bernstein	2,2	Condensa C	80
Ethanol	25,1	Gips	2,65	Glas	3 ... 15
Glimmer	5 ... 9	Gummi	2,5 ... 3	Hartpapier	5
Helium	1,000066	Holz	3,5 ... 5	Kerapapier U	64
Kohlendioxid	1,000985	Luft	1,000594	Marmor	8,4 ... 14
Ölpapier	5	Papier	1,2 ... 3	Paraffin	2,2

Petroleum	2,2	Polystyrol	2,3 ... 2,5	Quarz	3,5 ... 4,5
Quarzglas	4	Sauerstoff	1,000486	Schiefer	6 ... 10
Stickstoff	1,000528	Teflon	2,0	Tempa T	40
Wasser	81	Wasserstoff	1,000252	Ziegel	2,3
Keramik	50 ... 10000	Porzellan	5 ... 6,5	Vakuum	1
Eis	16	Wasser (50°C)	70,5	Wasser (0°C)	88
Schwefel	3,5				
Titanoxid (senkrecht zur Kristallachse)	89				
Titanoxid (parallel zur Kristallachse)	173				



Elektrisches Potenzial $\phi = W/Q$; $\phi = p_0 \int P_1 E^{\rightarrow} ds^{\rightarrow}$

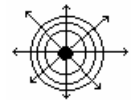
Verschiebungsarbeit W an einer Ladung Q im elektrischen Feld W ist unabhängig vom Verschiebungsweg, anderfalls könnte ein Perpetuum mobile 1.Art konstruiert werden

$$W = Q \cdot (\phi(P_1) - \phi(P_0)) = Q \cdot \Delta\phi$$

Potenzialdifferenz zwischen P₀ und P₁: Δφ

Normierung des Potenzials

- $\phi = 0$ für einen geerdeten Leiter
- $\phi = \infty$ für den Ort der elektrischen Ladung



Elektrische Spannung $U = \phi_1 - \phi_2$; $U = p_0 \int P_1 E^{\rightarrow} ds^{\rightarrow}$

elektrische Potenzial ϕ_1 im Punkt P₁, Weg s

In einem homogenen Feld gilt: $U = E^{\rightarrow} s^{\rightarrow}$

Seit dem 1.1.1990 wird die Josephson-Konstante $K_{J-90} = 483597,9$ MHz/V als Standard für die Präzisionsmessung des Volt verwendet.

Potenzialflächen

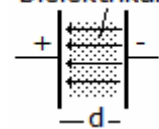
Verschiebt man eine elektrische Ladung senkrecht zu den elektrischen Feldlinien, so wird dafür keine Arbeit benötigt, denn auf diesem Weg ist E konstant und $\Delta\phi = 0$.

- Orte mit bestimmtem Potenzial liegen auf Potenzialflächen.
- Potenziellinien verbinden Orte, deren Potenzial gleichen Wert hat.
- Die elektrischen Feldlinien durchdringen die Potenzialflächen senkrecht.

Potenziallinien einer Punktladung $\phi = Q / (4 \pi \epsilon_0 r)$

Feld und Potenzial $E = - \text{grad } \phi$; Differenzialoperator grad

Dielektrikum



Kondensator

- Kapazität
- Durchschlagsfestigkeit
- Elektrische Feldstärke Plattenkondensator
- Kapazität eines Plattenkondensators
- Flächeninhalt A, Plattenabstand d

$$C = Q/U$$
 ; Maßeinheit 1 Farad = 1 F

$$E_d = U/d$$

$$E = U/d$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r A/d$$

Flächenladungsdichte

$$\sigma = Q/A \quad \sigma = \epsilon_0 \cdot E$$

Energie des elektrischen Feldes eines Plattenkondensators

$$E = C/2 U^2$$

Aufladen eines Kondensators

$$U_C = U (1 - e^{(-t/(RC))})$$

$$I_C = I_0 e^{(-t/(RC))}$$

Spannung U_C am Kondensator, Ladespannung U, Ohmscher Widerstand R, Kapazität C, Zeit t, Anfangsstromstärke I_0

Entladen eines Kondensators

$$U_C = U e^{(-t/(RC))}$$

$$I_C = I_0 e^{(-t/(RC))}$$

Zeitkonstante $\tau = R \cdot C$

Reihenschaltung von Kondensatoren

$$1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \dots + 1/C_n$$

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n$$

Parallelschaltung von Kondensatoren

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

$$U = U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

Kapazitäten verschiedener Kondensatoren

Die Kapazität eines Kondensators ist von der Geometrie der geladenen Leiter abhängig. Von oben nach unten gilt:

1) Platten

$$C = \epsilon A / d$$

2) Kugel mit einer Gegenelektrode im Unendlichen

$$C = 4\pi \epsilon r$$

3) Zwei Hohlkugeln

$$C = 4\pi \epsilon r_1 r_2 / (r_2 - r_1)$$

4) Zwei gleiche Kugeln

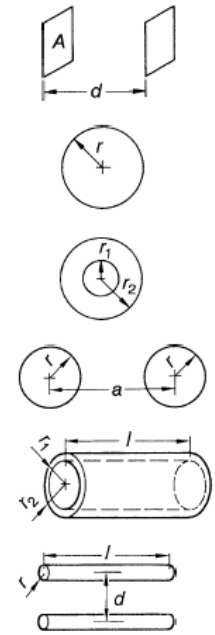
$$C = 2\pi \epsilon r (1 + r (a^2 - r^2) / (a (a^2 - ar - r^2)))$$

5) Zylinder

$$C = 2\pi \epsilon l / \ln(r_2/r_1)$$

6) Doppelleitung

$$C = \pi \epsilon l / \ln(d/r)$$



Idealer Kondensator im Wechselstromkreis

Betrag des Stromes $I = C \cdot \Delta U / \Delta t$

1) Nur bei einer Änderung der Spannung am Kondensator tritt eine Stromänderung ein.

2) Bei sinusförmiger Wechselspannung, fließt im Gegensatz zu Gleichspannung, dauernd ein Strom durch den Kondensator.

3) Dabei hat der Strom einen mathematischen ähnlichen Verlauf wie die Spannung. Er eilt der Spannung um $\pi/2$ voraus.

Der Widerstand, den der Kondensator dem Strom entgegengesetzt, ist frequenzabhängig. Dieser Widerstand ist kein Widerstand im herkömmlichen Sinn (Wirkwiderstand), sondern ein Blindwiderstand

$$X_C = 1 / (2 \pi f C)$$

Je grösser die Kapazität und je höher die Frequenz, desto tiefer der kapazitive Blindwiderstand. Im Widerstands-Frequenz-Diagramm bildet sich eine Hyperbel. Sie ist um so ausgeprägter, je größer die Kapazität ist.

Blindleistung

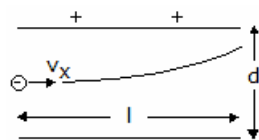
Wird nach der Formel $U \cdot I$ die Leistung für jeden Zeitpunkt während einer Periode berechnet, so ergibt sich, dass deren arithmetischer Mittelwert gleich Null ist. Der ideale Kondensator gibt demnach jeweils die gleiche Leistung ab, wie er aufnimmt (Wirkleistung ist Null). Die innerhalb des Kondensators umgesetzte Leistung nennt man Blindleistung

$$Q_C = U_C \cdot I_C = U_C^2 / X_C = I_C^2 \cdot X_C$$

Realer Kondensator

Bedingt durch ein nicht ideales Dielektrikum, Erwärmungs- und Umpolungsverluste (elektrisches Wechselfeld) lässt sich ein realer Kondensator durch eine Parallelschaltung aus einem idealem Kondensator und einem Widerstand darstellen.

Die Spannung ist an beiden Komponenten dieselbe, während man den Gesamtstrom aus der geometrischen Addition der Teilströme errechnet. Das gleiche Verfahren wenden man an, um die Leitwerte (Parallelschaltung) und Leistungen zu ermitteln.



Bewegung von geladenen Teilchen in elektrischen Feldern

$$F_{el} = q \cdot E \text{ mit } E = U / d$$

$$F_{el} = q \cdot U / d$$

Ein geladenes Teilchen bewegt sich im Plattenkondensator. In x-Richtung fliegt es - durch eine Beschleunigungsspannung U_B auf die konstante Geschwindigkeit v_x gebracht - gleichförmig bewegt, in y-Richtung gleichmäßig beschleunigt.

Beschleunigung $a_y = q \cdot U_A / (m d)$

Geschwindigkeit $v_y = q \cdot U_A \cdot t / (m d)$

Weg $s_y = q \cdot U_A / (2md) \cdot t^2 = q \cdot U_A / (2md) \cdot l^2 / v_x^2$

Gesamtablenkung des Teilchens, die es erfahren hat, nachdem es den gesamten Plattenkondensator der Länge l durchflogen hat.

$$s_y = 1/4 \cdot U_A / U_B \cdot l^2/d$$

Magnetisches Feld

Magnetische Feldstärke

Für das Feld außerhalb eines stromdurchflossenen Leiters gilt

$$H = I / (2\pi r)$$

Stromstärke I , Abstand r vom Leiter

für das Feld im Innern einer langen stromdurchflossenen Spule gilt

$$H = N \cdot I/a$$

Windungszahl N der Spule, Spulenlänge a

für ein homogenes magnetisches Feld gilt $H = \Theta / s$

elektrische Durchflutung Θ , Flächenumfang s

Magnetische Flussdichte (Induktion)

magnetische Feldkonstante μ_0 , Permeabilitätszahl μ_r
Permeabilität

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

Magnetischer Fluss

Unter der Bedingung $\vec{B} = \text{konstant}$ und \vec{B} senkrecht zu \vec{A} gilt

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi = B \cdot A$$

$$V = \int_{p_1}^{p_2} H \cdot ds \text{ ; Weg } s$$

$$V = H \cdot s$$

$$R_m = V / \Phi = \dots = l / (\mu_0 \mu_r A)$$

Magnetische Spannung

im homogenen Feld :

Magnetischer Widerstand

Länge l , Flächeninhalt A

Permeabilität

Die magnetische Permeabilität μ bestimmt die Durchlässigkeit von Materie für magnetische Felder. Dabei bildet das Verhältnis der magnetischen Flussdichte \vec{B} zur magnetischen Feldstärke \vec{H} die Permeabilität. Die magnetische Feldkonstante μ_0 ist eine physikalische Konstante und gibt die magnetische Permeabilität des Vakuums an.

Die Permeabilitätszahl μ_r , auch relative Permeabilität, ist das Verhältnis von μ zur magnetischen Feldkonstante μ_0 .

Permeabilität $\mu = \mu_0 \mu_r$

Für das Vakuum ergibt sich folglich eine Permeabilitätszahl von 1. Die dimensionslose Größe μ_r hängt mit der magnetischen Suszeptibilität χ zusammen.

Permeabilitätszahl

Flusstahl	200 ... 4000	Gusseisen	50 ... 500	Aluminium	1,0000208
Barium	1,00000694	Chrom	1,000278	Cobalt	80 ... 200
Eisen	250 ... 680	Magnesium	1,0000174	Mangan	1,000871
Nickel	280 ... 2500	Platin	1,000257	Sauerstoff	1,00000186
Titan	1,00018	Uran	1,000574	Aluminiumoxid	0,9999864
Bismut	0,9998432	Ethanol	0,9999927	Kupfer	0,9999904
Schwefelsäure	0,99999083	Wasser	0,99999097	Wasser,schweres	0,99999127
Zinkoxid	0,99997593	Antimon	0,999884	Gold	0,999971
Quecksilber	0,999966	Zink	0,999986	Stickstoff	0,999999927
Luft	1,00000037	Zinn	1,000002		

Lorentzkraft

Die Lorentzkraft ist die Kraft auf einen bewegten Ladungsträger.

Geschwindigkeit v , Ladung Q

Ist v senkrecht B gilt

$$\vec{F}_L = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_L = Q \cdot v \cdot B$$

Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter

Länge des Leiters a ; Ist I senkrecht B gilt

$$\vec{F} = a \cdot I \times \vec{B}$$

$$F = a \cdot I \cdot B$$

Energie des magnetischen Feldes einer stromdurchflossenen Spule

$$E = L/2 \cdot I^2$$

Induktivität L , Stromstärke I

Induktionsgesetz

induzierte Spannung U_i , magnet.Fluss Φ

- bei einer gleichmäßigen Änderung des magnetischen Feldes und B senkrecht zu A gilt

$$U_i = -N \Delta(B \cdot A) / \Delta t$$

Windungszahl N , Flächeninhalt A

- für einen bewegten Leiter mit v senkrecht zu B gilt

$$U_i = - d\Phi / dt$$

$$U_i = - B \cdot l \cdot v$$

Länge des Leiters l , Geschwindigkeit v

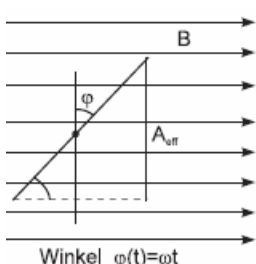
Selbstinduktionsspannung einer Spule

$$U_i = - L dI/dt$$

Induktivität einer langen Spule

$$L = (\mu_0 \mu_r N^2 A) / l$$

Flächeninhalt A der Querschnittsfläche



Induktionsgesetz (2)

Induktionsgesetz: Eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses Φ induziert in einem Leiter mit Windungszahl n eine elektrische Spannung U_i

$$U_i(t) = -n d/dt \Phi(t)$$

Der magnetische Fluss ist $\Phi = B \cdot A_{eff}$, B das angelegte Magnetfeld und A_{eff} die vom Magnetfeld durchdrungene Fläche.

(1) Anwendung auf eine in einem konstanten Magnetfeld rotierende Spule
Dann ist die effektiv vom Magnetfeld durchdrungene Fläche

$$A_{\text{eff}} = A \cos \phi(t) = A \cos(\omega t)$$

Nach dem Induktionsgesetz wird die Wechselspannung

$$U_i = -n \frac{d}{dt} \Phi = -n \frac{d}{dt} B A \cos(\omega t) = n B A \omega \sin(\omega t)$$

mit der Scheitelspannung $U_0 = n B A \omega$ induziert.

(2) Ist die Leiterschleife fest und variiert das Magnetfeld senkrecht zur Leiterschleife gemäß

$$B = B_0 \cos(\omega t)$$

mit der Amplitude B_0 und Frequenz ω , so wird in der Leiterschleife (Querschnittsfläche A) die Spannung U_i induziert mit der Gleichung $U_i = +n \frac{d}{dt} \Phi = -n \frac{d}{dt} A B_0 \cos(\omega t) = n A B_0 \omega \sin(\omega t)$

Ideale Spule im Wechselstromkreis

Für den Betrag der Spannung in der Spule gilt: $U = -L \cdot \Delta I / \Delta t$

Hieraus folgt, dass nur bei einer Änderung des Stromes in der Spule eine Spannungsänderung eintritt.

Dabei hat die Spannung einen mathematisch ähnlichen Verlauf wie der Strom. Sie eilt dem Strom um $\pi/2$ vor.

Widerstand

Der Widerstand, den die Spule dem Strom entgegensetzt, ist frequenzabhängig. Man spricht nicht von einem Widerstand im herkömmlichen Sinn (Wirkwiderstand), sondern nennt ihn Blindwiderstand

$$X_L = 2 \pi f L$$

Je größer die Induktivität und je höher die Frequenz, desto größer der induktive Blindwiderstand. Im Widerstands-Frequenz-Diagramm bildet sich eine Gerade. Sie ist um so steiler, je größer die Induktivität ist.

Leistung

Wird nach der Formel $U \cdot I$ die Leistung für jeden Zeitpunkt während einer Periode berechnet, so erhält man eine Kurve, deren arithmetischer Mittelwert gleich Null ist. Die ideale Spule gibt demnach jeweils die gleiche Leistung ab, wie sie aufnimmt (Wirkleistung ist Null). Die innerhalb der Spule umgesetzte Leistung nennt man Blindleistung.

$$\text{Blindleistung } Q_L = U_L \cdot I_L = U_L^2 / X_L = I_L^2 \cdot X_L$$

Reale Spule im Wechselstromkreis

Bedingt durch Wicklungs-, Wirbelstrom- und Hystereseverluste lässt sich eine reale Spule durch eine Serieschaltung aus idealer Spule und einem Widerstand darstellen.

Der Strom ist in beiden Komponenten derselbe, während wir die Gesamtspannung aus der geometrischen Addition der Teilspannungen errechnen. Das gleiche Verfahren wendet man an, um die Widerstände und Leistungen zu ermitteln.

Stromstärke im Wechselstromkreis

Momentanwert

$$i = \hat{i} \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

Effektivwert

$$I = \hat{i} / \sqrt{2}$$

Kreisfrequenz ω , Momentanwert i , Zeit t , Scheitelwert \hat{i} , Effektivwert I , Phasenwinkel ϕ_0

Spannung im Wechselstromkreis

Momentanwert

$$u = \hat{u} \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

Effektivwert

$$U = \hat{u} / \sqrt{2}$$

Momentanwert u , Scheitelwert \hat{u} , Effektivwert U

Scheinleistung

$$S = U \cdot I$$

Wirkleistung

$$P = U \cdot I \cdot \cos \phi$$

Blindleistung

$$Q = I \cdot I \cdot \sin \phi$$

Phasenverschiebungswinkel ϕ

Ohmscher Widerstand

$$R = U/IR = \rho l/A \quad (T=\text{konst., Metall})$$

Induktiver Widerstand

$$X_L = U/I \quad X_L = \omega \cdot L; \text{ Spannung läuft hinter Stromstärke her}$$

Kapazitiver Widerstand

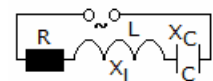
$$X_C = U/I \quad X_C = 1/(\omega C); \text{ Spannung läuft vor Stromstärke her}$$

Reihenschaltung von R, L und C

Blindwiderstand $X = \omega L - 1/(\omega C)$

Scheinwiderstand $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

Phasenverschiebung $\tan \phi = (X_L - X_C)/R$



In einer Reihenschaltung bzw. Serieschaltung eines Widerstandes, einer Spule und eines Kondensators gilt:

U_L eilt U_R um $\pi/2$ vor oder U_C eilt U_R um $\pi/2$ nach, da der Strom in allen Elementen gleich groß ist. Daraus folgt, dass U_C und U_L um π verschoben sind und daher genau entgegengesetzt liegen. Durch Anfügen

einer Induktivität an ein RC-Glied lässt sich somit die Wirkung des Kondensators kompensieren (ein Kondensator kompensiert die Induktivität eines RL-Glieds).

Parallelschaltung von R,L und C

Blindwiderstand $1/X = \omega C - 1/(\omega L)$
Scheinwiderstand $1/Z = \sqrt{1/R^2 + 1/X^2}$
Phasenverschiebung $\tan \phi = R \cdot (1/X_C - 1/X_L)$

In einer Parallelschaltung eines Widerstandes, einer Spule und eines Kondensators gilt:
 I_L eilt I_R um $\pi/2$ nach oder I_C eilt I_R um $\pi/2$ vor, da die Spannung an allen Elementen gleich groß ist. Daraus folgt, dass I_C und I_L um π verschoben sind und daher genau entgegengesetzt liegen. Durch Anfügen einer Induktivität an ein RC-Glied lässt sich somit die Wirkung des Kondensators kompensieren (ein Kondensator kompensiert die Induktivität eines RL-Glieds).
Zur Berechnung der Scheingrößen von Strömen, Leitwerten und Leistungen müssen die Wirkgröße geometrisch zur Differenz der Blindgrößen addieren. Die betragsmäßig größere Komponente der Blindgrößen bestimmt das Verhalten der Schaltung.

RC-Integrierglied

In einem RC-Glied an Gleichspannung lädt sich der Kondensator nach einer Exponentialfunktion auf. Falls die Eingangsspannung wegfällt, entlädt sich der Kondensator wiederum nach einer Exponentialfunktion. Je nach Wahl der Zeitkonstante werden die Spannungszu- und abnahmen annähernd linear.

Wird die Zeitkonstante τ größer als die Periodendauer T des Eingangssignals, so entsteht eine Gleichspannung mit halber Höhe der Eingangsimpulse, da Änderungen des Eingangs kaum noch Auswirkungen auf die Ladung des Kondensators haben. D.h., dass der Spannungsverlauf am Kondensator die "Fläche unter der Kurve des Eingangssignals" darstellt.
Er integriert (Integration = Erhöhung des Grades einer Funktion) demnach das Eingangssignal. Allgemein wählt man: $\tau = T / 0,2$

CR-Differenzierglied

In einem CR-Differenzierglied an Gleichspannung fällt die gesamte Spannung am Kondensator ab. Am Ausgang (Widerstand) fällt folglich keine Spannung ab.
Nur bei einer Spannungsänderung am Eingang des Glieds kann ein Strom den Kondensator passieren und am Widerstand einen Spannungsabfall erzeugen. Das Glied differenziert (Differentiation = Reduktion des Grades einer Funktion) demnach das Eingangssignal. Wird die Zeitkonstante τ größer als eine Periodendauer T des Eingangssignals, so kann sich der Kondensator nicht mehr entladen und man erhält wiederum das Eingangssignal, jedoch ohne DC-Anteil. Allgemein wählt man: $\tau = T / 0,2$

Tiefpass

Als passive Tiefpässe kommen entweder RC-Glieder oder LR-Glieder in Frage. Im ersten Fall werden Spannungen mit hohen Frequenzen am Ausgang durch den Kondensator kurzgeschlossen und nur Spannungen mit tiefen Frequenzen am Ausgang zur Verfügung gestellt.
Im zweiten Fall erhöhen hochfrequente Signale den Widerstand der Spule und am Ausgangswiderstand fällt keine Spannung mehr ab. Bei niederfrequenten Signalen fällt der Widerstand der Spule kaum mehr ins Gewicht und sie stehen am Ausgangswiderstand zur Verfügung.
Mit sich ändernder Frequenz ändern sich auch die Verhältnisse der Katheten am Vektordreieck und damit die Winkel, u.a. der Winkel zwischen der Schein- und der Wirkgröße. Dieser Winkel stellt den Phasenwinkel dar. Er läuft mit zunehmender Frequenz von 0 gegen $-\pi/2$.

Grenzfrequenz, Tiefpass

Sie ist definiert als die Frequenz, wo die Wirkgröße gleich der Blindgröße ist: $R = X$. Die Grenzfrequenz berechnet sich wie folgt:

RC: $f = 1 / (2 \pi C R)$
LR: $f = R / (2 \pi L)$

Hochpass

Als passive Hochpässe kommen entweder CR-Glieder oder RL-Glieder in Frage. Im ersten Fall fallen niederfrequente Signale am Kondensator ab. Nur hochfrequente Signale passieren den Kondensator und stehen am Ausgangswiderstand zur Verfügung.
Im zweiten Fall werden niederfrequente Signale durch die Spule am Ausgang kurzgeschlossen und nur hochfrequente Signale können an der Spule abfallen.
Mit sich ändernder Frequenz ändern sich auch laufend die Verhältnisse der Katheten am Vektordreieck und damit die Winkel, u.a. der Winkel zwischen der Schein- und der Wirkgröße. Dieser Winkel stellt den Phasenwinkel dar. Er läuft mit zunehmender Frequenz von $\pi/2$ gegen 0.

Transformator

Spannungsübersetzung (verlustloser Transformator)

für $I_2 = 0$ (Leerlauf) gilt $U_1 / U_2 = N_1 / N_2$
 Windungszahlen N , primär Index 1

Stromstärkeübersetzung

für $I_2 \rightarrow \infty$ (Kurzschluss) gilt $I_1 / I_2 = N_2 / N_1$

Übersetzungsverhältnis $\ddot{u} = N_1/N_2$

Leistungsübersetzung $P_1 = P_2 + P_v$

Verlustleistung P_v

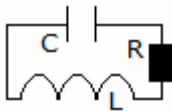
bei starker Belastung unter Vernachlässigung aller Verluste und $\phi_1 = \phi_2$ gilt $U_1 I_1 = U_2 I_2$

$$U_1 I_1 \cos \phi_1 = U_2 I_2 \cos \phi_2 + P_v$$

Wirkungsgrad eines Transformators

abgegebene P_{ab} und zugeführte P_{zu} Leistung

$$\eta = P_{ab} / P_{zu}$$



Elektromagnetische Schwingungen

Serieschwingkreis

Ein Serieschwingkreis besteht aus einer Kapazität, einer Induktivität und einem ohmschen Widerstand. Bei einer ganz bestimmten Frequenz wird der kapazitive Blindwiderstand gleich dem induktiven Blindwiderstand. Da sie entgegengesetzt gerichtet sind, heben sie sich gegenseitig auf. Die Impedanz des Schwingkreises wird gleich dem ohmschen Widerstand (reiner Wirkwiderstand). Übers ganze Glied gesehen besteht keine Phasenverschiebung mehr. Der Serieschwingkreis ist daher eine Filterschaltung, welche nur Frequenzen in einem ganz bestimmten Frequenzbereich passieren lässt.

Thomsonsche Schwingungsgleichung

Eigenfrequenz ungedämpfter Schwingkreis ($R = 0$)

Eigenfrequenz gedämpfter Schwingkreis

Abklingkoeffizient $\delta = R/(2L)$

Resonanzbedingung $f = f_0$; Erregerfrequenz f_0 , Eigenfrequenz f

$$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}$$

$$f = 1 / (2\pi \sqrt{L C})$$

$$f = 1/(2\pi) \sqrt{1/(L C) - R^2/(4 L^2)}$$

Güte Q, Dämpfung d

Das Verhältnis der Katheten am Vektordreieck (Blindgröße zu Wirkgröße) nennt man die Güte Q eines Kreises. Sie gibt an, wieviel mal größer die Spannung bei Resonanz an der Induktivität und dem Kondensator ist. Die Dämpfung d ist die inverse Größe zur Güte Q . Sie drückt das Verhältnis von Wirkgröße zur Blindgröße aus.

Die Bandbreite b gibt die Breite des Frequenzbandes zwischen der unteren und der oberen Grenzfrequenz an.

$$b = f_0 / Q = f_0 \cdot d$$

$$b = f_0 / Q = f_0 \cdot R / X_L = R / (2 \pi L)$$

Elektromagnetische Welle

In einer elektromagnetischen Welle erzeugen sich, nach Abschnürung vom Erreger, elektrisches und magnetisches Feld gegenseitig. Dadurch pflanzt sich die Welle fort. Zum Spektrum der elektromagnetischen Wellen gehören nach abnehmenden Wellenlängen geordnet: Radiowellen, Mikrowellen, Infrarot, sichtbares Licht, Ultraviolett, Röntgenstrahlen, Gammastrahlen

Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$c = \lambda \cdot f$$

$$c = \sqrt{1/(\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0)}$$

Wellenlänge λ , Frequenz f

Eigenfrequenz eines Dipols

$$f = c/(2l) ; \text{Grundschwingung}$$

Länge l des Dipols

Länge des Dipols für optimalen Empfang

$$l = k \cdot \lambda/2 ; k = 1,2,3,\dots$$

Leitungsvorgänge in festen, flüssigen Körpern

Hall-Spannung für feste Körper $U_H = R_H I B/s$

Stromstärke I , magnetische Flussdichte B , Dicke des Leiters s , Hall-Konstante R_H

Hall-Konstante $R_H = V/(N \cdot e)$

für Stoffe mit Elektronenleitung, Volumen V , Anzahl N der Ladungsträger, Elementarladung e

Faradaysche Gesetze

Die Faradayschen Gesetze zeigen den Zusammenhang zwischen der durchgegangenen Strommenge und der abgeschiedenen Stoffmenge.

1. Faradaysches Gesetz: Die bei der Elektrolyse abgeschiedenen Stoffmengen sind proportional zu den durchgegangenen Strommengen.

2. Faradaysches Gesetz: Die durch gleiche Strommengen abgeschiedenen Stoffmengen verhalten sich zueinander wie ihre Äquivalentgewichte.

1. Faradaysche Gesetze

für elektrisch leitende Flüssigkeiten gilt $m = c \cdot Q$
 Masse m des abgeschiedenen Stoffes, elektrochemisches Äquivalent c , Ladung Q

2. Faradaysches Gesetz

Stoffmenge n , Wertigkeit des Stoffes z $Q = n \cdot z \cdot F$

Faraday-Konstante F

Um ein Mol eines einwertigen Stoffes (ein einfachgeladenes Ion) abzuscheiden, benötigt man die Elektrizitätsmenge von 96486,7 C.

$$F = N_A \cdot e$$

Avogadro-Konstante N_A

Elektrolyse

Die Elektrolyse ist ein chemischer Vorgang, der durch elektrischen Strom bewirkt wird.

Es gibt leitende und nichtleitende, also dissoziierende und nicht dissoziierende Flüssigkeiten. Die Leiter heißen Elektrolyte.

Sie werden von dem sie durchfließenden Strom zersetzt. Im wesentlichen sind es wässrige Lösungen von Salzen, Säuren und Laugen. Bei der Elektrolyse scheidet sich an der Kathode (Minuspol) stets das Metall oder der Wasserstoff ab. Der Molekülrest scheidet sich an der Anode (Pluspol) ab.

Galvanische Elemente

In galvanischen Elementen findet eine Umwandlung von chemischer Energie in elektrische Energie statt. Da dieser Prozess nicht umkehrbar ist, spricht man von Primärelementen.

Taucht ein Metall in einen Elektrolyt, so stellt sich eine Spannung ein, deren Größe stoffabhängig ist.

Zwischen zwei in die Flüssigkeit getauchten Metallen muss also die Differenz zweier Spannungen entstehen, die sich aus der Stellung der Metalle in der elektrochemischen Spannungsreihe ergibt.

Elektrochemische Spannungsreihe

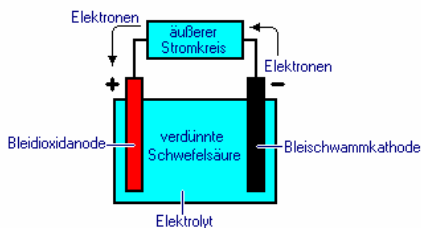
Die Tabelle enthält für verschiedenen saure und basische Lösungen die Werte Element, Ion und Elektronen sowie das Potential in V:

Saure Lösung

Li	-->	Li +	+ 1e-	-3.045	Sn	-->	Sn 2+	+ 2e-	-0.136
K	-->	K +	+ 1e-	-2.925	Pb	-->	Pb 2+	+ 2e-	-0.126
Rb	-->	Rb +	+ 1e-	-2.925	H2	-->	2H +	+ 2e-	0.0000
Cs	-->	Cs +	+ 1e-	-2.923	Cu +	-->	Cu 2+	+ e-	+0.153
Ra	-->	Ra 2+	+ 2e-	-2.916	Sn 2+	-->	Sn 4+	+ 2e-	+0.154
Ba	-->	Ba 2+	+ 2e-	-2.906	Sb + H2O	-->	SbO+ + 2H+ + 3e-		+0.21
Sr	-->	Sr 2+	+ 2e-	-2.888	Bi + H2O	-->	BiO+ + 2H+ + 3e-		+0.32
Ca	-->	Ca 2+	+ 2e-	-2.866	Cu	-->	Cu 2+	+ 2e-	+0.337
Na	-->	Na +	+ 1e-	-2.714	I2	-->	I2	+ 2e-	+0.5355
Ce	-->	Ce 3+	+ 3e-	-2.483	Fe 2+	-->	Fe 3+	+ 1e-	+0.771
Mg	-->	Mg 2+	+ 2e-	-2.363	Ag	-->	Ag +	+ 1e-	+0.7991
Be	-->	Be 2+	+ 2e-	-1.847	Hg	-->	Hg 2+	+ 2e-	+0.854
Al	-->	Al 3+	+ 3e-	-1.662	NO + 2 H2O	-->	NO3 - + 4H+ + 3e-		+0.96
Mn	-->	Mn 2+	+ 2e-	-1.363	Pd	-->	Pd 2+	+ 2e-	+0.99
Zn	-->	Zn 2+	+ 2e-	-0.7628	2Br -	-->	Br2	+ 2e-	+1.07
Cr	-->	Cr 3+	+ 3e-	-0.744	Pt	-->	Pt 2+	+ 2e-	+1.20
U 3+	-->	U 4+	+ e-	-0.607	2 H2O	-->	O2 + 4H+ + 4e-		+1.23
Ga	-->	Ga 3+	+ 3e-	-0.529	2Cl -	-->	Cl2	+ 2e-	+1.36
S 2-	-->	S	+ 2e-	-0.48	Cr 3+ + 4H2O	-->	CrO4 2- + 8H+ + 3e-		+1.36
Fe	-->	Fe 2+	+ 2e-	-0.4402	Au +	-->	Au 3+	+ 2e-	+1.40
Cr 2+	-->	Cr 3+	+ 1e-	-0.408	Au	-->	Au 3+	+ 3e-	+1.498
Cd	-->	Cd 2+	+ 2e-	-0.4029	Ag +	-->	Ag 2+	+ e-	+1.98
Tl	-->	Tl +	+ 1e-	-0.3363	O2 + H2O	-->	O3 + 2H+ + 2e-		+2.07
Co	-->	Co 2+	+ 2e-	-0.277	2F -	-->	F2	+ 2e-	+3.06
Ni	-->	Ni 2+	+ 2e-	-0.250					

Basische Lösung

K	-->	K +	+ e-	-2.93	S 2-	-->	S	+ 2e-	-0.447
Mg + 2OH -	-->	Mg(OH)2 +	2e-	-2.69	Cu + 2OH -	-->	Cu(OH)2 +	2e-	-0.22
Al + 4OH -	-->	Al(OH)4 - +	3e-	-2.33	NO2 - + 2OH -	-->	NO3 - + H2O +	2e-	+0.01
Mn + 2OH -	-->	Mn(OH)2 +	2e-	-1.55	Hg + 2OH -	-->	HgO + H2O +	2e-	+0.10
Zn + 4OH -	-->	Zn(OH)4 2- +	2e-	-1.215	Pt + 2OH -	-->	Pt(OH)2 +	2e-	+0.15
Fe + 2OH -	-->	Fe(OH)2 +	2e-	-0.877	2 Ag + 2OH -	-->	Ag2O + H2O +	2e-	+0.34
H2 + 2OH -	-->	2H2O +	2e-	-0.82806	4OH -	-->	O2 + 2H2O +	4e-	+0.401
Cd + 2OH -	-->	Cd(OH)2 +	2e-	-0.809	Ni(OH)2 + 2OH -	-->	NiO2 + 2H2O +	2e-	+0.490
Ni + 2OH -	-->	Ni(OH)2 +	2e-	-0.72	3OH -	-->	HO2 - + H2O +	2e-	+0.878
2 Bi + 6OH -	-->	Bi2O3 + 3H2O +	6e-	-0.46					



Akkumulatoren (Sammler)

In ihnen wird elektrische Energie in Form von chemischer Energie gespeichert. Im Gegensatz zu den galvanischen Elementen, die sofort eine Spannung liefern, wird bei Akkumulatoren durch Polarisation während des Aufladens erst ein galvanisches Element geschaffen (Sekundärelement).

Bleiakkumulator

Er besteht aus zwei Bleiplatten, die in 28%ige Schwefelsäure als Elektrolyt tauchen. Dabei bildet sich an der oxidierten Oberfläche PbSO_4 (Bleisulfat). Der Ladestrom verwandelt das Bleisulfat der Anode zu PbO_2 (Bleidioxid) und das der Kathode zu Pb (Blei). Dabei bildet sich unter Aufnahme von Wasser Schwefelsäure. Während des Ladens steigt die Konzentration der Schwefelsäure und damit auch ihre Dichte. Während des Entladens verlaufen sämtliche Prozesse in umgekehrter Richtung. Die mittlere Spannung einer Zelle des Bleisammlers beträgt bei normaler Belastung etwa 2 V. Die Dichte der Schwefelsäure ist ein Maß für den Ladezustand des Akkumulators.

Nickel-Eisen-Akkumulator (NiFe-Akkumulator)

Seine Anode besteht aus Ni(OH)_2 (Nickelhydroxid), die Kathode aus Fe(OH)_2 (Eisenhydroxid). Als Elektrolyt dient 20 %ige Kalilauge. Die mittlere Spannung einer Zelle des Nickel-Eisen-Sammlers beträgt bei normaler Belastung etwa 1,2 V.

Stromleitung in Gasen

Ladungsträger können Ionen und auch Elektronen sein. Jede Stromleitung in Gasen wird als Entladung bezeichnet.

Unselbstständige Entladung

Die Ionen werden im Wesentlichen durch äußere Einflüsse (Röntgenstrahlung, heiße Flammengase, Strahlung radioaktiver Nuklide) im Gas erzeugt. Unter der Wirkung einer angelegten Spannung wandern sie, es fließt ein Strom. Bis zu einem gewissen Wert wächst er proportional mit der Spannung, erreicht dann aber einen gleichbleibenden Wert, man spricht vom Sättigungsstrom. Alle sich bildenden Ionen sind an der Leitung beteiligt. Anwendung u.a. bei Ionisationskammern zur Strahlungsmessung.

Selbstständige Entladung

Wird die Spannung noch weiter erhöht, so wächst auch die Stromstärke wieder, da durch Zusammenstoß infolge der hohen Energie der Ionen andere Moleküle ionisiert werden (Stoßionisation) und so die Zahl der Ladungsträger stark anwächst.

Solche Entladungen heißen selbstständig, weil sie keiner Ionisierung durch äußere Einflüsse bedürfen. Die hierfür erforderliche Spannung nimmt mit sinkendem Gasdruck ab.

Mit dem Anwachsen des Stromes und der Zahl der Ladungsträger sinkt der Widerstand. Gasentladungen müssen stets mit einem den Strom begrenzenden Vorwiderstand betrieben werden. Vielfach verwendet man dafür eine sogenannte Drossel, also einen induktiven Wechselstromwiderstand.

Glimmentladung

Bei stark verringertem Gasdruck ist die selbstständige Entladung mit Leuchterscheinung verbunden. Es entsteht eine kräftige Elektronenemission an der Kathode, hervorgerufen durch auftreffende positive Ionen. Rekombinierende Ionen erzeugen das negative Glimmlicht in der Nähe der Kathode.

Die positive Säule besteht aus gleich viel positiven und negativen Ladungsträgern. Fast die gesamte Spannung fällt bereits in der Nähe der Kathode ab.

Kathodenstrahlen

Kathodenstrahlen entstehen in stark evakuierten Röhren (Druck kleiner als 1 Pa), wenn an den Elektroden eine hohe Gleichspannung liegt. Kathodenstrahlen bestehen aus Elektronen hoher Geschwindigkeit.

Eigenschaften:

- sie breiten sich geradlinig aus,
- sie schwärzen fotografische Schichten,
- Glas, Leuchtfarben und bestimmte Mineralien werden von ihnen zum Leuchten gebracht,
- sie lassen sich durch magnetische und elektrische Felder ablenken.

Die Ablenkbarkeit wird in der Braunschen Röhre technisch genutzt. Die Elektronen, beschleunigt mit einer Hochspannung zwischen Kathode und seitlicher Anode, werden auf dem Weg zum Fluoreszenzschirm quer zur Bewegungsrichtung abgelenkt. Dies geschieht entweder mit einem elektrischen Feld beim Elektronenstrahloszillografen oder bei Fernsehbildröhren vertikal und horizontal mit Magnetfeldern.

Kanalstrahlen

Sie bestehen aus positiven Ionen und bewegen sich auf die Kathode zu. Ihre Geschwindigkeit beträgt 300 bis 3000 km/s.

Röntgenstrahlung

Sie entsteht, wenn Kathodenstrahlen auf einen Metallkörper treffen. Es sind elektromagnetische Wellen mit Wellenlängen im Bereich von 10^{-2} ... 10nm. Die kurzwelligeren Röntgenstrahlen werden als hart, die langwelligeren als weich bezeichnet.

Die Strahlung besteht aus zwei Komponenten. Die beim Abbremsen der Elektronen frei werdende Energie erzeugt die Bremsstrahlung.

Wärme (Wärmemenge)

Wenn sich die Temperatur eines Körpers ändert, wird eine bestimmte Wärmemenge oder Wärmeenergie zu- oder abgeführt. Die SI-Einheit der Wärmemenge ist Joule. Bis 1977 war die Einheit Kilokalorie (kcal) gebräuchlich (1 kcal = 4186,6 J).

unter der Bedingung keiner Aggregatzustandsänderung gilt $Q = c \cdot m \cdot \Delta\theta$

spezifische Wärmekapazität c , Masse m , Temperatur θ

bei Gasen ist zwischen c_p für $p = \text{konstant}$ und c_v für $V = \text{konstant}$ zu unterscheiden

Adiabatenkoeffizient

$$\kappa = c_p / c_v$$

Wärmekapazität eines Körpers

$$C_{th} = Q/\Delta\theta = c \cdot m$$

Die Wärmekapazität eines thermodynamischen Systems beschreibt den Zusammenhang zwischen der diesem System zugeführten (bzw. von ihm abgegebenen) Wärme und der dadurch erzielten Temperaturänderung.

Verbrennungswärme

$$Q = H \cdot m \text{ bzw. } Q = H' \cdot V_n$$

Heizwert H , H' in MJ/l, Volumen V_n im Normzustand

Spezifische Wärmekapazität

Unter der spezifischen Wärmekapazität versteht man das Verhältnis zwischen der zugeführten Wärmemenge und dem Produkt aus erwärmter Masse und erzielter Erwärmung. Sie wird in J/(kg K) angegeben.

Für feste und flüssige Körper ist die spezifische Wärmekapazität keine Konstante, sondern von der Temperatur abhängig.

Für Gase gibt es zwei Arten der spezifischen Wärmekapazität:

c_p ... wenn die Erwärmung bei konstantem Druck und Änderung des Volumens erfolgt

c_v ... wenn die Erwärmung bei konstantem Volumen und Änderung des Drucks erfolgt

Es gilt: $c_p - c_v = R$ und $\kappa = c_p/c_v$, wobei R die spezielle Gaskonstante ist und κ für die meisten Gase den Wert 1,4 hat.

Aceton	2.16	Bromwasserstoff	0.360 , 0.254	Ethen	1.549 , 1.249
Achat	0.80	Bronze, Rotguss	0.38	Ether	2.34
Aluminium	0.896	Butan	1.658 , -	Ethin	1.683 , 1.368
Aluminiumoxid	0.764	Butylen	1.507 , -	Ethylacetat	1.922
Ameisensäure	2.15	Cadmium	0.231	Ethylbromid	0.88
Ammoniak	2.160 , 1.655	Caesium	0.236	Fette	2
Anilin	2.05	Calcium	0.654	Flintglas	0.481
Anthrazit	0.96	Celluloid	1.5	Fluor	0.342 , -
Antimon	0.208	Cer	0.184	Fluorwasserstoff	1.415 , -
Argon	0.523 , 0.317	Chlor	0.745 , 0.552	Flussstahl	0.42
Arsen	0.335	Chlorbenzol	1.33	Gallium	0.372
Asbestfaser	0.80	Chlorethan	1.151 , 0.967	Generatorgas	1.05 , 0.75
Asbestplatten	0.84	Chlormethan	0.762 , 0.593	Germanium	0.322
Asphalt	0.92	Chloroform	0.959	Gips, gebrannt	0.8
Bakelit	1.59	Chlorwasserstoff	0.803 , 0.578	Glas	0.86
Barium	0.192	Chrom	0.440	Glaswolle	0.80
Basalt	0.84	Cobalt	0.422	Glimmer	0.88
Baumwolle, trocken	1.3	Deuterium	0.498 , -	Glycerin	2.39
Benzin	2.09	Diamant	0.502	Gold	0.129
Benzol	1.725	Diethylether	2.310	Granit	0.75
Beryllium	1.59	Dolomit	0.88	Graphit	0.71
Beton, lufttrocken	0.84	Duraluminium	0.92	Grauguss	0.54
Bienenwachs	2.5	Eichenholz	2.39	Hartgummi	1.5
Bismut	0.124	Eis (0°C)	2.09	Harz, Fichte	1.8
Blei	0.129	Eisen	0.452	Helium	5.23 , 3.21
Bleiglätte, natürlich	0.21	Elektronmetall	1.0	Heptan	2.202
Bor	1.043	Essigsäure	2.052	Hexan	2.253
Braunkohle, roh	2.5	Ethan	1.729 , 1.455	Holz	2.5
Brom	0.46	Ethanol	2.43	Holz, trocken	1.5
Bromethan	0.88	Ethansäureethylester	1.97	Holzkohle, fest	0.8
Bromoform	0.54	Ethansäuremethylester	2.14	Holzkohle, Pulver	1.0

Invar	0.46	Olivenöl	1.97	Silber	0.234
Iod	0.214	Osmium	0.130	Siliconöl	1.45
Iodwasserstoff	0.226 , 0.161	Ozon	0.795 , 0.568	Silikatstein	0.92
Iridium	0.130	Palladium	0.247	Silizium	0.703
Iso-Amylalkohol	2.24	Papier	1.5	Siliziumcarbid	0.678
Jenaer Glas 16 III	0.779	Pentan	2.22	Sinterkorund	0.75
Jenaer Glas 59 III	0.791	Pentanol	2.1	Speckstein	0.84
Kalium	0.750	Pertinax	1.5	Spiritus, 95%	2.43
Kaliumchlorid	0.682	Petroleum	2.14	Stahl, hochlegiert	0.48
Kaliumnitrat	0.942	Phosphor, weiß	0.75	Steinkohle	1.15
Kalkstein	0.88	Platin	0.133	Steinsalz	0.84
Kaolin	0.9	Platin-Iridium (10%)	0.13	Stickstoff	1.038 , 0.741
Kautschuk, roh	2	Platin-Rhodium (10%)	0.15	Stickstoff(I)-oxid	0.883 , 0.690
Kochsalzlösung	3.62	Plexiglas	1.7	Stickstoff(II)-oxid	0.996 , 0.717
Kohlendioxid	0.837 , 0.647	Polyamid	1.85	Tantal	0.138
Kohlenmonoxid	1.042 , 0.744	Polyethylen	2.5	Teer	3.22
Kolophonium	1.15	Polystyrol	1.3	Teflon	1.0
Konstantan	0.410	Porzellan	0.84	Terpentinöl	1.80
Kork	1.9	Propan	1.595 , 1.412	Tetrachlormethan	0.861
Kronglas	0.666	Propanol	2.34	Tetralin	1.67
Kupfer	0.383	Propylen	1.503 , -	Thallium	0.132
Leder, trocken	1.5	PVC	1.8	Thorium	0.118
Leinöl	1.88	Pyrexglas	0.775	Thoriumoxid	0.25
Lithium	3.42	Pyridin	1.72	Titan	0.520
Luft	1.005 , 0.717	Quarzglas	0.729	Toluol	1.687
Magnesium	1.017	Quecksilber	0.139	Ton, (10% feucht)	0.88
Mangan	0.476	Rhenium	0.137	Transformatoröl	1.88
Manganin	0.41	Rhodium	0.248	Trichlorethan	0.96
Marmor	0.80	Rohrzucker	1.15	Uran	0.115
Maschinenöl	1.67	Rosesches Metall	0.17	V2A-Stahl	0.50
Messing	0.385	Salpetersäure	1.72	Vanadium	0.490
Methan	2.219 , 1.696	Salzsäure, 20%	3.14	Wasser	4.182
Methanol	2.495	Sand, trocken	0.84	Wasser, schweres	4.212
Methansäure	2.18	Sandstein	0.71	Wasserstoff	14.32 , 10.17
Methylacetat	2.14	Sauerstoff	0.917 , 0.656	Wolfram	0.134
Molybdän	0.251	Schamotte	0.84	Wolle	1.5
Natrium	1.22	Schaumstoff	1.5	Woodsches Metall	0.15
Natriumcarbonat	1.043	Schiefer	0.75	Xenon	0.159 , 0.095
Natriumchlorid	0.867	Schlacke	0.84	Zechenkoks	0.8
Natriumnitrat	1.084	Schwefel, monoklin	0.73	Zement	0.75
Natriumsulfat	0.892	Schwefel, rhombisch	0.716	Ziegelstein, massiv	0.84
Neon	1.030 , 0.628	Schwefeldioxid	0.640 , 0.504	Zink	0.385
Neusilber	0.40	Schwefelkohlenstoff	0.996	Zinn	0.227
Nickel	0.448	Schwefelsäure	1.38	Zirkonium	0.275
Nitrobenzol	1.47	Schwefelwasserstoff	1.047 , 0.799		
Oktan	2.186	Selen	0.32		

Thermische Leistung

Wirkungsgrad einer Wärmequelle

Thermischer Wirkungsgrad für Carnot-Prozess

$$P_{th} = Q_{ab}/t$$

$$\eta = Q_{ab}/Q_{zu}$$

$$\eta = (Q_{zu} + Q_{ab}) / Q_{zu} = 1 - T_{ab}/T_{zu}$$

Leistungszahl einer Kältemaschine

$$\varepsilon_k = Q / W$$

dem Kühlraum entzogene Wärme Q, Arbeit W des Kompressors

$$\varepsilon_k = 1/\eta \text{ (Carnot-Prozess)}$$

Gesetz von Avogadro

Gleiche Volumina gasförmiger Körper enthalten bei gleichem Druck und gleicher Temperatur die gleiche Anzahl Teilchen.

Ideales Gas

In allen Druck- und Temperaturbereichen ist der Quotient pV/T konstant. d.h.

1. Die Teilchen (Atome bzw. Moleküle) sind Massenpunkte, d.h., dass ihr Volumen vernachlässigt werden kann.

2. Die Teilchen bewegen sich völlig unregelmäßig und unabhängig voneinander in dem ihnen zur Verfügung stehenden Raum.

3. Bei Zusammenstößen verhalten sich die Teilchen wie elastische Kugeln.

4. Zwischen den Teilchen wirken, außer beim Zusammenstoß, keine Kräfte.

Bei einer Temperatur von 0 K ist das Volumen eines idealen Gases Null. Reale Gase haben einen Kondensationspunkt, an dem ihr Verhalten von einem idealen Gas abweicht. Bei hinreichend großer Temperatur und geringem Druck verhalten sich reale Gase nahezu wie ideale.

1. Hauptsatz der Thermodynamik

Mechanische Arbeit und Wärmeenergie sind zwei verschiedene, ineinander umwandelbare Erscheinungsformen der gleichen physikalischen Größe, nämlich der Energie.

$$\Delta U = Q + W$$

Innere Energie

$$U = N \cdot E_k$$

$$U = c_v \cdot m \cdot T \text{ (ideales Gas)}$$

Anzahl N der Teilchen, E_k mittlere kinetische Energie der Teilchen, spezifische Wärmekapazität des Gases c_v bei konstantem Volumen

In einem geschlossenen System ist die Summe aller Energieformen stets konstant. Energie kann weder verloren gehen, noch aus dem Nichts entstehen.

Grundgleichung der Wärmelehre ($p=\text{konst}$)

Volumenarbeit

$$Q = c_p \cdot m \cdot \Delta T$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV$$

$$W = p \cdot \Delta V \text{ (} p=\text{konstant)}$$

$$H = U + p \cdot V$$

$$H = c_p \cdot m \cdot T \text{ (ideales Gas)}$$

Enthalpie (Wärmeinhalt)

Die Enthalpie ist eine thermodynamische Zustandsgröße zur Beschreibung des Wärmeinhaltes (Energieinhaltes) eines thermodynamischen Systems. Im Gegensatz zur inneren Energie wird hier konstanter Druck vorausgesetzt. Die Enthalpie ist wie auch die innere Energie nicht direkt messbar. Messtechnisch erfassbar sind Enthalpieänderungen bei Zustandsänderungen wie Schmelzen, Verdampfen, Kondensieren, Sublimieren (Umwandlungswärme) oder chemischen Reaktionen (Reaktionswärme).

Hauptsatz der Wärmelehre, Anwendung

Aufgabe

1,0 m³ Luft von 300 K soll bei konstantem Druck von 100 kPa auf 1000 K erwärmt werden. Berechnen Sie

- das Endvolumen;
- die verrichtete Ausdehnungsarbeit;
- die zuzuführende Wärmemenge! ($\kappa = 1,4$)

Lösung: Es handelt sich um eine isobare Zustandsänderung. Daher folgt

a) $V_2 = V_1 T_2 \rightarrow T_1 = 3,33 \text{ m}^3$

b) $W = p (V_1 - V_2) = -233 \text{ kJ}$ (vom Gas abgegebene Arbeit)

c) $\Delta Q = n C_{mp} \Delta T$

Wird die aus $pV_1 = nRT_1$ ermittelte Stoffmenge $n = pV_1/RT_1$ eingesetzt, so erhält man mit $R = C_{mp} - C_{mv}$ und $\kappa = C_{mp}/C_{mv}$:

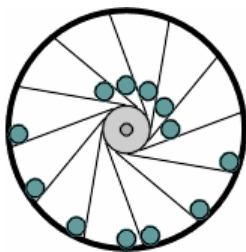
$$\Delta Q = \kappa/(\kappa - 1) pV_1/T_1 (T_2 - T_1) = 817 \text{ kJ}$$

Reversible, irreversible Vorgänge

Bei allen Mischungsversuchen gibt der wärmere Körper stets Energie an den kälteren ab, bis ein Temperatúrausgleich stattfindet. Einen solchen Vorgang, der immer nur in eine Richtung abläuft, nennt man irreversibel (nicht umkehrbar)

Nach dem 1. Hauptsatz wäre auch der Fall denkbar, dass, nachdem sich die Mischungstemperatur eingestellt hat, der zuvor kältere Körper wieder kälter und der zuvor wärmere wieder wärmer würde, bis wieder der ursprüngliche Zustand herrscht. Ein solcher Vorgang heißt reversibel (umkehrbar).

In der Natur kommen nur irreversible Vorgänge vor. Der theoretisch mögliche, umkehrbare Fall tritt in der Natur nicht auf. Die Ursache erklärt der Begriff der Entropie.



Perpetuum mobile

lateinisch: das sich ewig Bewegende. Ein Perpetuum mobile ist ein System, das, einmal in Bewegung gesetzt, ohne weitere Energiezufuhr auf Dauer in Bewegung bleibt und so unendlich viel Arbeit verrichten kann.

Ein solches System steht nicht im Widerspruch zu den Grundgesetzen der Physik. Alle Systeme bleiben stehen, wenn sie sich selbst überlassen sind, da verschiedene Energieverluste nach außen auftreten.

Johann Jacob Leupold (1674-1727) untersuchte ein Wunderwerk in seiner Maschinenkunde Theatrum Machinarum und kam zu dem Schluss: "Man kann mit einem Pfund nur ein Pfund im Gleichgewicht halten, jedoch niemals bewegen".

Abbildung: Leupolds "Arbeitsmodell" zum Widerlegen der Idee des arabischen Perpetuum Mobile

Die Französische Akademie der Wissenschaften veröffentlichte 1775 in ihren Annalen einen Text, der mit dem Satz beginnt: "La construction d'un mouvement perpetuel est absolument impossible".

Endgültig erledigt war die Theorie des Perpetuum mobile als Hermann Helmholtz 1848 eine Arbeit veröffentlichte, in der er das als Energieerhaltungssatz bekannte Prinzip formulierte.

Entropie

Die Entropie gibt die Wahrscheinlichkeit eines Zustandes an. Die Größe wurde von Boltzmann eingeführt.

$$\Delta S = Q_{\text{rev}}/T = k \cdot \ln W$$

reversibel aufgenommene Wärme Q_{rev} , Boltzmann-Konstante k , thermodynamische Wahrscheinlichkeit W
Den Zusammenhang zwischen der Entropie und den Naturvorgängen stellte der zweite Hauptsatz her.

2. Hauptsatz der Thermodynamik

In einem geschlossenen System laufen alle natürlichen Vorgänge so ab, dass die Entropie zunimmt.

$$\Delta S \geq 0$$

für reversible Prozesse gilt $\Delta S = 0$

für irreversible Prozesse gilt $\Delta S > 0$

Der 2. Hauptsatz erklärt, weshalb in der Natur nur irreversible Vorgänge ablaufen. Jeder natürliche Vorgang führt von einem Zustand geringerer Wahrscheinlichkeit zu einem Zustand höherer Wahrscheinlichkeit (Prinzip von der Vermehrung der Entropie).

Aggregatzustand

Unter Aggregatzuständen eines Stoffes versteht man seine Erscheinungsform bei Zimmertemperatur: fest, flüssig und gasförmig.

Aggregatzustand Stoffeigenschaften Teilcheneigenschaften

fest schwer teilbar, schwer verformbar sehr kleiner Abstand, große Anziehung

flüssig leicht teilbar, leicht verformbar kleiner Abstand, geringe Anziehung

gasförmig verteilt sich im ganzen Raum großer Abstand, fast keine Anziehung

Plasma ionisiertes Gas

Die kleinsten Teilchen haben eine Eigenbewegung. Sie ist im festen Zustand gering. Dort können sie nur schwingen. Im gasförmigen Zustand ist sie am größten, dort können sie sich fast frei im Raum bewegen. Der fünfte Aggregatzustand, das Bose-Einstein-Kondensat, wurde 1995, 70 Jahre nach der Vorhersage, nachgewiesen. Bei Temperaturen weniger als 1 Millionstel K über dem absoluten Nullpunkt schließen sich die Atome auf spezielle Weise zusammen.

Aggregatzustandsänderung

1. Die Temperatur an dem ein flüssiger Stoff fest wird, wird Festpunkt (F_p) oder Partypunkt genannt.

2. Die Temperatur (Siedetemperatur) an dem ein flüssiger Stoff gasförmig wird, wird Kochpunkt (K_p) oder Siedepunkt genannt.

Siedetemperatur von Stoffen

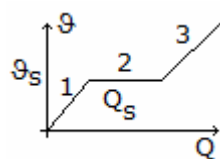
3. Die Temperatur an dem ein fester Stoff gasförmig wird, wird Sublimationspunkt (S_p) genannt.

4. Die Temperatur (Schmelztemperatur) an dem ein fester Stoff flüssig wird, wird Schmelzpunkt genannt.

Schmelztemperatur von Stoffen

5. Die Temperatur an dem ein gasförmiger Stoff flüssig wird, wird Kondensationspunkt genannt.

6. Wird ein Stoff gasförmig ohne zu verdampfen, nennt man dies verdunsten.



Aggregatzustandsänderung

Schmelzwärme $Q_s = q_s m$; q_s spezifische Schmelzwärme, m Masse

Phase 1 ... fester Zustand

Phase 2 ... Übergang fest-flüssig

Phase 3 ... flüssiger Zustand

Verdampfungswärme, Kondensationswärme, Siedewärme

$$Q_v = q_v m; q_v \text{ spezifische Verdampfungswärme}$$

Druckabhängigkeit der Siedetemperatur

$$\Delta T = \psi (p - 101,325 \text{ kPa}); \text{ Druckkoeffizient der Siedetemperatur } \psi$$

Relative (Luft-)Feuchte

$$\phi = \rho_w / \rho_{w,\text{max}} \cdot 100 \%$$

absolute Feuchte ρ_w , maximale absolute Feuchte $\rho_{w,\text{max}}$

Richmannsche Mischungsregel

(keine Aggregatzustandsänderung!)

$$\theta_M = (c_1 m_1 \theta_1 + c_2 m_2 \theta_2) / (c_1 m_1 + c_2 m_2)$$

Ein wärmerer Körper gibt an einen kälteren Körper so lange Wärme ab, bis ein Temperatenausgleich stattfindet.

Dichteänderung bei Temperaturänderung

$$\rho = \rho_0 / (1 + \gamma \cdot \Delta t)$$

Material Schmelzwärme in kJ/kg
Aceton 98

Aluminium 397
Aluminiumoxid 1108

Ameisensäure 276
Ammoniak 339

Anilin	113	Hexan	152	Propen	69.9
Antimon	167	Indium	28.5	Pyridin	105
Barium	56	Iod	124	Quecksilber	11.8
Benzol	128	Iridium	117	Rhenium	178
Beryllium	1390	Kalium	59.6	Rhodium	218
Bismut	52.2	Kaliumchlorid	342	Rohrzucker	56
Blei	23.0	Kaliumnitrat	107	Rubidium	25.7
Brom	67.8	Kohlendioxid	184	Ruthenium	193
Butan	29.3	Kohlenmonoxid	30.1	Salpetersäure	166.7
Butylalkohol	125	Krypton	19.7	Sauerstoff	13.8
Cadmium	56	Kupfer	205	Schwefel,monoklin	42
Caesium	16.4	Lanthan	81.3	Schwefel,rhombisch	42
Calcium	216	Lithium	603	Schwefeldioxid	116.8
Chlor	90.4	Magnesium	368	Schwefelkohlenstoff	57.8
Chlorethan	69.1	Magnesiumoxid	1017	Schwefelsäure	109
Chloroform	75	Mangan	266	Schwefelwasserstoff	69.5
Chlorwasserstoff	56.1	Messing	167.47	Selen	68.6
Chrom	280	Methan	58.6	Silber	105
Cobalt	263	Methanol	92	Silizium	164
Diamant	16747.2	Molybdän	290	Stahl	270
Eis (0°C)	332.85	Naphtalen	148	Stickstoff	25.8
Eisen	277	Natrium	113	Stickstoff(I)-oxid	148.6
Essigsäure	192	Natriumchlorid	500	Stickstoff(II)-oxid	77.0
Ethan	92.9	Neon	16.7	Tetrachlormethan	16.3
Ethanol	108	Nickel	303	Titan	324
Ethen	104.7	Nitrobenzol	94.2	Toluol	72.0
Ether	101	Oktan	181	Vanadium	344
Ethin	96.3	Ozon	43.8	Wasser	334
Fluor	37.7	Palladium	157	Wasser,schweres	318
Fluorwasserstoff	196.3	Paraffin	146.54	Wasserstoff	58.6
Gallium	80.8	Pentan	116	Wolfram	192
Germanium	410	Phenol	122	Xenon	17.6
Glycerin	201	Phosphor,weiß	21.0	Xylol	109
Gold	65.7	Platin	111	Zink	111
Gusseisen	96.30	Propan	80.0	Zinn	59.6
Heptan 1	41	Propanol-1	86.5	Zirkonium	219
Stoff	Siedewärme in kJ/kg	Ethylchlorid	382	Oktan	299
Aceton	525	Fluor	172	Ozon	316
Aluminium	10900	Fluorwasserstoff	332.5	Pentan	360
Aluminiumoxid	4730	Frigen 11 CCl3F	182	Petroleum	314
Ameisensäure	432	Frigen 12 CCl2F2	162	Phenol	510
Ammoniak	1370	Frigen 21 CHCl2F	242	Phosgen	246
Amylalkohol	502	Frigen 22 CHClF2	234	Phosphor (weiß)	1674.72
Anilin	485	Gallium	3640	Phosphor	400
Antimon	1050	Germanium	4600	Phosphorwasserstoff	430
Argon	163	Glycerin	825	Platin	2290
Barium	1100	Gold	1650	Propan	426
Benzol	394	Helium	20.6	Propanol-1	750
Beryllium	32600	Heptan	318	Propen	438
Bismut	725	Hexan	332	Pyridin	427
Blei	8600	Indium	1970	Quecksilber	285
Bor	50000	Iod	172	Rubidium	880
Brom	183	Iodwasserstoff	154	Salpetersäure	622
Bromwasserstoff	218	Iridium	3900	Sauerstoff	213
Butan	385	Kalium	1980	Schwefel	290
Butanol	616	Kaliumchlorid	2160	Schwefeldioxid	389
Cadmium	890	Kohlendioxid	574	Schwefelkohlenstoff	352
Caesium	496	Kohlenmonoxid	216	Schwefelsäure	512
Calcium	3750	Krypton	108	Schwefelwasserstoff	548
Chlor	290	Kupfer	4790	Schweflige Säure	402
Chloroform	279	Lanthan	2880	Selen	1200
Chlorwasserstoff	443	Lithium	20500	Silber	2357.17
Chrom	6712	Magnesium	5420	Silizium	12560.4
Cobalt	4800	Mangan	4190	Stickstoff	201
Deuterium	304	Methan	510	Stickstoff(I)-oxid	376
Diethylether	384	Methanol	1100	Stickstoff(II)-oxid	461
Dimethylether	467	Methylacetat	406	Terpentinöl	293 ... 310
Eisen	6339	Methylchlorid	428	Tetrachlormethan	195
Essigsäure	406	Molybdän	5610	Titan	8980
Ethan	489	Naphtalen	314	Toluen	356
Ethanol	840	Natrium	3900	Toluol	348
Ethen	483	Natriumchlorid	2900	Vanadium	8990
Ether	360 ... 377	Neon	105	Wasser	2257
Ethin	687	Nickel	6480	Wasser,schweres	2072
Ethylacetat	366	Nitrobenzen	397	Wasserstoff	461

Wolfram	4350	Xylen	343	Zinn	2450
Xenon	96	Zink	1755		

Thermisches Verhalten fester, flüssiger und gasförmiger Körper

Bei Erwärmung nimmt die Amplitude der schwingenden Moleküle zu, sie füllen dann einen größeren Raum aus. Deshalb dehnen sich feste Körper bei Erwärmung nach allen Richtungen aus. Bei länglichen Körpern (z.B. Stäben) ist vor allem die Längenausdehnung von Bedeutung.

Längenänderung fester Körper $\Delta l = \alpha l_0 \Delta \theta$

Längenausdehnungskoeffizient α , Ausgangslänge l_0 , Temperatur θ

Aluminium	23.8	Hartmetall	6	Polystyrol	60 ... 80
Aluminiumbronze	15	Hartpapier	10	Porzellan	3 ... 4
Aluminiumoxid	8.5	Harz	212	PVC	150 ... 200
Antimon	10.9	Holz	8	Pyrexglas	3.2
Asphalt	200	Indium	56	Quarz	1
Azetylzelluloid	111	Invarstahl	1.5 ... 2	Quarzglas	0.45
Bakelit	30	Iod	83	Quecksilber	61
Bergkristall, parallel zur Achse		Iridium	6.6	Rhodium	8.3
	9.6	Jenaer Glas 16 III	8.07	Rohrzucker	83
Bergkristall, senkrecht zur Achse		Jenaer Glas 59 III	5.9	Rubidium	90
	16	Kalium	84	Ruthenium	7
Bernstein	54	Kaliumchlorid	33	Sandstein	7 ... 12
Beryllium	12.3	Kaliumnitrat	78	Schamotte	5
Beton	12	Kalk, gebrannt	20	Schwefel, rhombisch	90
Bismut	13.5	Kolophonium	85	Schweißeisen	13
Blei	29	Konstantan	15	Selen	66
Bronze	17.5	Kronglas	9.5	Silber	19.7
Cadmium	41	Kunsthorn	60 ... 80	Siliciumcarbid	6.6
Caesium	97	Kupfer	16.8	Silizium	2
Calcium	22	Lithium	58	Sinterkorund	6
Celluloid	101	Magnesium	26	Speckstein	9 ... 10
Chrom	6.6	Mangan	23	Stahl	12
Chromstahl	10.0	Manganin	18	Stahlguss	14
Cobalt	13	Marmor	11	Steinsalz	40
Diamant	1.3	Mauerwerk	5	Suprainvar	0.3
Duraluminium	23	Messing	18	Suprax	3.2
Duroplaste	40 ... 50	Molybdän	5.2	Supremax 56	3.7
Eichenholz	8	Naphtalen	94	Tantal	6.5
Eis (0°C)	0.502	Natrium	71	Teflon	60 ... 100
Eisen	12.1	Natriumchlorid	40	Tellur	17
Elektron	24	Neusilber	18	Thallium	29
Fensterglas	10	Nickel	12.8	Thorium	11
Fette	100	Nickelstahl	12	Titan	9
Flintglas	7.9	Osmium	7	V2A-Stahl	16
Flussstahl	11	Palladium	11	Vulkanfiber	25
Gallium	13	Pertinax	10 ... 30	Weicheisen	12
Germanium	6	Phenol	290	Wolfram	4.3
Gips	18	Phenolharz	80	Zelluloid	101
Glas	9	Phosphor, weiß	124	Ziegel	5
Glimmer	9	Platin	9.0	Zink	36
Gold	14.3	Platin-Iridium (10%)	8.9	Zinkbronze	180
Granit	3 ... 8	Platin-Rhodium (10%)	9	Zinn	27
Graphit	7.9	Plexiglas	70 ... 100	Zirkonium	14
Gusseisen	11.8	Polyamid	100 ... 140	Zirkoniumoxid	11
Hartgummi	75 ... 100	Polyethylen	200		

Flächenänderung $\Delta A = 2 \alpha A_0 \Delta \theta$

Längenausdehnungskoeffizient α , Ausgangsfläche A_0 , Temperatur θ

Newtons Abkühlungsgesetz

Die Abkühlungsrate eines Körpers ist proportional zur Temperaturdifferenz seiner Temperatur und der Umgebungstemperatur.

Ist ΔT die Temperaturdifferenz, so wird für die Wärmeenergieänderung

$$\Delta Q = m c \Delta T$$

wobei m die Masse des Körpers und c seine spezifische Wärmekapazität sind.

$$dT/dt = -K (T - T_s)$$

wobei dT/dt die Ableitung der Temperatur nach der Zeit, T_s die Umgebungstemperatur und K eine experimentelle Konstante sind.

Volumenänderung flüssiger und gasförmiger Körper

In Flüssigkeiten erfolgt die Ausdehnung von Körpern bei Temperaturerhöhung nach allen Seiten. Dies gilt auch für Flüssigkeiten in Gefäßen, Rohren, ...

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta \theta$$

$$\gamma = 3 \cdot \alpha \text{ (für feste Körper)}$$

Volumenausdehnungskoeffizient γ in $10^{-5}/K$

Trichlormethan	128	Propantriol	50	Propanon	149	Aceton	149
Ameisensäure	102	Anilin	84	Benzin	106	Benzol	124
Brom	113	Chlorbenzol	98	Chloroform	128	Cyanwasserstoff	193
Diethylether	162	Dioxan	109	Ethansäure	107	Ethanol	110
Ethylacetat	138	Ethylbenzoat	88	Glycerin	50	Glykol	64
Heptan	124	Hexan	135	Methanol	120	Methylenchlorid	137
Nitrobenzen	83	Oktan	114	Olivenöl	72	Pentan	160
Pentanol	90	Petroleum	96	Pyridin	112	Quecksilber	18,1
Salpetersäure	124	Schwefelkohlenst.	118	Schwefelsäure	57	Siliconöl	90 ... 160
Terpentinöl	97	Tetrachlormethan	123	Tetralin	78	Toluol	111
Wasser	20,7	Xylol	98				
Ammoniak	377	Argon	368	Chlorwasserstoff	372	Ethan	375
Ethin	373	Helium	366	Kohlendioxid	373	Kohlenmonoxid	367
Krypton	369	Luft	367	Methan	368	Neon	366
Sauerstoff	367	Schwefeldioxid	385	Stickstoff	367	Stickstoffmonoxid	368
Wasserdampf	394	Wasserstoff	366	Xenon	372		
Ether	162	Paraffin	76	Essigsäure	107	Leinöl	72
Maschinenöl	76	Salzsäure, 20%	30	Bromethan	142	Chlorethan	117
Brombenzol	92	Iodbenzol	83	Methansäure	102	Bromoform	91
Trichlorethan	119						

Wärmeleitfähigkeit

Die Wärmeleitfähigkeit, auch Wärmeleitfähigkeit λ eines fest, flüssigen oder gasförmigen Körpers ist sein Vermögen, thermische Energie über Wärmeleitung zu transportieren.

Die spezifische Wärmeleitfähigkeit λ in $W/(K \cdot m)$ ist eine temperaturabhängige Materialkonstante.

Wärmeleitfähigkeit in $W/(m \cdot K)$

Chrom	93,7	Kalium	102,4	Silizium	148	Beryllium	200
Kalzium	201	Diamant	990-2320	Aluminium	220	Anthrazit	0,25
Argon	0,0173	Baumwolle	0,06	Benzin	0,12	Benzol	0,148
Beton	1,0	Blei	34,8	Bronze	50	Chromnickel	11,6
Eis (0°C)	2,2	Eisen	74	Erdreich	1	Bleiglas	0,90
Kronglas	1,07	Quarzglas	1,36	Gold	312	Granit	2,1 ... 2,9
Graphit	169	Gummi	0,15	Hartpapier	0,26	Helium	0,15
Holz,trocken	0,1 ... 0,2	Kalkstein	2,2	Kohlendioxid	0,016	Kohlenmonoxid	0,025
Kupfer	384	Luft	0,026	Magnesium	171	Messing	111
Methan	0,033	Natrium	126	Nickel	91	Plexiglas	0,19
Platin	70	Polyethylen	0,40	Porzellan	1,0	Quecksilber	8,2
Sand	0,35	Sauerstoff	0,026	Schaumstoff	0,04	Silber	407
Stahl	45	Steinkohle	0,25	Stickstoff	0,026	Titan	22
Wachs	0,1	Wasser	0,598	Wasserstoff	0,184	Watte	0,035
Wolle	0,04	Ziegelstein	0,6	Kork	0,04	Schnee	0,4

Gesetz von Gay-Lussac

Volumenänderung realer Gase: Unter der Bedingung $p = \text{konstant}$ gilt:

$$\Delta V = \gamma V_0 \Delta \theta$$

$$V = V_0 (1 + \gamma \Delta \theta)$$

Bei konstantem Druck verhalten sich die Volumina eines Gases zueinander wie die absoluten Temperaturen.

Gesetz von Amontons

Druckänderung realer Gase: Unter der Bedingung $V = \text{konstant}$ gilt:

$$\Delta p = \beta p_0 \Delta \theta$$

$$p = p_0 (1 + \beta \Delta \theta)$$

Spannungskoeffizient β

Bei konstantem Volumen verhalten sich die Drücke eines Gases zueinander wie die absoluten Temperaturen.

Van der Waalsche-Zustandsgleichung

$$(p + (a \cdot n^2)/V^2) \cdot (V - b \cdot n) = n \cdot R \cdot T$$

Van der Waalsche Konstanten a, b , universelle Gaskonstante R , Stoffmenge n

Thermisches Verhalten eines idealen Gases

Normzustand des idealen Gases

$$\theta_n = 0^\circ C$$

$$T_n = 273,15 K$$

$$p_n = 1,01325 \cdot 10^5 Pa$$

$$V_n = 2,2414 \cdot 10^{-2} m^3/mol$$

$$\gamma = \beta = 1/273,15 1/K$$

Volumenausdehnungskoeffizient γ , Spannungskoeffizient β

Thermische Zustandsgleichung (ideales Gas)

Unter der Bedingung $m = \text{konstant}$ gilt:

$$p \cdot V / T = \text{konstant}$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

universelle Gaskonstante R , Stoffmenge n

universelle Gaskonstante $R = c_p - c_v$

Gesetz von Boyle-Mariotte

Isotherme Zustandsänderung $p \cdot V = \text{konstant}$

$$V_2 = p_1/p_2 V_1$$

$$p_2 = V_1/V_2 p_1$$

Gesetz von Gay-Lussac

Isobare Zustandsänderung $V/T = \text{konstant}$

$$V_2 = T_2/T_1 V_1$$

$$T_2 = V_2/V_1 T_1$$

Gesetz von Amontons

Isochore Zustandsänderung $p/T = \text{konstant}$

$$p_2 = T_2/T_1 p_1$$

$$T_2 = p_2/p_1 T_1$$

Gesetz von Poisson, Adiabatische Zustandsänderung

$p \cdot V^\kappa = \text{konstant}$

$$T_1/T_2 = (V_2/V_1)^{\kappa-1}$$

$$T_1 = (V_2/V_1)^{\kappa-1} T_2$$

$$V_2 = V_1^{\kappa-1} \sqrt{\kappa} (T_1/T_2)$$

$$T_1/T_2 = (p_1/p_2)^{(\kappa-1)/\kappa}$$

$$T_1 = (p_1/p_2)^{(\kappa-1)/\kappa} T_2$$

$$p_1 = p_2^{(\kappa-1)/\kappa} \sqrt{\kappa} (T_1/T_2)$$

Adiabatexponent κ , für einatomiges Gas 1,67, für zweiatomiges Gas 1,41

Wärmewerte von Gasen

Tabellenwerte

spezifische Wärmekapazität c_p in $J/(g \cdot K)$, $\gamma = c_p/c_v$ bei $20^\circ C$, Schmelzpunkt in $^\circ C$, Siedepunkt in $^\circ C$, Verdampfungswärme in J/g , Kritische Temperatur in $^\circ C$, kritischer Druck in bar

Ammoniak	2,160 ; 1,31 ; -77,7 ; -33,4 ; 327 ; 132,4 ; 116,5
Chlor	0,486 ; 1,35 ; -100,5 ; -34,6 ; 68,7 ; 144,0 ; 79,5
Chlorwasserstoff	0,804 ; 1,39 ; -112 ; -85 ; 107 ; 51,4 ; 85,3
Helium	5,275 ; 1,66 ; -272 ; -269 ; 6 ; -268 ; 2,2
Kohlendioxid	0,837 ; 1,29 ; -78,5 ; -56,6 ; 136,8 ; 31,0 ; 76,3
Kohlenmonoxid	1,043 ; 1,40 ; -205 ; -191,5 ; 51,6 ; -140 ; 36,1
Luft (CO ₂ frei)	1,009 ; 1,40 ; - ; -190 ; 50 ; -141 ; 38,5
Neon	- ; 1,64 ; -248,7 ; -246,1 ; 20,5 ; -228,7 ; 28,2
Ozon	0,795 ; 1,40 ; -251 ; -112 ; 60 ; -12 ; 57,1
Sauerstoff	0,917 ; 1,40 ; -218,8 ; -183 ; 51 ; -118,4 ; 52,5
Schwefeldioxid	0,636 ; 1,28 ; -75 ; -10 ; 93 ; 157 ; 76,0
Stickstoff	1,038 ; 1,40 ; -210 ; -195,8 ; 47,6 ; -147 ; 35,1
Wasserstoff	14,319 ; 1,41 ; -259,2 ; -252,8 ; 111 ; -239,9 ; 13,4

Kinetische Wärmetheorie

Voraussetzung: ideales Gas unter Normalbedingungen

Anzahl der Gasteilchen $N = N_A \cdot n$

Avogadro-Konstante N_A , Stoffmenge n

Molares Volumen $V_m = V/n$

Molare Masse $M = m/n$

Masse eines Teilchens $m_T = m/N = M/N_A$

Mittlere Geschwindigkeit der Teilchen $v_m = \sqrt{3 \cdot R_i \cdot T}$; R_i individuelle Gaskonstante

Wahrscheinlichste Geschwindigkeit der Teilchen $v_w = \sqrt{\pi} \cdot v_m/2$

Mittlere kinetische Energie der Teilchen $E_k = 3/2 k T$

Boltzmann-Konstante k

Grundgleichung der kinetischen Gastheorie

$$p V = N/3 m_T v_m^2 = N k T$$

$$p V = 2/3 N E_k$$

Innere Energie

$$U = N E_k = f/2 n R T$$

Freiheitsgrade f (=3 für einatomiges, =5 für zweiatomiges Gas)

Carnotscher Kreisprozess

Thermodynamischer Kreisprozess. Bestehend aus:

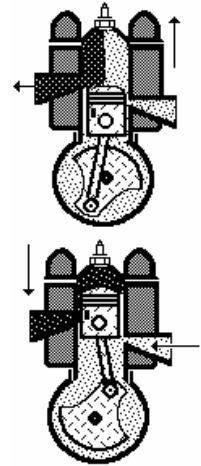
1. adiabatische Kompression von Temperatur T_2 zu T_1
2. isotherme Expansion mit Temperatur T_1
3. adiabatische Expansion zu $T_2 < T_1$
4. isotherme Kompression mit Temperatur T_2

Ottomotor

Der Verbrennungsmotor wurde 1874 von Niklaus Otto erfunden. Es ist ein 4-Takt-Motor, der aus 4 Zylindern besteht.

Die Takte arbeiten immer um eins versetzt; sie treiben die Kurbelwelle an, die wiederum das Schwungrad antreibt. Da es 4 Zylinder und 4 Takte gibt, treibt ein Zylinder immer die Kurbelwelle an.

Wirkungsweise: Im Vergaser wird aus Benzin und Luft ein Benzin-Luft-Gemisch hergestellt



1. Takt: Ansaugen

Kolben geht abwärts, deshalb entsteht im Zylinder Unterdruck und es wird Benzin-Luft-Gemisch angesaugt; das Einlassventil ist dabei offen, das Auslassventil geschlossen

2. Takt: Verdichten

beide Ventile sind geschlossen; der Kolben wird hochgedrückt, dadurch wird das Benzin-Luft-Gemisch auf 1/8 seines Volumens verkleinert und die Temperatur steigt auf 400° C

3. Takt: Entzünden

Gasgemisch wird mit der Zündkerze entzündet, die Temperatur steigt und das Volumen vergrößert sich; der Kolben wird dadurch bewegt (nach unten); das ist der einzige Takt, in dem mechanische Arbeit geleistet wird

4. Takt: Ausstoßen

Gas wird über Auslassventil ausgestoßen

Anwendung Hauptsätze der Thermodynamik

Aufgabe:

Im Dieselmotor wird die hohe Zündtemperatur im Zylinder durch adiabatische Kompression der angesaugten Luft erreicht. Welche Temperatur entsteht, wenn Luft von 25°C (298 K) und einem Anfangsdruck von 100 kPa (Atmosphärendruck) auf 3800 kPa verdichtet wird? ($\kappa = 1,4$)

Lösung:

Nach $T V^{\kappa-1} = \text{const}$ und $T^{(1-\kappa)/\kappa} = \text{const}$ wird $T_1 p_1^{(1-\kappa)/\kappa} = T_2 p_2^{(1-\kappa)/\kappa}$
 $T_2 = T_1 (p_1/p_2)^{(1-\kappa)/\kappa}$ $T_2 = T_1 (p_1/p_2)^{(1-\kappa)/\kappa} = T_1 (p_2/p_1)^{(\kappa-1)/\kappa} = 298 \text{ K } 38^{0,286}$
 $= 298 \text{ K} \cdot 2,83 = 843,34 \text{ K}$, d.h. $T_2 = 570,2^\circ\text{C}$

Aufgabe:

3 m³ Luft von 100 kPa sollen isotherm auf 500 kPa komprimiert werden. Gesucht sind das Volumen nach der Verdichtung; die erforderliche Kompressionsarbeit; und die abzuführende Wärmemenge.

Lösung:

Nach dem Boyle-Mariotte'schen Gesetz ist $p_2 V_2 = p_1 V_1$ und damit $V_2 = 0,6 \text{ m}^3$.

Mit $p_1 V_1 = p_2 V_2 = n R T$ wird $W = p_1 V_1 \ln(p_2/p_1) = 483 \text{ kJ}$.

Nach dem 1. Hauptsatz ist wegen $dT = 0$ die abzuführende Wärmemenge $dQ = p dV = -dW$, also betragmäßig gleich der am Gas verrichteten Arbeit von 483 kJ.



Physikalische Denkaufgaben

Quelle: Jörg Maschtaler

Affe oder Banane? (nach Lewis Carroll)

An einem Seil, das über eine Rolle läuft, ist an dem einen Ende eine Bananenstaude festgemacht.

Das andere Seilende wird von einem Affen mit seinem gesamten Körpergewicht im Gleichgewicht gehalten. Was passiert, wenn der Affe auf die Idee kommt, an dem Seil hinaufzuklettern? Der physikalischen Korrektheit halber sei angenommen, dass sowohl das Seil als auch das Rad reibungsfrei laufen und gewichtsmäßig

vernachlässigbar sind.

Lösung:

Da beide gleich schwer sind (Affe und Bananenstaude), die Reibung vernachlässigt werden kann und die Kräfte des aufsteigenden Affen sich auf beide Massen gleichmäßig auswirken, gewinnen beide auch gleichmäßig an Höhe.

Gurtmuffel

Unter den Gurtmuffeln gibt es 2 Typen:

Den "Vergesslichen"; ihm hat die Einführung eines Bußgeldes eine zusätzliche Gedächtnisstütze an die Hand gegeben; und den "Überzeugungstäter". Er tritt verstärkt im Stadtverkehr auf, wo er glaubt, den Aufprall bei geringen Geschwindigkeiten problemlos mit Hilfe seiner Muskeln abfangen zu können.

Welche Chancen räumen Sie ihm ein, bei Tempo 30 die Kollision mit einem Baum unbeschadet zu überstehen, wenn die Knautschzone seines Autos 20 cm misst?

Lösung:

Geschwindigkeit $v = 30 \text{ km/h} = 8,33 \text{ m/s}$

Knautschzone $s = 0,20 \text{ m}$

Beschleunigung $a = v^2/(2s) = 174 \text{ m/s}^2$

Zur normalen Gravitationsbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ins Verhältnis gesetzt ergibt das Verhältnis

$$a / g = v^2/(2sg) = 174 \text{ m/s}^2 / (9,81 \text{ m/s}^2) = 17,7$$

Der Fahrer müsste also das 17,7fache seines Körpergewichtes abstützen können.

Bremsschule

Du fährst morgens im Winter zur Arbeit, die Straße ist frisch geräumt. Leider hat sich stellenweise Schnee in Straßenebenen festgesetzt und ist gefroren. Angenommen, du gerätst mit den rechten Rädern deines Autos auf einen solchen Glatteisstreifen, und dein Auto beginnt sich zu drehen.

Wie ist die Drehrichtung, wenn Du weiter Gas gibst bzw. bremsst ?

Lösung:

Beschleunigen: Die rechten Räder drehen beim Beschleunigen durch, die linken fahren jedoch weiter → Rechtsdrehung

Bremsen: Die linken Räder bleiben durch die Straßenreibung stehen. Die rechten rutschen durch das Eis jedoch weiter → Linksdrehung

Ebbe und Flut

Der Frachter "Alte Liebe" liegt im Hafen von Rotterdam; es ist Ebbe, die Ladung wird gelöscht. Matrose Hein erhält den Auftrag, das Schiff außen neu zu streichen. Seine Strickleiter reicht bis 10 cm über die Wasseroberfläche, die Sprossen sind 25 cm voneinander entfernt. Matrose Hein steht auf der untersten Sprosse. Während er noch streicht, setzt die Flut ein, und der Wasserspiegel steigt um 65 cm. Wieviele Sprossen muss er hinaufklettern, um keine nassen Füße zu bekommen ?

Lösung:

Matrose Hein hat Glück! Er bekommt keine nassen Füße. Denn wenn der Wasserspiegel um 65 cm steigt, geht auch das Schiff hoch und Hein mit dazu

Ehrlich währt am längsten

Ein König beauftragte einst im alten Griechenland seinen Hofschmied, ihm aus 3 kg Gold eine Krone anzufertigen. Dieser aber gedachte, einen Teil des Goldes für sich abzuzweigen und durch ein entsprechendes Quantum Silber zu ersetzen. Der König jedoch misstraute ihm und beauftragte den Gelehrten Archimedes, den Schwindel aufzudecken.

Lösung:

Archimedes taucht die Krone ganz unter Wasser; in einem zylindrischen Behälter. Da er weiß, dass die Krone 3kg wiegt; entweder ganz aus Gold oder Gold mit Silber; weiß er auch wieviel die Krone im Behälter an Wasservolumen verdrängt. Wenn aber jetzt Silber beigemischt ist, ist die Dichte der Gesamtkrone geringer als die einer Krone aus purem Gold und somit verdrängt diese gefälschte Krone mehr Wasser.

Eisschmelze

In einem Glas mit Wasser schwimmt ein großes Stück Eis, das unter der Wasseroberfläche gehalten wird; der Flüssigkeitsspiegel steht genau bis zum Rand des Wasserglases. Was passiert, wenn das Eis zu schmelzen beginnt ?

Lösung:

Eis hat durch die Anomalie des Wassers eine niedrigere Dichte als flüssiges Wasser. Schmilzt nun das Eis zu Wasser so wird das Volumen geringer - also sinkt der Wasserpegel

Graue Katzen

Warum sind bei Nacht alle Katzen grau ?

Lösung:

Das für Menschen sichtbare Lichtspektrum wird im Auge von verschiedenen spezialisierten Sehzellen empfangen. Es gibt sehr viele Zellen, die schwarz/weiß-Lichtempfindungen empfangen und Zellen, welche speziell auf bestimmte Farben reagieren (rot, grün und blau).

Da in der Dunkelheit nur sehr wenig Licht vorhanden ist, werden nur die schwarz/weiß-Sehzellen angesprochen. Alle Gegenstände und Katzen erscheinen daher "grau" in der Nacht

Wer hoch hinaus will...

Warum brauchen Piloten von Düsenjägern für den Fall des Absprunges nicht nur ein Atemgerät, sondern auch einen Druckanzug ? Von welcher Höhe an ist er unentbehrlich ?

Lösung:

Wasser siedet bei 100°C Normaldruck - Wasser siedet aber auch schon bei 37°C wenn der Druck auf 1/15 des Normaldrucks abgesunken ist! Rein rechnerisch ist das bei etwa 15000 m Höhe möglich. Da unser Blut auch Salze und Eiweißstoffe enthält wird der Dampfdruck noch einmal um ca. 10% reduziert; man gewinnt dadurch etwa 1000 m. Ab einer Höhe von 16000 m kann daher unser Blut ohne Druckanzug die in ihn gelösten Gase nicht mehr binden, es bilden sich Gasbläschen.

Harmonische und diatonische Tonleiter

Die Tonleiter besteht aus acht Tönen. Die C-Dur Tonleiter z.B. aus den Tönen c, d, e, f, g, a, h und c (Prime, Sekunde, Terz, Quarte, Quinte, Sexte, Septime und Oktave).

Die einzelnen Töne stehen im folgenden Verhältnis zu einander:

$$d = 9/8 c \quad e = 10/9 d \quad f = 16/15 e \quad g = 9/8 f$$

$$a = 10/9 g \quad h = 9/8 a \quad C = 16/15 h$$

Die Verhältnisse 9/8 und 10/9 bezeichnet man als ganzes und 16/15 als halbes Intervall. Das Verhältnis von Prime zu Oktave beträgt 2 : 1.

Chromatische Tonleiter

In der chromatischen Tonleiter werden die ganzen Intervalle in zwei halbe aufgeteilt. Dabei werden entweder die tieferen Töne um 25/24 erhöht (cis, dis, fis, gis, ais) oder die höheren Töne werden 24/25 erniedrigt (des, es, ges, as, b).

Kammerton a'

Der Kammerton a hat eine Frequenz von 440 Hz. Er ist die Bezugsfrequenz, aus der für die Tonleitern die Frequenzen aller anderen Töne errechnet werden.

Schwingungszahlen der Töne

(Ton, relative Schwingungszahlen rein und gleichschwebend temperiert, in Klammern Frequenz in Hz)

c	1,0000 (264)	1,0000 (261,63)
cis	1,0417	1,0535 (277,19)
des	1,0800	
d	1,1250 (297)	1,1225 (293,67)
dis	1,1719	1,1892 (311,13)
es	1,2000	
e	1,2500 (330)	1,2599 (329,63)
fes	1,2800	
eis	1,3021	1,3348
f	1,3333 (352)	
fis	1,3889	1,4142 (370,00)
ges	1,4400	
g	1,5000 (396)	1,4983 (392,00)
gis	1,5625	1,5874 (415,36)
as	1,6000	
a	1,6667 (440)	1,6819 (440,00)
ais	1,7361	1,7818 (466,16)
b	1,8000	
h	1,8750 (495)	1,8877 (493,89)
ces	1,9200	
his	1,9531	2,0000
c'	2,0000	

In der zwölfstufigen Tonleiter ist die Frequenz des nächsten Halbtons um den Faktor $^{12}\sqrt{2} = 1,0594630943592952645618252949463$ höher bzw. tiefer.

Zweiklänge in der Musik

Einen Zweiklang entsteht, wenn zwei Töne gleichzeitig erklingen. Der Kammerton a besitzt z.B. die Frequenz von 440 Hz. Das eine Oktave höher liegende a' hat die doppelte Frequenz, also 880 Hz, aber die halbe Wellenlänge. Zweiklänge lassen sich durch das Frequenzverhältnis ihrer beiden Töne charakterisieren. Bei der Quinte beträgt beispielsweise das Verhältnis der Frequenzen 3:2 (höherer Ton : tieferer Ton) oder als Bruch 3/2. Man kann auch sagen, dass 3 Wellenlängen des höheren Tones genau so lang sind wie 2 Wellenlängen des tieferen Tones.

Die folgende Tabelle zeigt das Frequenzverhältnis der bekanntesten Zweiklänge bis zur Oktave sowie die Summe von Zähler und Nenner des Bruches:

Zweiklang	Frequenzverhältnis	Summe von Zähler und Nenner	Klangempfindung
Prime	1/1	2	sehr konsonant („neutral“)
kleine Sekunde	16/15	31	sehr dissonant
große Sekunde	9/8	17	dissonant
kleine Terz	6/5	11	konsonant („Moll“)
große Terz	5/4	9	konsonant („Dur“)
Quarte	4/3	7	konsonant
Tritonus	45/32	77	sehr dissonant
Quinte	3/2	5	sehr konsonant („neutral“)
kleine Sexte	8/5	13	konsonant („Moll“)
große Sexte	5/3	8	konsonant („Dur“)

kleine Septime	16/9	25	dissonant
große Septime	15/8	23	dissonant
Oktave	2/1	3	sehr konsonant („neutral“)

Die letzte Spalte gibt das Klangempfinden der meisten Menschen beim Hören dieser Zweiklänge an. Man erkennt unschwer, dass die konsonanten Zweiklänge diejenigen mit den „einfacheren“ Frequenzverhältnissen sind. Als Maß für die „Einfachheit“ könnte man grob die Summe aus Zähler und Nenner des (gekürzten) Bruches definieren. Die Summe gibt an, wieviel Wellen der beiden Töne zusammen verstreichen müssen, bis beide Töne wieder die gleiche Phase haben wie zu Beginn. Nach der Tabelle würden die meisten Menschen Zweiklänge mit Summen bis etwa 15 als konsonant, darüber als dissonant empfinden.

Tonsystem

Wichtig für Tonsysteme ist die Darstellbarkeit von Oktaven, also von Zweiklängen, bei denen das Frequenzverhältnis der beiden Töne 2:1 beträgt. Zusätzlich sollte nach Hinzufügen von weiteren Tönen das Frequenzverhältnis zweier benachbarter Töne immer gleich sein. Für ein Tonsystem mit 12 Tönen pro Oktave müsste das Frequenzverhältnis z.B. immer 12.te Wurzel aus 2 betragen, damit nach 12 Tönen der Faktor 2 erreicht wird, denn es gilt: $(2^{1/12})^{12} = 2$. Diese zweite Bedingung lässt sich unabhängig von der Zahl der Töne pro Oktave immer erreichen. Aber schon die nächste wichtige Bedingung, nämlich die gute Darstellbarkeit der Quinte mit ihrem Frequenzverhältnis von 3:2 und damit zugleich der Quarte (4:3; als Ergänzung zur Oktave), wird nur noch von wenigen Tonsystemen erreicht.

Aufgabe: In einem Tonsystem mit n Tönen pro Oktave durch zwei Töne im Abstand von k Tonschritten eine Quinte darstellen. Die n.te Wurzel aus 2 hoch k soll also gleich 3:2 sein: $(2^{1/n})^k = 3:2 = 1.5$. Das ist unmöglich, weil der linke Ausdruck immer irrational ist, der rechte aber rational. Man kann nur eine möglichst gute Annäherung der beiden Ausdrücke erreichen. Es gibt also kein ideales Tonsystem. Da Quinte und Quarte sinnvollerweise unterschiedliche Zweiklänge sein sollen, braucht man für jede Oktave mindestens 3 Töne. Die folgende Tabelle fängt deshalb beim Dreitonssystem an und zeigt alle Tonsysteme bis zu 1000 Tönen pro Oktave, deren „Quinte“ die reine Quinte besser trifft als der Vorgänger in der Liste. Zusätzlich sind die Abweichungen der „großen Terz“ zur reinen großen Terz aufgeführt, was nur für Tonsysteme mit mindestens 7 Tönen pro Oktave Sinn macht.

Tonsysteme	Anzahl der Tonschritte für die Quinte	Abweichung von der reinen Quinte	Anzahl der Tonschritte für die große Terz	Abweichung von der reinen großen Terz
3-Ton-System	2	+ 5.827%		
5-Ton-System	3	+ 1.048%		
7-Ton-System	4	- 0.943%	2	- 2.479%
12-Ton-System	7	- 0.113%	4	+ 0.794%
29-Ton-System	17	+ 0.086%	9	- 0.800%
41-Ton-System	24	+ 0.028%	13	- 0.336%
53-Ton-System	31	- 0.004%	17	- 0.081%
200-Ton-System	117	+ 0.002599%	64	- 0.134%
253-Ton-System	148	+ 0.001229%	81	- 0.123%
306-Ton-System	179	+ 0.000334%	99	+ 0.111%
359-Ton-System	210	- 0.000297%	116	+ 0.083%
665-Ton-System	389	- 0.000007%	214	- 0.009%

Der Mensch kann normalerweise Töne nicht mehr unterscheiden, die sich um weniger als etwa 0.4% in ihrer Frequenz unterscheiden. Man erkennt aus der Tabelle, dass das Zwölftonsystem das erste System darstellt, bei dem der Mensch die dort realisierte Quinte nicht mehr von der reinen Quinte unterscheiden kann. Alle Systeme mit mehr Tönen bieten diesbezüglich keinen Vorteil mehr, sind aber wesentlich aufwändiger. Außerdem stellt das Zwölftonsystem auch die große Terz (5:4) und damit auch die kleine Terz (6:5; als Ergänzung zur Quinte) gut dar, und zwar mit einer Abweichung von nur +0.794%. Wie bekannt, basiert die gesamte abendländische Musik auf dem Zwölftonsystem.

Es bleibt die Frage, welche Tonsysteme noch geeignet wären. Da sinnvollerweise alle Töne eines Tonsystems unterscheidbar sein sollen, ergibt sich für ein Tonsystem mit n Tönen pro Oktave die Bedingung, dass die n.te Wurzel aus 2 größer als 1.004 sein muss. n muss demnach kleiner als $\ln(2) / \ln(1.004)$ sein: $2^{1/n} > 1.004$ $n < \ln(2) / \ln(1.004) = 173.6$

Ein Tonsystem mit mehr als ungefähr 173 Tönen pro Oktave macht also keinen Sinn. Von den vier übrigbleibenden Systemen kann das 53-Tonsystem die Quinte und Quarte sowie die große und kleine Terz mit Abstand am besten annähern.

Pythagoreisches Tonsystem

Nach Pythagoras können alle Musikintervalle durch einfache Verhältnisse von Zahlen (Frequenzverhältnis) ausgedrückt werden.

Platon erklärt das arithmetische Mittel aus dem Oktavsprung $(1+2)/2 = 3:2$ als Quinte (dioxeian) und das harmonische Mittel $(2 \cdot 2 \cdot 1)/(2+1) = 4:3$ als Quarte (syllaba).
 Quinte und Quarte ergeben zusammen genau eine Oktave: $(3:2) \cdot (4:3) = 2:1$.
 Mit dem Grundton bilden diese vier Tonintervalle das klassische Tetrachord der Pythagoreer.

Mit 12 Quintensprüngen erreicht man die 7. Oktave mit dem Frequenzverhältnis $(2:1)^7$. Der Unterschied zur 12fachen Quinte $(3:2)^{12}$ heißt Pythagoreisches Komma:

$$(3:2)^{12} / (2:1)^7 = 1,0136$$

Das Verhältnis des Ganztons ergibt sich aus einer Quarte und einem Ganzton

$$(4:3) \cdot x = 3:2 \dots x = 9/8$$

Die Oktave kann in 2 Quarten und einen Ganzton eingeteilt werden

$$(4:3)^2 \cdot (9:8) = 2:1$$

Konstruiert man die Oktave aus 6 Ganztönen, so zeigt sich, dass die Oktave etwas weniger als 6 Ganztöne sind

$$(2:1) / (9:8)^6 = 1 / 1,0136 \dots \text{reziprokes Pythagoreisches Komma}$$

Eine große Terz mit dem Verhältnis 5:4 entspricht nicht genau zwei Ganztönen

$$(9:8) / (5:4) = 1,0125$$

Der Quotient heißt syntonisches Komma.

Mit dem Aufkommen der Mehrstimmigkeit wurden zwei Ganztöne durch die angenehmer klingende große Terz ersetzt. Zusammen mit der Quinte ergibt sich in der Harmonielehre ein Dur-Akkord.

Mehrfrequenzwahlverfahren

Das Mehrfrequenzwahlverfahren, auch Tonwahlverfahren, ist die in der analogen Telefontechnik gebräuchliche Wähltechnik. Heute wird das Verfahren in der Telefonvermittlungstechnik zur Übermittlung von Rufnummern genutzt. Das Verfahren wurde in 1960er-Jahren in den USA eingeführt.

Die verwendeten Töne werden auch DTMF-Töne (Dual-tone multi-frequency, Doppeltonmehrfrequenz) genannt.

Ein Wählsignal wird durch eine Überlagerung zweier sinusförmiger Tonsignale dargestellt. Aus der ursprünglichen Lage der Telefontasten ergeben sich die beiden Tonfrequenzen.

Tastenbelegung	1209 Hz	1336 Hz	1477 Hz	1633 Hz
697 Hz	1	2	3	A
770 Hz	4	5	6	B
852 Hz	7	8	9	C
941 Hz	*	0	#	D

Jede Zeile repräsentiert einen tiefen Ton, jede Spalte einen hohen. Wenn zum Beispiel die Taste "5" gedrückt wird, ergibt sich ein Ton aus der Überlagerung der Tonfrequenzen 1336 Hz und 770 Hz.

Stoffmenge

$$n = N / N_A$$

Stoffmenge n einer Stoffportion in mol, Teilchenanzahl N einer Stoffportion, Avogadro-Konstante N_A

$$n = m / M$$

Masse m in g, molare Masse M in g/mol

$$n = V_n / V_{m,n}$$

Normvolumen N_n in l, molares Normvolumen $V_{m,n}$ in l/mol

$$n = c \cdot V(Ls)$$

Stoffmengenkonzentration c eines Stoffes in mol/l, Volumen $V(Ls)$ der Lösung in l

Hinweis: Nicht mehr verwendet werden soll Molarität anstelle der Stoffmengenkonzentration, ist aber noch allgemein üblich.

$$n = (p \cdot V) / (R \cdot T)$$

Druck p in Pa, Volumen V in m^3 , Temperatur T in K, allgemeine molare Gaskonstante R

Molarität b

$$b = n / m$$

SI Einheit mol/kg. Nicht mehr verwendet werden soll z.B. die Bezeichnung 0,1 molare Natronlauge. Die Molarität ist im Gegensatz zur Stoffmengenkonzentration unabhängig von Temperaturänderungen, d.h. thermischer Ausdehnung.

Molare Masse

$$M = m / n = m \cdot V_{n,m} / V_n = m \cdot R \cdot T / (p \cdot V)$$

$$M(B) = k_G m(B) / (\Delta T_G \cdot m(Lm))$$

kryoskopische Konstante k_G in K·kg/mol (molale Gefrierpunkttemperaturerniedrigung des Lösungsmittels), ΔT_G Gefrierpunkttemperaturerniedrigung in K, $m(Lm)$ Masse des Lösungsmittels in kg

$$\Delta T_G = T(Lm) - T(Ls)$$

$$M(B) = k_S m(B) / (\Delta T_S \cdot m(Lm))$$

ebullioskopische Konstante k_S in K·kg/mol (molale Siedepunkttemperaturerhöhung des Lösungsmittels), Siedepunkttemperaturerhöhung ΔT_S in K

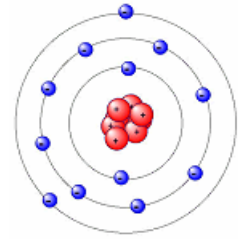
Atom

Das Atom ist der kleinste Baustein der Stoffe. Es besteht aus Atomkern und Atomhülle.

Das Wort "Atom" kommt aus dem griechischen und bedeutet nach Demokrit das Unteilbare ($\alpha\tau\omicron\mu\omicron$).

In der modernen Naturwissenschaft versteht man unter einem Atom den kleinsten Bestandteil eines chemischen Elements, das mit chemischen Methoden nicht mehr zerlegt werden kann.

Die Atome haben einen mittleren Durchmesser von ungefähr 10^{-8} cm und bestehen aus einem elektrisch positiv geladenen Atomkern, der aus Protonen und Neutronen zusammengesetzt ist, und in dem fast die gesamte Masse des Atomes konzentriert ist. Der Atomkern ist ca. 10^{-12} cm groß. Damit das Atom nach außen elektrisch neutral ist wird es von negativ geladenen Elektronen "umkreist". Die Elektronenhülle bestimmt die chemischen Eigenschaften.



Vergleichsbeispiel für die Größe eines Atoms

- 5 Milliarden Menschen der Erde würden, wenn ein Mensch so groß wie ein Atom wäre, eine etwa 50 cm lange Kette bilden.
- Wenn der Atomkern die Größe einer Kirsche hätte, dann wäre ein ganzes Atom so groß wie der Kölner Dom.

Atomkern

Der Atomkern wird aus elektrisch positiv geladenen Protonen und elektrisch neutralen Neutronen gebildet.

Protonenzahl+Neutronenzahl=Massenzahl

Die Protonenzahl (Kernladungszahl, Ordnungszahl) bestimmt die Art des Elements.

Atomhülle

Die Atomhülle wird von den elektrisch negativ geladenen Elektronen gebildet. Die Anzahl der Protonen ist gleich der der Elektronen.

Ionen

Ionen sind Bausteine der Stoffe, die elektrisch positiv oder negativ geladen sind.

Kation ... positiv geladenes Ion / Anion ... negativ geladenes Ion

Elementarteilchen

Elementarteilchen sind kleinste Bausteine der Materie, die nicht aus noch kleineren Einheiten zusammengesetzt sind. Sie sind aber ineinander umwandelbar und daher keine Urbausteine im Sinne unveränderlicher Teilchen.

Hinweis: Die Tatsache, dass Protonen, Neutronen, usw. aus Quarks zusammengesetzt sind, ändert praktisch nichts an der Definition, da Quarks nicht frei als Einzelteilchen vorkommen können.

Elektron

Die Atomhülle eines jeden Atoms wird von Elektronen gebildet. Das Elektron ist das leichteste der elektrisch geladenen Elementarteilchen und trägt eine kleinste unteilbare Ladung (Elementarladung: $Q=1,602 \cdot 10^{-19}$ Coulomb).

Mit einer Ruhemasse von $m_e = 9,1091 \cdot 10^{-31}$ kg ist es rund 1836mal leichter als das Proton. Alle elektrischen Vorgänge beruhen auf der Bewegung von Elektronen.

Ein Elektronenvolt ist die Energiemenge, die ein Elektron beim Durchlaufen eines Spannungsgefälles von 1 Volt gewinnt: $1 \text{ eV} = 1,60219 \cdot 10^{-19}$ J.

Proton

Ein Proton ist ein positiv geladenes, schweres Elementarteilchen, das den Kern des Wasserstoffatoms bildet und zusammen mit dem Neutron Baustein aller zusammengesetzten Atomkerne ist.

Seine Ruhemasse beträgt 1,00759 u oder $1,6724 \cdot 10^{-24}$ Gramm. Seine Ladung ist eine positive Elementarladung ($1,6021 \cdot 10^{-19}$ C), sein Spin (Eigendrehimpuls) beträgt 1/2.

Das Antiteilchen zum Proton ist ein negativ geladenes Proton, das Antiproton.

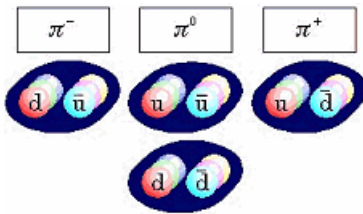
Neutron

Das Neutron ist ein elektrisch neutrales, schweres Elementarteilchen, das 1932 von Chadwick entdeckt wurde, der die richtige Deutung für die Beobachtungen von Joliot-Curie bei der Bestrahlung von Beryllium mit Alphastrahlen, gab.

Die Ruhemasse des Neutrons beträgt 1,008665 u, die Ladung 0, der Spin 1/2.

Neutronen bilden zusammen mit Protonen den Aufbau der zusammengesetzten Atomkerne. Freie Neutronen können nur durch eine Kernumwandlung, d.h. durch Heraustrennen aus einem Kern gewonnen werden.

Ein freies Neutron zerfällt radioaktiv in ein Proton, Elektron und ein Antineutrino (Halbwertszeit: ca. 12 min).



Mesonen

Mesonen sind Verbindungen aus einem Quark und einem Antiquark, die frei existieren können. Ihre Ladung ist ganzzahlig und sie tragen in der Summe keine Farbe.

Als Verbindung zweier Spin $\frac{1}{2}$ -Teilchen haben sie einen ganzzahligen Spin, der sich aus den Spins der beiden Quarks und deren Bahndrehimpuls zusammensetzt.

Pi-Meson, Pion

Es ist aus up- und down-Quarks zusammengesetzt und es gibt Pionen mit den elektrischen Ladungen -1, 0 und +1 (siehe Abbildung)

Die beiden Möglichkeiten für das π^0 -Meson kann man experimentell nicht unterscheiden, sie treten zusammen als Mischzustand auf. Weiterhin ist das π^0 sein eigenes Antiteilchen. Zu den Mesonen wie zu allen anderen zusammengesetzten Teilchen kann man in ähnlicher Weise charakteristische Daten zusammenstellen, wie zu den Teilchen des Standardmodells:

	π^-	π^0	π^+
Ladung	-1	0	+1
Masse	139,57 MeV	134,98 MeV	139,57 MeV
Lebensdauer	$2,60 \cdot 10^{-8}$ s	$8,4 \cdot 10^{-17}$ s	$2,60 \cdot 10^{-8}$ s

Myon

Myonen sind geladene Elementarteilchen, man definiert, dass ein Myon die Ladung -1 und ein Antimyon die Ladung +1 trägt. Myonen nehmen neben der elektromagnetischen auch an der schwachen Wechselwirkung teil. Myonen haben eine relativ hohe Lebensdauer.

Symbol: μ^- Ladung -1 Spin $\frac{1}{2}$
 Masse 105,66 MeV Lebensdauer $2,20 \cdot 10^{-6}$ s

Wechselwirkungen elektromagnetisch, schwach

Das Myon zeigt sich dem Elektron sehr ähnlich und auch seine weiteren Eigenschaften ähneln denen des Elektrons. Elektronen und Myonen sind die ersten beiden Vertreter einer Gruppe von Teilchen, der Leptonen.

Quarks

Bjorken, Feynman 1969: "part" von Protonen

Murray Gell-Mann 1964: "Quarks", wahrscheinlich nach dem Roman von James Joyce "Three Quarks for Muster Mark."

Up-Quark

Das Up-Quark ist das erste bekanntgewordene Quark. Es kommt in Protonen, Neutronen, Pionen vor.

vermutete Masse $< 100 \text{ MeV}/c^2$; Ladung $+2/3 e$; Spin $1/2$; Gegenteilchen ist das Elektronen-Neutrino

Umwandlung W^+ down-Quark

Durch Aussenden eines W^+ -Teilchens können sich Teilchen untereinander umwandeln.

Down-Quark

Das Down-Quark kommt in Protonen, Neutronen vor.

vermutete Masse $< 100 \text{ MeV}/c^2$; Ladung $-1/3 e$; Spin $1/2$; Gegenteilchen ist das Elektron

Umwandlung W^- up-Quark

Strange-Quark

vermutete Masse $400 \text{ MeV}/c^2$; Ladung $-1/3 e$; Spin $1/2$; Gegenteilchen ist das Myon

Charme-Quark

vermutete Masse $1500 \text{ MeV}/c^2$; Ladung $+2/3 e$; Spin $1/2$; Gegenteilchen ist das Myonen-Neutrino

Bottom-Quark

vermutete Masse $5000 \text{ MeV}/c^2$; Ladung $-1/3 e$; Spin $1/2$; Gegenteilchen ist das Tau

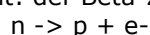
Top-Quark (Truth-Quark)

vermutete Masse $150000 \text{ MeV}/c^2$; Ladung $+2/3 e$; Spin $1/2$; Gegenteilchen ist das Tau-Neutrino

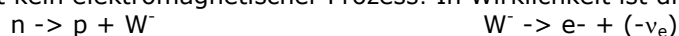
Schwache Wechselwirkung

Die schwache Wechselwirkung hat drei Austauschteilchen, das ungeladene Z^0 und seine geladenen Partner, das W^+ und das W^- .

Eine Teilchenreaktion, die im Rahmen der schwachen Wechselwirkung abläuft ist aus der Kernphysik bekannt: der Beta-Zerfall. Hierbei wird in der Kernphysik nur folgender Reaktionsteil angegeben:



Dies ist kein elektromagnetischer Prozess! In Wirklichkeit ist dies ein zweistufiger schwacher Prozess:



Das $-v_e$ steht hier für ein Anti-Elektron-Neutrino.

Die Austauscheteilchen der schwachen Wechselwirkung haben im Gegensatz zum Photon eine große Ruhemasse und eine sehr kurze Lebensdauer.

Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung

Z^0	Ladung 0	Spin 1	Masse $91,187 \pm 0,007$ GeV	Zerfallsbreite $2,490 \pm 0,007$ GeV
W^+	Ladung +1	Spin 1	Masse $80,33 \pm 0,15$ GeV	Zerfallsbreite $2,07 \pm 0,06$ GeV
W^-	Ladung -1	Spin 1	Masse $80,33 \pm 0,15$ GeV	Zerfallsbreite $2,07 \pm 0,06$ GeV

Elementarkräfte

Trotz der großen Vielfalt von physikalischen Erscheinungen in der Natur können diese alle auf vier elementare Kräfte zurückgeführt werden.

1) Schwerkraft, Gravitation

Die Schwerkraft besagt, dass materielle Objekte eine Anziehungskraft aufeinander ausüben. Dabei steigt die Anziehungskraft zwischen zwei Objekten, je größer deren jeweilige Masse ist und je kleiner ihr Abstand ist.

Die klassische Newtonsche Gravitationstheorie wurde von Einstein in der allgemeinen Relativitätstheorie durch die Einführung der Raumzeit, die von Massen beeinflusst wird, erweitert.

2) Elektromagnetische Kraft

Durch den schottischen Wissenschaftler James Maxwell wurde nachgewiesen, dass elektrische und magnetische Kräfte zwischen geladenen Teilchen eine einheitliche Kraft symbolisieren.

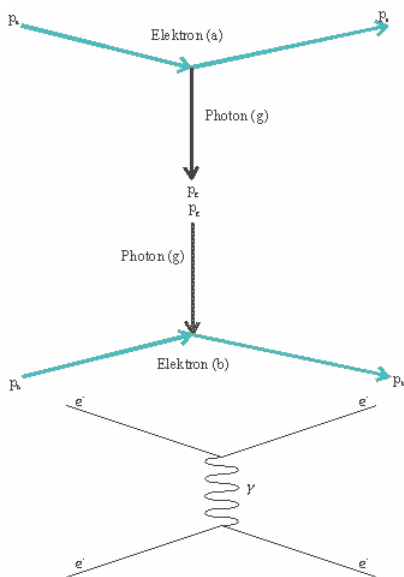
3) Schwache Wechselwirkung

Die schwache Wechselwirkung wirkt nur in einem Bereich von etwa 1/1000 eines Atomkerns. Sie bewirkt den Betazerfall, bei dem ein Neutron sich in ein Proton, ein Elektron und ein Anti-Neutrino verwandelt.

4) Starke Wechselwirkung, Starke Kernkraft

Die starke Wechselwirkung beschreibt die Vorgänge zwischen Quarks. In der Theorie der Quantenchromodynamik (QCD) wird erklärt, wie Quarks durch Austausch von Gluonen aufeinander einwirken.

Die starke Kernkraft erklärt damit die Existenz von Atomkernen.



Feynman-Graphen

Zur einfacheren Darstellung von Teilchenreaktionen bedient man sich einer besonderen Schreibweise, der Feynman-Graphen.

Diese kann man als Reaktionsgleichungen, wie in der Chemie, auffassen, nur sagen sie mehr über die Teilchen und ihren physikalischen Zustand (Bewegung, Ort) aus als einfache Reaktionsgleichungen. Einen Feynman-Graphen kann man z.B. aus der Darstellung der Coulomb-Wechselwirkung entwickeln.

Um diese Graphen zu einem Feynman-Graphen zu machen, müssen wir, neben dem Zusammenzeichnen, nur eine Festlegung treffen:

1. Linien von Materieteilchen werden durchgezogen gezeichnet, Linien von Austauschteilchen werden als Schlangenlinie gezeichnet und Richtungspfeile werden in der verwendeten Schreibweise weggelassen.

Um die Richtungspfeile weglassen zu können, muss man um diese Graphen ein Koordinatensystem konstruieren. Im allgemeinen trifft man dabei die Festlegung:

1. auf der Abszissenachse wird die Zeit und
2. auf der Ordinatenachse der Raum (Weg) angetragen

Dies bedeutet, dass Teilchen, die parallel zur Zeitachse gezeichnet werden, ruhen und lediglich der Abstand von Teilchen aus dem Feynman-Graphen ersichtlich sein kann. Nutzt man alle diese Festlegungen, stellt sich die Coulomb-Wechselwirkung im Feynman-Graphen dar:

Zur Vollständigkeit fehlt noch der Begriff des Vertex. Ein Vertex ist ein Wechselwirkungspunkt, ein Punkt, an dem genau drei Teilchenlinien zusammenlaufen und eine Wechselwirkung stattfindet.

Relative Atommasse

$$A_r = m_A / u$$

atomare Maseneinheit u , Atommasse m_A u ... 1/12 Masse des Kohlenstoff-12-Isotops

Nukleonenzahl (Massenzahl) $A = Z + N$

Protonenzahl, Ordnungszahl, Kernladungszahl Z , Neutronenzahl N

Kernmasse und Massendefekt $m_k < Z \cdot m_p + N \cdot m_n$

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m_k$$

Kernbindungsenergie

$$E_B = \Delta m \cdot c^2$$

Radioaktive Strahlung

Die Aktivität einer Substanz gibt an, wieviele radioaktive Kerne sich in einem bestimmten Zeitraum umwandeln

$$A = \Delta N / \Delta t$$

Anzahl der zerfallenen Atome ΔN ; Einheit ist Becquerel (Bq) ... 1 Bq = 1 · 1/s

Die Energiedosis ist die von einem Körper aufgenommene Strahlungsenergie

$$D = E/m; \text{ Einheit: 1 Gray (Gy) = 1J / 1 kg}$$

Äquivalentdosis $H = D \cdot q$; Qualitätsfaktor q

Zerfallsgesetz

$$N = N_0 e^{-\lambda \cdot t} = N_0 (1/2)^{t/T_{1/2}}$$

Anzahl N_0 der zu $t=0$ vorhandenen Atome, Anzahl N der nicht zerfallenen Atome, Zerfallskonstante λ , Zeit t , Halbwertszeit $T_{1/2}$

Quantenphysik-Grundbegriffe

Austrittsarbeit von Elektronen aus Oberflächen

$$W_A = h \cdot f_G$$

Planck-Konstante h , Grenzfrequenz f_G

Energie eines Lichtquants (Photon)

$$E = h \cdot f$$

Einsteinsche Gleichung für Fotoeffekt

$$h \cdot f = m_e/2 v^2 + W_A$$

Elektronmasse m_e , Geschwindigkeit des Elektrons v , Impuls p

deBroglie-Materiewellen

$$\lambda = h/p = h/(m \cdot v)$$

Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h/(4\pi)$$

Ortsunschärfe Δx , Impulsunschärfe Δp

Compton-Effekt

Der Compton-Effekt wurde 1926 von Compton bei Untersuchungen der Streuung von Röntgenstrahlen an Materie entdeckt. Dabei handelt es sich um die Streuung eines Photons an einem ruhenden Elektron.

$$\Delta \lambda = \lambda_C (1 - \cos \theta)$$

Compton-Wellenlänge

$$\lambda_C = 2.42 \cdot 10^{-12} \text{ m}; \text{ Streuwinkel } \theta$$

Heisenbergsche Unbestimmtheitsrelation

Es ist nicht möglich, den Ort und der Impuls eines Teilchens gleichzeitig beliebig genau zu bestimmen

$$\Delta x \cdot \Delta p = h$$

Ungenauigkeit des Ortes Δx , des Impulses Δp

$$\Delta E \cdot \Delta t = h$$

Energieänderung ΔE , Zeitintervall Δt

Größen, deren Produkt nur bis auf einen Faktor h genau bestimmt werden können, heißen kanonisch konjugierte Variablen

Unbestimmtheit des Ortes des H-Elektrons im Grundzustand

$$\Delta x = h / (m \cdot v) = 7 \cdot 10^{-8} \text{ m} \approx 1300 r$$

Elektronengeschwindigkeit v , Bahnradius r

Schrödinger-Gleichung

$$H \psi = - h/(2\pi i) \cdot \partial \psi / \partial t$$

H ... Hamilton-Operator, Wellenfunktion ψ

Freies Teilchen

Auf ein freies Teilchen wirken keine äußeren Kräfte.

Lösung der Schrödinger-Gleichung

$$\psi(x) = e^{ik \cdot x}; k = 2\pi/\lambda$$

De-Broglie-Wellenlänge λ

Tunneleffekt

Läuft eine Teilchenwelle mit einer Energie E auf eine Potentialschwelle der Höhe U , wobei $U > E$ ist, so wird die Teilchenwelle innerhalb der Potentialschwelle um $e^{-\sqrt{2m(U-E)}}$ geschwächt, wodurch das Teilchen eine endliche Wahrscheinlichkeit hat, die Schwelle zu durchdringen. Dies nennt man Tunneleffekt. Er ist die Grundlage für die Erklärung des α -Zerfalls.

Schrödingers Katze

Zur Veranschaulichung des Unbestimmtheitsprinzips erdachte Schrödinger die nach ihm benannte Schrödingers Katze, die mittlerweile in verschiedenen Publikationen immer wieder erwähnt wird, ohne ihre Aussage korrekt wiederzugeben.

Eine Katze, eine Gefäß mit Gift und eine Menge radioaktiver Substanz befindet sich in einem Kasten.

Zusätzlich ist ein Mechanismus vorhanden, der das Giftfläschchen öffnet, wenn in der radioaktiven Substanz ein Atom zerfällt.

Es ist unmöglich vorherzusagen, wann das passieren wird, und da man nicht in die Kiste sehen kann, ist es unmöglich zu wissen, ob die Katze noch am Leben ist oder nicht.

Die Katze befindet sich in einem Zustand der Überlagerung von zwei Zuständen, ist theoretisch also lebendig und tot zugleich, bis jemand die Kiste öffnet und nachsieht, welcher Zustand vorliegt. So merkwürdig dies ist, beschreibt dieses Gedankenexperiment anschaulich die Situation bei Experimenten, bei denen die Position und die Bewegung eines Teilchens bestimmt werden soll.

Hauptquantenzahl n

Die Hauptquanten kennzeichnet die Energie und den mittleren Abstand des Elektrons vom Atomkern

n	Schale	Energie E_n
1	K	E_1 Grundzustand
2	L	$1/4 E_1$
3	M	$1/9 E_1$
4	N	$1/16 E_1$
5	O	$1/25 E_1$

Die Spinquantenzahl s gibt den Spin des Elektrons an. Quantenzahl der Spinprojektion m_s kann $+1/2$ oder $-1/2$ betragen.

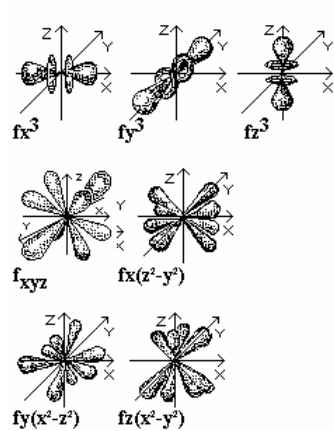
Magnetquantenzahl m: Komponente des Gesamtdrehimpulses bezogen auf eine durch ein Magnetfeld vorgegebene Richtung $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$; Anzahl der Zustände $m = 2 \cdot l + 1$

Die Drehimpulsquantenzahl (Nebenquantenzahl) l kennzeichnet den Drehimpuls des rotierenden Elektrons; Quadrat des Drehimpulses $J^2 = h^2/(4\pi^2) \cdot l \cdot (l+1)$, mit $l < n$

n	Schale	l	Unterschale
1	K	0	s
2	L	0,1	s, p
3	M	0,1,2	s, p, d
4	N	0,1,2,3	s, p, d, f

Bahndrehimpuls (l bzw. L)

Teilchen besitzen neben Spin (Eigendrehimpuls) auch einen Drehimpuls bezüglich der Rotation um einen Punkt außerhalb einer Achse durch ihren Schwerpunkt. Diesen Drehimpuls nennt man Bahndrehimpuls. Der Bahndrehimpuls ist quantisiert und kann für Teilchen nur ganzzahlige Vielfache von h betragen. Der Bahndrehimpuls wird durch die Bahndrehimpulsquantenzahl l angegeben. Teilchen können $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ besitzen.



Orbital

Haupt-, Neben- und Magnetquantenzahl kennzeichnen Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen eines Elektrons = Orbitale

$l = 0, m = 0 \dots$ s-Orbitale

Ladungsdichteverteilung kugelsymmetrisch

$l = 1, m = -1, 0, +1 \dots$ p-Orbitale

Ladungsdichteverteilung hantelförmig;

Bezeichnung: p_x, p_y, p_z Orbital

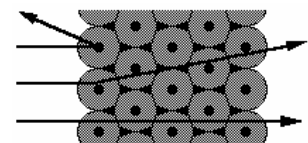
$l = 2, m = -2, -1, 0, +1, +2 \dots$ d-Orbitale

Ladungsdichteverteilung rosettenförmig;

Bezeichnung: $d_{xz}, d_{xy}, d_{yz}, d_{x^2-y^2}, d_{z^2}$ Orbital

Rutherford'sches Atommodell

1911 veröffentlichte Ernest Rutherford die Ergebnisse seiner Experimente mit α -Strahlen, die ihm tieferen Einblick in den Aufbau von Atomen geben sollten.



Eine 0,004 mm dünne Folie aus Gold, Silber oder Kupfer beschoss er mit α -Teilchen. Auf einem Leuchtschirm, der auf α -Strahlen reagierte, stellte er fest, dass der Strahl aus α -Teilchen fast geradlinig durch die Folie hindurchtrat. Einige Teilchen wurden jedoch abgelenkt und trafen an verschiedenen Punkten auf dem Leuchtschirm auf.

Rutherford gab die Erklärung:

Im Mittelpunkt des Atoms befindet sich ein Atomkern. Fast die gesamte Atommasse und die positive Ladung ist im Atomkern vereint. Elektronen nehmen fast das ganze Volumen des Atoms ein. Sie befinden sich außerhalb des Atomkerns und umkreisen ihn in schneller Bewegung.

Da das Atom elektrisch neutral ist, muss die Zahl der negativ geladenen Elektronen mit der Zahl der positiv geladenen Protonen im Kern übereinstimmen.

Der Atomkern ist sehr klein, sein Durchmesser liegt in der Größenordnung von 10^{-15} Meter. Der Durchmesser des Atoms einschließlich der Elektronenhüllen beträgt dagegen 100 bis 400 pm und ist somit mehr 100000-mal größer als der Atomkern. Der Großteil des Volumens eines Atoms ist leerer Raum, wodurch die meisten α -Teilchen ungehindert durch die Metallfolie hindurchfliegen.

Bohrsches Atommodell

1913 formulierte Niels Bohr sein Atommodell in Analogie zum Aufbau eines Planetensystems. Danach bewegen sich alle Elektronen auf kreisförmigen Bahnen um den Atomkern. Sein Modell berücksichtigte erstmals die verschiedenen Energiezustände der Elektronenbahnen. Bohr formulierte die nach ihm benannten Postulate:

Ein Elektron kann sich nur auf bestimmten, diskreten Kreisbahnen (Energieniveaus) aufhalten. Die Bahnen sind konzentrisch um den Atomkern angeordnet. Jede Bahn wird mit einem Buchstaben (K, L, M, ...) bezeichnet.

Für jede Bahn hat das Elektron eine bestimmte Energie. Auf der K-Schale, die dem Atomkern am nächsten ist, kommt dem Elektron die geringste Energie zu. Um das Elektron auf eine weiter außen liegende Bahn zu bringen, muss ihm Energie zugeführt werden. Die Energie eines Elektrons darf keine Werte annehmen, die es auf einen Ort zwischen den erlaubten Bahnen bringen würde. Wenn sich das Elektron auf der innersten Bahn befindet und die geringste Energie hat, so befindet sich das Atom im Grundzustand. Durch die Zufuhr von Energie kann das Elektron auf eine höhere Bahn springen und einen höheren Energiezustand annehmen. Wenn das Elektron von einem angeregten Zustand auf eine weiter innen liegende Bahn springt, wird ein definierter Energiebetrag freigesetzt und in Form eines Lichtquants emittiert.

Energie eines Elektrons auf Kreisbahn

$E = -e^2 / (8 \pi \epsilon_0 r)$; Kreisbahnradius r , Elementarladung e	
erlaubte Elektronenbahnen	$m \cdot v \cdot r = n \cdot h / (2\pi)$; Quantenzahl $n = 1, 2, 3, \dots$
Elektronenenergie (Quantelung)	$E = -k / n^2$
	$k = m e^4 / (8 \epsilon_0^2 h^2)$
Bahnradien	$r = n^2 \cdot 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$
Bahngeschwindigkeit	$v = n h / (2 \pi m r) = 1/n \cdot 2,18 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

Wellenmechanisches Atommodell

Da das Bohrsche Atommodell und seine Erweiterungen vorwiegend das Wasserstoffatom beschreiben, beinhalten sie Schwächen.

Für kompliziertere Atome ist es nur begrenzt tauglich. Vor allem die Quantenbedingungen und die Quantensprünge stehen mit den Grundvorstellungen der klassischen Physik im Widerspruch. Die Konsequenz war, die physikalisch nicht messbaren Größen Elektronenbahn, Elektronenort und Bahngeschwindigkeit aufzugeben.

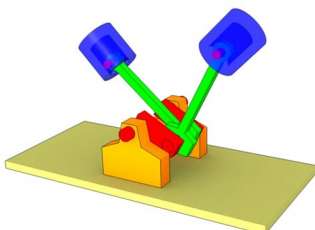
Eine grundlegende Erkenntnis ist in der von dem Physiker Werner Heisenberg 1927 aufgestellten Unschärferelation enthalten, nach der es unmöglich ist, Ort und Impuls eines in der Atomhülle befindlichen Elektrons gleichzeitig genau angeben zu können. Die auf dieser Unschärferelation basierende Quantenmechanik ermöglicht es, die Verhältnisse in der Elektronenhülle im Prinzip exakt zu berechnen. Dabei resultieren jedoch keine anschaulichen Angaben mehr, sondern nur noch Ergebnisse in abstrakten Vektorenräumen, die für die Anschauung erst wieder interpretiert werden müssen. Diese quantenmechanischen Atommodelle werden mit den Methoden der Wellenmechanik berechnet.

Schrödinger-Atommodell

Im Schrödinger-Atommodell oder wellenmechanischen Atommodell wird davon ausgegangen, dass einem Elektron mit dem Impuls $p = mv$ eine deBroglie-Welle mit der Wellenlänge $\lambda = h/p$ zugeordnet ist. Im Feld eines Atomkerns sind für solche stehenden Elektronenwellen nur ganz bestimmte Schwingungszustände möglich, die bestimmten diskreten Energiestufen entsprechen. Folglich kann ein Elektron bzw. eine Elektronenhülle je nach Energiegehalt verschiedene geometrische Formen annehmen. Das Verhalten der dreidimensionalen stehenden Elektronenwellen kann durch eine von Schrödinger 1926 aufgestellte Gleichung beschrieben werden.

Getriebe und Motoren

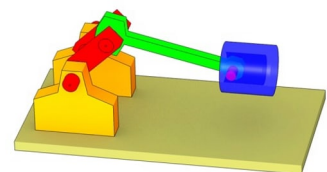
Die Bewegung einzelner Teile von Motoren und Getrieben kann mit Hilfe einfacher mathematischer Berechnungen beschrieben werden.



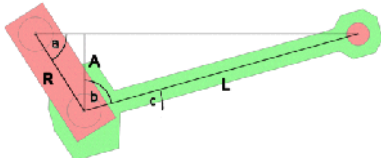
1-Zylinder-Kolbenmotor

Der Motor lässt sich beliebig im Raum verschieben und verdrehen ohne dass die Funktion gestört wird.

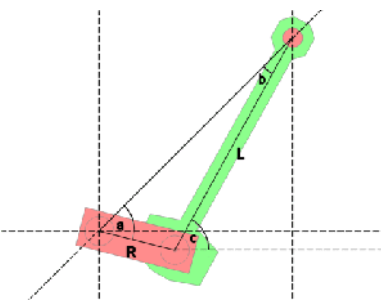
Wichtig für die Funktion ist die hierarchische Anordnung der einzelnen Bauteile. Die Achse der Pleuelstange befindet sich im Koordinatenursprung, die Achse der Pleuellager (Achse Pleuel) auf der Pleuelstange ist ein Unterobjekt der Pleuelstange. So macht sie die Drehbewegung der Pleuelstange automatisch mit. Die Position dieser Achse wird direkt an die



Position der Pleuelstange weitergegeben, so sind beide Bauteile verknüpft. Die Objektachse der Pleuelstange befindet sich exakt in der Mitte der Kurbelwellenaufnahme (Achse Pleuel). Die Pleuelstange muss nur noch in die richtige Position gedreht werden (Winkel B). Für diese Berechnung ist die Position der Kurbelwelle (Achse Pleuel) und die Länge der Pleuelstange (von Achse zu Achse) erforderlich.



Berechnung lässt sich dieses Dreieck in 2 rechtwinklige Dreiecke aufteilen.



Die Achse der Kurbelwelle und die beiden Achsen der Pleuelstange bilden zusammen ein beliebiges Dreieck. Zur Vereinfachung der

Aus dem Drehwinkel der Kurbelwelle (a) wird die y-Position der Pleuelstange (A) berechnet. $A = R \cdot \sin(a)$

Mit Hilfe des zweiten rechtwinkligen Dreiecks lässt sich aus der Seite A der Winkel b und daraus der gesuchte Winkel c berechnen:

$$\cos(b) = A/L \quad b = \arccos(A/L)$$

$$c = \pi/2 - \arccos(A/L)$$

2-Zylinder-V Motor

Beide Kolben stehen in einem Winkel von 90° zueinander. Die Achse der Kurbelwelle und die

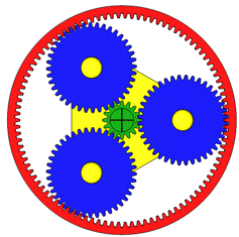
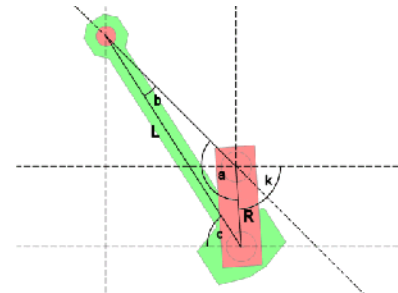
beiden Achsen der Pleuelstange bilden zusammen ein beliebiges Dreieck.

rechte Pleuelstange: nach Sinussatz wird $R / \sin(b) = L / \sin(a)$

In der Grundposition zeigt der Hubzapfen der Kurbelwelle nach rechts bzw. in x-Richtung. Der Winkel a ergibt sich zum Drehwinkel der Kurbelwelle plus 45° bzw. $\pi/4$ addieren. Und somit $b = \arcsin(R \cdot \sin(a) / L)$

Der Winkel c ergibt sich aus dem Strahlensatz bzw. $c = b + 45^\circ$.

linke Pleuelstange: Der Drehwinkel der Kurbelwelle k wird $a = 225^\circ - k$
Die andere Berechnung verläuft analog zur rechten Pleuelstange.



Planetengetriebe

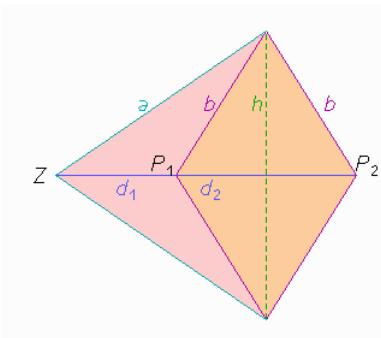
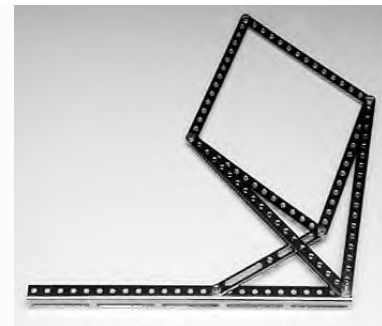
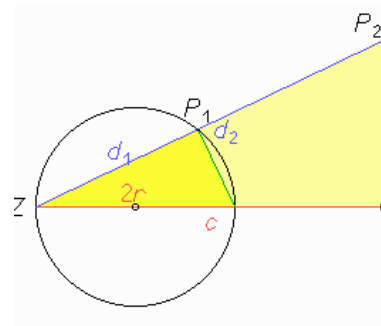
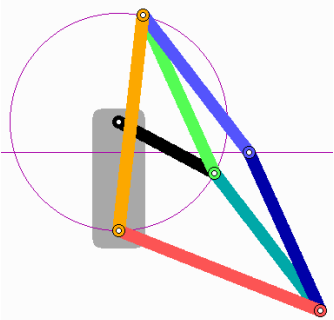
Ein Planetengetriebe besteht aus 4 Komponenten, dem Sonnenrad, dem Hohlrads, den Planetenrädern und dem Planetenträger. Daher kommt auch der Name Planetengetriebe, die Planetenräder umkreisen das Sonnenrad wie Planeten die Sonne. Für die Berechnung des Planetengetriebes wird: i ...

Übersetzungsverhältnis, f_{nS} ... Drehfrequenz des Sonnenrades, f_{nT} ... Drehfrequenz des Planetenträger, f_{nP} ... Drehfrequenz der Planetenräder

$$i = 1 + z_H / z_S \quad i = f_{nS} / f_{nT}$$

$$f_{nT} = z_S / (z_S + z_H) f_{nS} \quad f_{nP} = z_H / z_P f_{nT} = z_S z_H / ((z_S + z_H) z_P) f_{nS}$$

Peaucellier-Geradführung



Es wird vorausgesetzt, dass der Kreis um einen Punkt auf dem (roten) Lot von Z auf die (schwarze) Gerade und durch Z geht, und dass Z, P1 und P2 auf einer Geraden liegen. Aus den zueinander ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken entnimmt man, dass $ZP_1 \cdot ZP_2 = 2rc$ ist. Es muss nicht gezeigt werden, dass die Stangen von Peaucellier dieses konstante Produkt der Entfernungen von Z auch realisieren.

Es seien $ZP_1 = d_1$ und $ZP_2 = d_2$. Nach Pythagoras ist $h^2 = b^2 - ((d_2 - d_1)/2)^2$ und andererseits $a^2 = h^2 + ((d_2 + d_1)/2)^2$, d.h. $d_1 d_2 = a^2 - b^2$

Diese Größe hängt nur von den Längen der Stangen ab, die ja nicht verändert werden.

Damit ist gezeigt, dass das Gestänge von Peaucellier exakt eine Bewegung auf einem Kreis, aber nicht ganz herum, einer auf einer

Geraden zuordnet

Es ist möglich, dass man statt der Geraden auch einen zweiten Kreis bekommt, wenn der erste nicht durch Z geht. Allgemein liefert das Gerät die Inversion am Kreis, die so definiert werden kann:

Einem Punkt mit den Polarkoordinaten (r_1, w) (Radius und Winkel-Koordinaten) wird ein Bildpunkt (r^2, w) zugeordnet mit einem festen Produkt $r_1 \cdot r_2$. Dabei ist der Kreis mit

$r_0 = \sqrt{r_1 \cdot r_2}$ um Z interessant:

Die Abbildung kehrt das Innere dieses Kreises nach außen und umgekehrt. Daher wird sie "Inversion" genannt.

"chemi" = schwarz, arab. Name für Ägypten, Bezeichnung für die aus Ägypten übernommene Wissenschaft

Die Chemie ist der Teil der Naturwissenschaften, der sich mit den Eigenschaften, der Zusammensetzung und Umwandlung aller Stoffe beschäftigt. Sie lehrt, dass jeder Gegenstand aus einem oder auch aus mehreren chemischen Grundstoffen, den Elementen, besteht.

Erklärung der US-amerikanischen Chemischen Gesellschaft

Chemie ist die Wissenschaft, die sich beschäftigt mit

1. den chemischen Elementen in freiem oder gebundenen Zustand
2. den Reaktionen, Umsetzungen, Umwandlungen und Wechselwirkungen der chemischen Elemente und ihrer Verbindungen
3. der Bestimmung, Steuerung und Voraussage, der Deutung und Auswertung, der Anwendung und den Mechanismen der unter 2. aufgeführten Prozesse
4. den Grunderscheinungen und Kräften der Natur hinsichtlich ihrer Anwendungen auf Reaktionen, Extraktionen, Kombinationen, Prozesse, Additionen, Synthesen, Zersetzungen, Kennzeichnungen und Analysen

Element

Ein Element ist ein chemischer Grundstoff, der sich auf chemischem Wege nicht weiter zerlegen lässt und aus Atomen gleicher Kernladung besteht.

Eine chemische Verbindung besteht aus zwei oder mehr Elementen. Die Zerlegung führt zu den Elementen.

Elementarteilchen

Elementarteilchen sind kleinste Bausteine der Materie, die nicht aus noch kleineren Einheiten zusammengesetzt sind. Sie sind aber ineinander umwandelbar und daher keine Urbausteine im Sinne unveränderlicher Teilchen.

Relative Atommasse

Die relative Atommasse gibt an, wieviel mal schwerer ein Atom ist als 1/12 Kohlenstoffatom $^{12}_6\text{C}$. Die Masse des Kohlenstoffatoms $^{12}_6\text{C}$ wird gleich 12,000 gesetzt.

Mol, Grammatom

Ein Grammatom (g-Atom) eines Elements ist die Stoffmenge in Gramm, die der relativen Atommasse entspricht.

Mol (Grammolekül)

Ein Grammolekül (Mol) einer chemischen Verbindung ist die Stoffmenge in Gramm, die der relativen Molekularmasse entspricht.

Massenprozent

Die Massenprozentage geben an, wieviel Massenteile eines Stoffes sich in 100 Massenteilen einer Lösung befinden $P_m = m_{\text{Stoff}} / m_{\text{Lösung}} \cdot 100\%$

Loschmidtsche Zahl

In einem Mol sind $6,023 \cdot 10^{23}$ Atome (Moleküle) enthalten.

Elementarteilchen

Tabellenwerte

Name, Symbol, Ruhemasse in m_e , Ladung in e, Spin in $\hbar/(2\pi)$, Baryonenzahl, Leptonenzahl, Mittlere Lebensdauer in s, wichtige Zerfälle

Photon γ , 0, 0, 1, 0, 0, stabil, -

Leptonen

Elektron e^- , 1, -1, 1/2, 0, 1, stabil, -

Myon μ^- , 206,8, -1, 1/2, 0, 1, $2,2 \cdot 10^{-6}$, $\mu^- \rightarrow e^- \nu_{e^-} \nu_{\mu}$

Tau τ^- , 3490, -1, 1/2, 0, 1, $2,7 \cdot 10^{-13}$, $\tau^- \rightarrow e^- \nu_{e^-} \nu_{\tau}$ bzw. $\mu^- \nu_{\mu^-} \nu_{\tau}$; $\pi^- \nu_{\tau}$; $K \nu_{\tau^-}$

Elektronneutrino ν_{e^-} , <0,000117, 0, 1/2, 0, 1, stabil

Myonneutrino ν_{μ^-} , <2,35, 0, 1/2, 0, 1, stabil

Tauneutrino ν_{τ^-} , <401, 0, 1/2, 0, 1, stabil

Mesonen

Pion π^- , 273,1, -1, 0, 0, 0, $2,6 \cdot 10^{-8}$, $\pi^- \rightarrow \mu^- \nu_{\mu^-}$

Pion π^0 , 264,2, 0, 0, 0, 0, $0,8 \cdot 10^{-16}$, $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$

Kaon K^+ , 966,1, 1, 0, 0, 0, $1,24 \cdot 10^{-8}$, $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu}$ bzw. $\pi^+ \pi^0$ bzw. $\pi^+ \pi^+ \pi^-$

Eta η^0 , 1074,3, 0, 0, 0, 0, 2,5 · 10⁻¹⁹, $\eta^0 \rightarrow \gamma\gamma$ bzw. $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ bzw. $\pi^+ \pi^- \pi^0$

Baryonen - Nukleonen

Proton p, 1836,1, 1, 1/2, 1, 0, >10³⁰?, theoretisch $p \rightarrow \pi^+ \nu_{e^-}$ bzw. $e^+ \pi^0$
Neutron n, 1838,6, 0, 1/2, 1, 0, 932, $n \rightarrow p e^- \nu_{e^-}$

Baryonen - Hyperonen

Lambda Λ^0 , 2183,2, 0, 1/2, 1, 0, 2,5 · 10⁻¹⁰, $\Lambda^0 \rightarrow p \pi^-$ bzw. $n \pi^0$
Sigma Σ^+ , 2327,6, 1, 1/2, 1, 0, 0,8 · 10⁻¹⁰, $\Sigma^+ \rightarrow p \pi^0$ bzw. $n \pi^+$
Sigma Σ^- , 2343,1, -1, 1/2, 1, 0, 1,5 · 10⁻¹⁰, $\Sigma^- \rightarrow n \pi^-$
Sigma Σ^0 , 2333,6, 0, 1/2, 1, 0, 1 · 10⁻¹⁴, $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 \gamma$
Xi Ξ^- , 2585,6, -1, 1/2, 1, 0, 1,7 · 10⁻¹⁰, $\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 \pi^-$

Periodensystem

Periodensystem

Im Periodensystem der Elemente sind alle chemischen Elemente nach zunehmender Protonenzahl geordnet. Sie werden mit einem oder zwei Buchstaben abgekürzt. Elemente, die weit links im Periodensystem stehen, sind meist Metalle. Elemente, die weit rechts im Periodensystem stehen, sind meist Nichtmetalle. Elemente, die untereinander in einer Spalte stehen, verhalten sich chemisch ähnlich. Abkürzung: PSE

Periodensystem - Geschichte

Am Ende des 18. Jahrhunderts waren etwa 30 chemische Elemente bekannt, um 1863 bereits 63. Diese stetige wachsende Anzahl forderte eine Systematik. So veröffentlichte Döbereiner 1817 die Triaden, das sind vier Gruppen von je drei Elementen, welche gleiche Eigenschaften aufwiesen. 1864 stellte Newlands mit den Oktaven ähnliche Zusammenhänge fest.

Durch D.I. Mendelejew und später L. Meyer wurde zwischen 1868 und 1871 das Periodensystem der Elemente in der noch heute gültigen Form geschaffen. Dieses Hilfsmittel ist heute aus der Chemie und Atomphysik nicht mehr wegzudenken. So entdeckte Winkler 1886 das Element Germanium, welches auf Grund theoretischer Überlegungen zum Aufbau des Periodensystems schon 15 Jahre früher von Mendelejew als Eka-Silicium mit seinen Eigenschaften vorhergesagt wurde.

Atommassezahl

Masse der Atome in u (engl. unit, Einheit). 1 u ist rund 1,661 · 10⁻²⁴ Gramm. Die Tabelle enthält die von der IUPAC Commission on Atomic Weights and Isotopic Abundances 1995 veröffentlichten relativen Atommassen. Angegeben werden Ordnungszahl, Symbol, Element und Atomgewicht.

Natürliche Isotope

Atome des gleichen Elements, die sich in ihrer Neutronenzahl und damit in ihrer Atommasse unterscheiden, werden als Isotope bezeichnet. In der Natur treten bei verschiedenen Elementen Isotope auf, andere Elemente sind Reinelemente. Die Tabelle enthält alle natürlich vorkommenden Isotope der chemischen Elemente mit deren prozentualen Häufigkeit.

1
H
1,0079

Wasserstoff

H [Hydrogenium, griech.-lat.]; leichtestes chemisches Element; Ordnungszahl 1, Massenzahlen der Isotope 1 (Protium, 99,984%), 2 (Deuterium 0,016%), 3 (Tritium < 0,0000000001%)

relative Atommasse 1,00797; Wertigkeit 1,
Dichte 0,089870 g/l bei 0°C und 101,32 kPa
Dichte flüss. Wasserstoff 70 g/l bei -252,8°C
Schmelztemperatur -259,4°C Siedetemperatur -252,8°C
kritische Temperatur -239,9°C kritischer Druck 1,2969 MPa kritische Dichte 31 g/l

Eigenschaften

Wasserstoff ist ein farb-, geruch- und geschmackloses Gas. Er ist bei normaler Temperatur zweiatomig (Diwasserstoff). Unter besonderen Bedingungen bildet sich atomarer Wasserstoff (Monowasserstoff). Man unterscheidet zwei Arten von Wasserstoffmolekülen, Ortho- und Parawasserstoff, die bei normaler Temperatur in einem Gemisch im Verhältnis 3:1 vorliegen, während sich bei tieferen Temperaturen der Anteil des Parawasserstoffs erhöht. Die beiden Modifikationen haben einen unterschiedlichen Kernspin. Beim Orthowasserstoff ist der Spin gleichgerichtet, beim Parawasserstoff entgegengerichtet. Wasserstoff verhält sich bei nicht zu hohem Druck und nicht zu niedriger Temperatur fast wie ein ideales Gas. Auf Grund seines niedrigen Molekulargewichtes besitzt er das höchste Effusions- und Diffusionsvermögen aller Gase.

Wasserstoff ist das häufigste Element des Universums (79 %). An der Zusammensetzung der Erdkruste ist er mit 1400 g/t beteiligt, an der Zusammensetzung der Atmosphäre mit 0,03 g/t.

Elementar kommt Wasserstoff spurenweise in den unteren, als Hauptbestandteil in den obersten Schichten der Atmosphäre vor. In chemisch gebundener Form ist Wasserstoff hauptsächlich im Wasser enthalten, ferner in organischen Verbindungen, bei deren Zersetzung durch Bakterien er teilweise frei wird, und in Säuren, Basen und sauren Salzen.

2
He
4,00260

Helium, He

Edelgas, Ordnungszahl 2
relative Atommasse 4,0026; Wertigkeit 0
Siedetemperatur -268,9°C
Dichte 0,178 g/l bei Normalbedingung

Helium, Eigenschaften

Helium ist das Element mit dem niedrigsten Siedepunkt von -268,93°C = 4,215 Kelvin. Als Edelgas, mit einer vollständigen äußeren Elektronenschale, ist sehr reaktionsträge. Die Elektronenkonfiguration von He ist 1s².

Die Kristallisation erfolgt nur bei Kombination von Abkühlung und Druck, wobei kein Tripelpunkt vorliegt. Damit ist der Schmelzpunkt in einem gewissen Bereich variabel (Fp bei 25at: 1,13K). Auch sonst weist Helium eine Reihe physikalischer Besonderheiten auf.

Bei 2,2K geht das normale, sogenannte HeI, in superfluides HeII über, das praktisch ohne Reibung fließt. Dieses Phänomen führt z.B. dazu, dass Helium in dünner Schicht entgegen der Schwerkraft von einem Gefäß in ein anderes, hineingestelltes, über die Wandung hinüberlaufen kann.

Helium kommt in beträchtlicher Menge in der Luft vor, etwa 5 cm³ je Kubikmeter; und ist vorwiegend Zerfallsprodukt radioaktiver Elemente, wie Uran, Radium oder Thorium.

Zusätzlich findet man in Erdgasquellen; vorwiegend in den USA; bis zu 7 % Helium. Aus diesem Erdgas wird das Edelgas gewonnen. Helium ist aufgrund der Kernfusionsprozesse mit etwa 23% das zweithäufigste Element des Universums.

Helium wurde 1868 spektralanalytisch von Secchi im Sonnenspektrum entdeckt und von Lockyer und Frankland (1881) nach der Sonne (helios) benannt.

Helium kommt in der Natur in den Isotopen ⁴He (99,99987%) und ³He (0,00013%) vor. Es entsteht, bedingt durch die hohe Stabilität der Kerne (Bindungsenergie ca.7MeV), sowohl bei Kernfusions- als auch bei Kernzerfalls- und -spaltungsprozessen. Größere Mengen ³He erhält man beim Zerfall des Tritiums.

3
Li
6,94

Lithium, Li

chemisches Element aus der 1.Hauptgruppe des Periodensystems, der Gruppe der Alkalimetalle, ein Leichtmetall (das leichteste aller Metalle)

Ordnungszahl 3; Massenzahlen 6 (7,42%), 7 (92,58%), 8 (instabil, T = 0,8s)

relative Atommasse 6,941; Wertigkeit 1

Härte nach Mohs 0,6 Dichte 0,5349 g/cm³

Schmelztemperatur 179°C Siedetemperatur 1336°C



Gemäß der Schrägbeziehung im Periodensystem ist Lithium in seinen chemischen und physikalischen Eigenschaften mehr mit Calcium als mit anderen Alkalimetallen verwandt. Es ist silberweiß, sehr weich und lässt sich durch Pressen oder Walzen

verformen.

An feuchter Luft bedeckt sich Lithium rasch mit einer weißen Kruste; deshalb bewahrt man es unter Paraffinöl oder Petroleum auf.

Achtung: Lithium und Lithiumverbindungen sind in höheren Dosen giftig !!!

Lithium ist an der Zusammensetzung der Erdkruste mit 30 g/t beteiligt. Trotz dieses relativ hohen Gehalts rechnet man Lithium jedoch zu den selteneren Elementen, da es nirgends in größeren Konzentrationen angereichert ist. So enthalten viele natrium- und kaliumhaltige Minerale Spuren von Lithium; technische Bedeutung haben Spodumen als wichtigstes und häufigstes Lithiummineral, Amblygonit, Lepidolith und Petalit. Das lithiumreichste Mineral ist Kryolithionit.

Ferner findet man Lithium in Mineralquellen (Gehalt der Bonifatiusquelle in Salzschlirf 316,6 mg LiCl je Liter), in Salinen, Grubenwässern und auch im Meerwasser. Lithium ist ein Spurenelement und in Böden mit etwa 30 ppm und in Pflanzen mit etwa 0,1 ppm in der Trockensubstanz enthalten. Über seine physiologische Bedeutung ist wenig bekannt.

Lithium wurde 1817 von Arfvedson im Petalit, später auch im Spodumen und Lepidolith entdeckt. Das metallische Lithium wurde erst 1855 von Bunsen und Matthiessen durch Schmelzflusselektrolyse hergestellt. Lithium erhielt seinen Namen nach seinem Vorkommen im Gestein (griech.lithos='Stein').



Beryllium, Be

chemisches Element aus der 2.Hauptgruppe des Periodensystems, der Erdalkaligruppe, ein Leichtmetall, Ordnungszahl 4

relative Atommasse 9,0122; Wertigkeit 2

Härte nach Mohs 6 bis 7 Dichte 1,86 g/cm³

Schmelztemperatur 1285°C Siedetemperatur 2970°C

Achtung: Beryllium und seine Verbindungen sind gesundheitsgefährdend.

Beryllium ist an der Zusammensetzung der Erdkruste mit etwa 2 g/t beteiligt, es kommt nur in gebundener Form vor. Berylliumminerale sind verhältnismäßig selten. Am wichtigsten ist Beryll, weitere Minerale sind Euklas, Gadolinit, Chrysoberyll und Phenakit.

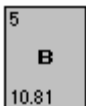
Beryllium ist stahlgrau und ziemlich hart. Es kristallisiert hexagonal. Bei Zimmertemperatur ist es spröde, mit steigender Temperatur nimmt die Sprödigkeit zunächst ab, oberhalb 425°C jedoch wieder zu.

Beryllium ähnelt in seinen chemischen Reaktionen dem Aluminium: In Wasser löst es sich nicht.

Auch von Sauerstoff wird Beryllium bei Zimmertemperatur nur oberflächlich oxidiert, bei 600°C ist die Oxidation bereits merklich, oberhalb 1000°C wird Beryllium sehr schnell völlig in weißes Berylliumoxid umgewandelt.

Berylliumoxid wurde 1797 von Vanquelin als Bestandteil des Minerals Beryll erkannt. Unreines Beryllium stellte erstmals Wöhler 1828 bei der Reduktion von Berylliumchlorid mit Kalium dar. Das reine Metall gewann zuerst Lebeau 1898 durch Elektrolyse von Natriumfluoroberyllat.

Beryllium hat als einziges Leichtmetall mit hohem Schmelzpunkt, verhältnismäßig hoher Festigkeit und hohem Dehnungsmodul eine besondere Bedeutung für den Bau von Flugzeugen, Raketen und Weltraumfahrzeugen. Als wärmespeicherndes Metall eignet sich Beryllium für Schutzüberzüge gegen die bei sehr hohen Geschwindigkeiten auftretende Reibungswärme. Aus Beryllium hergestellte Austrittsfenster für Röntgenstrahlen absorbieren etwa 17 mal schwächer als solche aus Aluminium. Beryllium ist ein ausgezeichnetes, qualitätsverbesserndes Legierungsmetall.



Bor, B

chemisches Element aus der 3.Hauptgruppe des Periodensystems, der Bor-Aluminium-Gruppe, Halbmetall; Ordnungszahl 5

Massenzahlen Isotope 10 (28,45%), 11 (81,55%)

relative Atommasse 10,811; Wertigkeit 3, seltener 5

Härte nach Mohs 9,3

Dichte 2,34 g/cm³ ; Schmelztemperatur 2050°C ; Siedetemperatur 2550°C

Achtung: Bor wirkt elementar oder in Form seiner Verbindungen bei ständiger Aufnahme giftig.

Besonders giftig sind Borwasserstoffverbindungen.

Kristallines Bor ist grauschwarz; Amorphes Bor ist ein geschmack- und geruchloses, braunes Pulver mit einer Dichte von 1,74 g/cm³.

Erst bei höheren Temperaturen reagiert es mit anderen Stoffen. Erhitzt man das reaktionsfähigere amorphe Bor auf 700°C, so entzündet es sich und verbrennt mit rötlicher Flamme zu Bortrioxid.

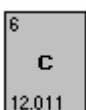
Wegen seiner großen Affinität zu elektronegativen Elementen ist Bor bei hohen Temperaturen ein starkes Reduktionsmittel. So reduziert es bei höheren Temperaturen Metalloxide, -sulfide und -halogenide zum Metall, Wasser zu Wasserstoff.

Das Isotop Bor-10 wird auf Grund seines hohen Einfangquerschnittes für Neutronen als Bestandteil der Steuer- und Havariestäbe in Kernreaktoren verwendet. In der Metallurgie dient Bor als Desoxidationsmittel bei der Herstellung von gasfreiem Kupfer, Siliziumbronze, Nickel- und Edelmetalllegierungen.

Bor ist an der Zusammensetzung der Erdkruste mit etwa 3 g/t beteiligt.

Es kommt in der Natur nur an Sauerstoff gebunden in Form von Borsäure oder Boraten vor. Das technisch wichtigste Bormineral ist Kernit. Der geochemisch wichtigste Borträger ist Turmalin. Bor ist ein wichtiges Spurenelement, das sich in jedem Boden findet. In der Trockensubstanz der Kulturpflanzen ist es zu 94,7 ppm enthalten.

Bor ist an der Photosynthese und an der Blütenbildung beteiligt. Bormangel führt zu verschiedenen Pflanzenkrankheiten.



Kohlenstoff, C

chemisches Element aus der 4.Hauptgruppe des Periodensystems, der Kohlenstoff-Gruppe, Nichtmetall; Ordnungszahl 6

relative Atommasse 12,01; Elektronegativität 2,5; Wertigkeit 4

Dichte 2,25 g/cm³ ; Schmelztemperatur 3730°C ; Siedetemperatur 4830°C

Holzkohle und Ruß sind der Menschheit seit prähistorischer Zeit bekannt. Die Ägypter der Antike schrieben mit aus Ruß hergestellter Tusche auf Papyrus. Schreibstifte mit Graphitminen wurden in England schon um 1560 kommerziell hergestellt.

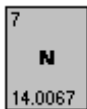
Die beiden Modifikationen des Kohlenstoffs, Diamant und Graphit, unterscheiden sich voneinander durch ihr Kristallgitter und damit auch in ihren Eigenschaften. Der Diamant besitzt ein Atomgitter, in dem jedes Kohlenstoffatom verbunden ist. Da kaum frei bewegliche, elektrisch geladene Teilchen nicht vorhanden sind, leitet der Diamant die Elektrizität nicht. Die Kohlenstoffatome im Graphit bilden hier Sechsecke, die wabenartig in Ebenen angeordnet sind.

Kohlenstoff tritt in die Natur sowohl elementar als auch in Verbindung auf.

Die wichtigsten Diamantlagerstätten befinden sich in Afrika (Südafrika, Kongo) und in Russland (Sibirien). Diese Lagerstätten enthalten in einer Tonne anderer Mineralien (vor allem Sand) nur ein Gramm Diamant.

In gebundener Form liegt der Kohlenstoff außer in den Kohlen und im Erdöl und Erdgas in allen lebenden Organismen vor.

Wesentlich größere Mengen an gebundenem Kohlenstoff findet sich in anorganischen Verbindungen. Das Kohlendioxid ist nicht nur in großen Mengen in der Atmosphäre enthalten, sondern in noch weit größeren Mengen im Wasser der Meere gelöst. Das Kalziumkarbonat CaCO_3 , ein Salz der Kohlensäure, bildet als Kalkstein, Kreide oder Marmor sowie im Dolomit $\text{CaCO}_3 \cdot \text{MgCO}_3$ ganze Gebirgszüge.



Stickstoff, N

von Nitrogenium griech.-lat., chemisches Element aus der 5.Hauptgruppe des Periodensystems, Stickstoff-Phosphor-Gruppe; Ordnungszahl 7

Massenzahlen der Isotope 14 (99,635%) und 15 (0,365%), Wertigkeit meist 3 auch 5, auch 1, 2, 4

Dichte bei 0°C und 101,32 kPa 1,2505 g/l (bei -195,8 °C 0,879 g/cm³)

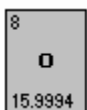
Schmelztemperatur -210,5°C Siedetemperatur -195,8°C

Stickstoff ist ein farb-, geruch- und geschmackloses Gas, das leichter als Luft ist. Er unterbindet die Atmung, brennt selbst nicht und unterhält auch nicht die Verbrennung anderer Stoffe. Stickstoff lässt sich nur schwer verflüssigen. Bei Temperaturen unter -237,7°C geht Stickstoff in eine andere Modifikation über. Unter normalen Bedingungen kommt er molekular als Distickstoff vor. Die Bindung der beiden Atome ist sehr fest, Distickstoff ist daher sehr reaktionsträge.

Ammoniumsalze und Nitrate benutzten schon die arabischen Alchemisten. Stickstoff wurde von den Engländern J.Mayow, H.Cavendish und J.Priestley isoliert und beschrieben, jedoch erst von D.Rutherford 1772, gleichzeitig mit C.W.Scheele, als selbstständiges Element erkannt.

Stickstoff kommt in der Natur sowohl in freiem als auch in gebundenem Zustand vor. An der Zusammensetzung der Erdkruste ist er mit 46 g/t beteiligt, an der Zusammensetzung der Atmosphäre mit 755100 g/t.

Stickstoffhaltige Minerale sind selten; größere Vorkommen gibt es nur von Chilesalpeter. Stickstoff ist ein unentbehrlicher Kernnährstoff, der in der Trockensubstanz der Pflanzen zu etwa 0,5 bis 5,5% enthalten ist. In der Natur findet ein ständiger Stickstoffkreislauf statt. Der freie Luftstickstoff, von den Pflanzen nicht verwertbar, wird durch Boden- und Knöllchenbakterien in Stickstoffverbindungen überführt. Die Pflanzen bauen aus den anorganischen Verbindungen, in denen Stickstoff als Ammoniumion und als Nitration vorliegt, organische Verbindungen (z.B. Eiweißstoffe und Nukleinsäuren) auf, die den Stickstoff in verschiedener Form enthalten.



Sauerstoff, O

von Oxygenium, griech.-lat, chemisches Element aus der 6.Hauptgruppe des Periodensystems, der Sauerstoff-Schwefel-Gruppe (Chalkogene); Ordnungszahl 8

Massenzahlen der Isotope 16 (99,7587 %) , 17 (0,0374 %), 18 (0,2039 %) relative Atommasse 15,999 Wertigkeit 2

Litergewicht 1,42904 g bei 0°C und 101,32 kPa

Dichte des flüssigen Sauerstoffs bei -182,97°C: 1,118 g/cm³

Dichte des festen Sauerstoffs bei -252°C: 1,426 g/cm³

Schmelztemperatur -218,78°C Siedetemperatur -82,97°C

Sauerstoff wurde 1772 von Scheele und 1774 von Priestley entdeckt. Scheele erhielt den Sauerstoff beim Erhitzen von Quecksilberoxid und Mennige. Beide waren aber noch Anhänger der Phlogistentheorie, während Lavoisier 1774 die Mitwirkung des Sauerstoffs bei Oxidbildung, Verbrennung und Atmung erkannte.

Sauerstoff ist ein farb-,geruch- und geschmackloses Gas. Bei -182,97°C kondensiert das Gas zu einer hellblauen Flüssigkeit, die bei -218,78°C zu hellblauen, regulär (kubisch) kristallisiertem γ -Sauerstoff erstarrt, der bei weiterer Abkühlung zunächst in rhomboedrisch kristallisierten β -Sauerstoff und dann in den rhombisch kristallisierten α -Sauerstoff übergeht.

In Wasser ist Sauerstoff nur wenig löslich. Unter normalen Umständen kommt Sauerstoff zweiatomig als Disauerstoff vor. Aus drei Atomen besteht Trisauerstoff, der als Ozon bezeichnet wird.

Sauerstoff bildet mit allen Elementen außer den meisten Edelgasen und mit vielen Verbindungen unter Licht- und Wärmeentwicklung Oxide, Sauerstoffsäuren oder auch Salze. Dieser Vorgang wird Oxidation

genannt. Zur Einleitung der Verbrennung ist meist eine erhöhte Temperatur, die Entzündungstemperatur, notwendig, da die Sauerstoffmoleküle bei Raumtemperatur recht träge sind.

Sauerstoff ist das häufigste Element der Erde. An der Zusammensetzung der Erdkruste ist er mit etwa 466000 g/t beteiligt, an der Zusammensetzung der Erdatmosphäre mit 231500 g/t. Die Hauptmasse des Sauerstoffs ist gebunden an Wasserstoff im Wasser enthalten, ferner in den gesteins- und erzbildenden Oxiden und Salzen von Sauerstoffsäuren, z.B. im Magnetit, im Kalkstein, im Olivin, im Gips und im Malachit.

9
F
18,99840

Fluor, F

chemisches Element aus der 7.Hauptgruppe des Periodensystems, der Gruppe der Halogene, Reinelement, Ordnungszahl 9

relative Atommasse 18,9984; Wertigkeit 1

Schmelztemperatur -223°C Siedetemperatur -187,9°C

Fluor ist bei Raumtemperatur ein schwach grünlich gefärbtes Gas, das das Lungengewebe angreift. Als Flüssigkeit ist es hellgelb gefärbt und hat eine Dichte von 1,108 g/cm³.

1529 beschrieb Agricola die Verwendung von Flussspat als Flussmittel, besonders bei metallurgischen Prozessen. Davon leitete sich später der Name des Elements (fluor=fließend) ab. Die Darstellung der Elementsubstanz gelang erst 1886 durch Moissan mittels Elektrolyse eines Gemisches von KF mit flüssigem HF.

Achtung! Fluor ist in seinen Applikationen widersprüchlich. Einige Fluorverbindungen sind hochtoxisch (z.B. F₂, ClF₃, Trifluoressigsäure), andere sind vorzügliche Heilmittel (z.B. Fluoruracil in der Augenheilkunde). Fluoriertes Wasser erhöht die Widerstandskraft der Zähne gegen Karies. Als besonders gefährlich gilt die technisch wichtige Flusssäure HF. Flusssäure dringt auch in verdünnten Lösungen selbst durch Fingernägel und verursacht schmerzhafte Verletzungen (Arzt aufsuchen!). Gasförmiges HF ist eine ernsthafte Gefährdung der Umwelt.

Die besonderen Gleiteigenschaften von Fluor und seinen Verbindungen finden Anwendung bei der Beschichtung von Schiffen. Modifiziertes Ethylen-Tetrafluorethylen Copolymer wird thermoplastisch u.a. zu Folien verarbeitet, die sich durch hohe Transparenz, UV-Durchlässigkeit, Witterungsbeständigkeit und schwere Entflammbarkeit auszeichnen. Sie eignen sich z.B. für großflächige Überdachungen, zur Herstellung von Parabolspiegeln und leichten Solargeräten.

10
Ne
20,17

Neon, Ne

farbloses, geruchsloses Edelgas, Ordnungszahl 10

Atommasse 20,179 Ionisierungsenergie 21,564 eV

Schmelztemperatur 24,48 K Siedetemperatur 27,1 K

Dichte 0,84 g/l, 3 natürliche und 7 künstliche Isotop sind bekannt.

100 l atmosphärische Luft enthalten etwa 1,8 ml Neon. Im Weltraum ist Neon nach Wasserstoff und Helium das dritthäufigste Element. Die rote Farbe des Lichtes resultiert aus Spektralübergängen sowie aus Stoffprozessen, so dass in Abhängigkeit von Fülldruck, Spannung und Zusatzgasen eine gewisse Variationsbreite erreicht wird.

Neon ist bei Normalbedingungen ein farbloses, geruchloses und geschmackloses Gas. Erst bei -246°C wird es flüssig. Es hat somit nach Helium und Wasserstoff den niedrigsten Siedepunkt aller Elemente. Bei -248,7°C wird es fest.

Die Eigenschaften von Neon werden durch die abgeschlossene Valenzelektronenschale bestimmt. Diese Edelgasschale ist sehr stabil. Neon ist sehr reaktionsträge und geht unter normalen Bedingungen keine Verbindungen ein.

Die Entdeckung der "seltenen Gase" ist eng mit den Namen Cavendish, Rayleigh und Ramsay verbunden. Cavendish hatte schon 1785 bei Untersuchungen zur Zusammensetzung der Luft bemerkt, dass nach allen Manipulationen immer ein Restvolumen von "nicht mehr als der 120.Teil des Ganzen" übrig blieb, das mit chemischen Mitteln nicht zu beseitigen war.

Allerdings: das Periodensystem der chemischen Elemente sah keinen Platz für das neue Element vor. Ramsay schlug vor, das Periodensystem um eine neue Gruppe zu erweitern.

Das Edelgas wird ausschließlich aus verflüssigter Luft durch fraktionierte Kondensation bzw. Destillation gewonnen. Die Weltjahresproduktion wird mit einer Tonne angegeben und die atmosphärischen Reserven auf 65 Mrd. t geschätzt. Als Füllung der Geißlerschen Röhre leuchtet es scharlachrot auf bei Stromdurchgang und wird daher in Leuchtröhren für Beleuchtungs- und Reklamezwecke verwendet.



Natrium, Na

Ordnungszahl 11

Das Natrium ist mit 2,6% in der Erdkruste verbreitet. Es tritt am häufigsten in der Form von Silikaten (z.B. Natronfeldspat $\text{Na}[\text{AlSi}_3\text{O}_8]$ Abbildung) auf. Die Steinsalzlagerstätten (NaCl) spielen für seine Gewinnung und die seiner Verbindungen die größte Rolle.

Das metallische Natrium wird im Laboratorium für viele Synthesen der organischen Chemie als Reduktionsmittel benutzt. Für die technische Darstellung von Natriumperoxid Na_2O_2 , Natriumamid NaNH_2 und Natriumcyanid NaCN wird metallisches Natrium verwendet.

Natriumdampflampen mit monochromatischem (einfarbigem) gelben Licht zeigen hohe Lichtausbeute. Es werden bis zu 80% der zugeführten Elektroenergie in Licht umgewandelt.

Daher spielen sie in der Beleuchtungsindustrie eine gewisse Rolle. Für bestimmte

Blei- und Aluminiumlegierungen (Lagermetalle) ist Natrium Legierungsbestandteil.



Magnesium, Mg

Magnesium ist das achthäufigste Element der Erdkruste (etwa 20,9 kg/t) und kommt nicht gediegen vor. Mächtige Lager bestehen aus Dolomit $\text{CaCO}_3 + \text{MgCO}_3$.

Magnesium (von Magnesia, einer Stadt in Kleinasien) ist sehr leicht, silberglänzend, in reinem Zustand gut dehnbar, stark elektropositiv, bei Normaltemperatur luftbeständig (Bildung einer dünnen Oxid-Passivschicht).

Die Schmelztemperatur beträgt 651°C . Da sich Magnesium an der Luft bereits bei 550°C entzündet, ist die Herstellung einer Schmelze sehr kompliziert.

Im Meerwasser sind viele Mg-Salze gelöst (z.B. MgCl_2 , MgSO_4 , MgBr_2). In einem Liter befinden sich etwa 1,3g Magnesium; das sind erdweit gerechnet rund 60 Milliarden t.

Größte Bedeutung hat Magnesium in der lebenden Materie. Z.B. enthalten 100 g Blut 3 mg und 100 g Muskelgewebe etwa 23 mg Magnesium. Dieses Element dient als Aktivator der Phosphorylierungsvorgänge beim Zuckerabbau.

Das Metall wird hauptsächlich durch Schmelzelektrolyse von Magnesiumchlorid im Gemisch mit anderen Alkali- oder Erdalkalichloriden gewonnen.

Auch die Reduktion von Magnesiumoxid durch Ferrosilizium (Eisensiliziumlegierung), Koks oder Silizium wird für seine Herstellung genutzt ($\text{MgO} + \text{C}_2 \rightarrow \text{Mg} + \text{CO}$).

Die Magnesiumverbindung Asbest, $3 \text{MgO}_2\text{SiO}_2 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$, das wegen seiner gesundheitsschädigenden Wirkung seit einigen Jahren Aufmerksamkeit erregt, ist schon lange bekannt.

Die Griechen der Antike nannten das faserförmige, seidenartig glänzende Mineral das "Unzerstörbare". Die Ersterstellung des Magnesiums gelang H.Davy 1808 durch Schmelzflusselektrolyse. Allerdings war das Produkt verunreinigt. A.Bussy stellte 1829 erstmals reines Magnesium dar.

Sehr große technische Bedeutung hat dieses Leichtmetall als Bestandteil vieler Legierungen (mit

Al, Cu, Mn, Cd, Li, Zn u.a.), die sich durch große Härte, geringe Dichte und hohe Beständigkeit auszeichnen (Kraftfahrzeug-, Flugzeug-, Schiff- und Maschinenbau).

Aluminium, Al

chemisches Element aus der 3.Hauptgruppe des Periodensystems, der Gruppe der Erdmetalle, das wichtigste Leichtmetall, Reinelement, Ordnungszahl 13

relative Atommasse 26,9815 ; Wertigkeit 3, sehr selten 1 ; Dichte $2,70 \text{ g/cm}^3$

Schmelztemperatur $660,2^\circ\text{C}$; Siedetemperatur 2270°C

Mit einem Masseanteil von etwa 8% ist Aluminium das dritthäufigste Element der Erdkruste. Aluminium ist silberweiß und kristallisiert kubisch flächenzentriert.

Das Leichtmetall besitzt hohe elektrische Leitfähigkeit und Wärmeleitfähigkeit. Nach seinem Standardpotential $1,76 \text{ V}$ gehört Aluminium zu den unedlen Metallen. Das spezifische elektrische Leitvermögen beträgt etwa 65 % von dem des Kupfers. Aluminium ist sehr dehnbar; man kann es daher zu sehr feinen Drähten ausziehen, zu dünnen Blechen und Folien (bis $5 \mu\text{m}$) auswalzen und als Blattaluminium bis $0,4 \mu\text{m}$ aushämmern.

Aluminium kommt in der Natur wegen seiner großen Reaktionsfähigkeit nicht frei sondern nur in Form von Verbindungen vor.

Es findet sich hauptsächlich in Feldspäten und Glimmern, sowie in deren Verwitterungsprodukten vor, den Tonen. Beispiele für Feldspäte und Glimmer sind Kalifeldspat (Orthoklas), Natronfeldspat (Albit), Kalkfeldspat (Anorthit), Kaliglimmer (Muskovit), Topas. Von den Tonen ist Bauxit am wichtigsten. Bauxit ist ein Gemenge von verschiedenen Aluminiumhydroxid-Mineralen, der hauptsächlichste Ausgangsstoff für die Aluminiumherstellung.

Auf Grund seiner guten elektrischen Leitfähigkeit wird Aluminium in der Elektrotechnik z.B. als Kabel, Draht, Stromschienen, Gehäuse u.a. verwendet, die hohe chemische Widerstandsfähigkeit ermöglicht die Verwendung im chemischen Apparate- und Behälterbau (Transport-, Lager-Reaktionsbehälter). Da Aluminiumverbindungen ungiftig sind, ist Aluminium auch für die Nahrungsmittelindustrie wichtig. Der Name Aluminium leitet sich von alumen (Alaun) ab; dieser taucht schon im 5.Jh.v.u.Z. bei Herodot auf. Marggraf gewann 1754 erstmals die Tonerde Al_2O_3 , 1825 gelang Oerstedt die Darstellung des freien Metalls durch Reduktion des Chlorids mit Kaliumamalgam, 1827 verbesserte Wöhler das Verfahren und gilt als eigentlicher Entdecker des Aluminiums.



Silizium, Si (auch Silicium)

chemisches Element aus der 4.Hauptgruppe des Periodensystems, der Kohlenstoff-Silizium-Gruppe, Halbmetall; Ordnungszahl 14
Atomgewicht 28,086 ; Wertigkeit 4, seltener 2; Dichte $2,38 \text{ g/cm}^3$
Schmelztemperatur 1410°C ; Siedetemperatur 2630°C

Silizium ist an der Zusammensetzung der Erdkruste mit 277,2 kg/t beteiligt. Damit ist Silizium neben Sauerstoff das meistverbreitete Element und ebenso häufig wie alle übrigen Elemente zusammen. Silizium ist ein Spurenelement. Es findet sich in der Natur nie in freiem Zustand, sondern stets in Verbindungen, so als Siliziumdioxid und in den sich davon ableitenden Silikaten.

Silizium ist sehr spröde und lässt sich leicht pulverisieren. Es leitet den elektrischen Strom; die Leitfähigkeit nimmt mit steigender Temperatur zu. Reines kristallisiertes Silizium bildet dunkelgraue undurchsichtige, stark glänzende Oktaeder.

Wegen seiner hohen Affinität zum Sauerstoff dient Silizium hauptsächlich als Desoxidationsmittel (Ferrosilizium). Es setzt die Löslichkeit des Kohlenstoffs im Eisen herab, so dass sich Kohlenstoff ausscheidet; dies ist für die Herstellung von Gusseisen von Bedeutung.

Stähle mit einem Siliziumgehalt bis 4,4 % erfüllen die für magnetische Bleche wichtige Forderung möglichst geringer Leitfähigkeit zur Senkung der Leistungsverluste. Hochsiliziumhaltige Stähle besitzen eine hohe Säurebeständigkeit und werden in der chemischen Großindustrie eingesetzt. Silizium wird ferner als Legierungselement bei Aluminiumlegierungen, Kupferlegierungen u.a. verwendet.

Silizium wurde 1823 von Berzelius entdeckt. Er erhielt elementares Silizium durch Reduktion von Siliziumtetrafluorid mit metallischem Kalium.

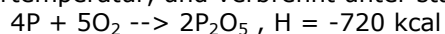
Phosphor, P

Ordnungszahl 15

Vom Phosphor gibt es mehrere allotrope Modifikationen: den weißen, den violetten und den schwarzen Phosphor. Dagegen ist der rote Phosphor keine einheitliche Modifikation. Der weiße Phosphor ist metastabil, er färbt sich schon bei Zimmertemperatur gelb, weil er langsam in roten Phosphor übergeht. Wird weißer Phosphor unter Luftabschluss einige Zeit über 250°C erhitzt, so wandelt er sich vollständig in roten Phosphor um. Weißer Phosphor schmilzt bei $44,1^\circ\text{C}$ und siedet unter Luftabschluss bei 280°C . Er ist wachsartig weich und hat eine Dichte von $1,82 \text{ g/cm}^3$.

Achtung: Weißer Phosphor ist sehr giftig (schon 0,01 g können tödlich wirken) und außerordentlich reaktionsfähig.

Weißer Phosphor entzündet sich an der Luft bei etwa 50°C , in feinverteilter Form auch schon bei Zimmertemperatur, und verbrennt unter starker Wärmeentwicklung mit gelblich-weißer Flamme.



Der Name Phosphor (griech. Lichtträger) geht darauf zurück, dass weißer Phosphor an feuchter Luft langsam oxidiert und dabei im Dunkeln bläulich leuchtet (phosphoresziert). Weißer Phosphor verursacht schwer heilende Brandwunden. Als Erste Hilfe sind derartige Wunde nach Entfernen des Phosphors mit einer Kupfersulfatlösung zu behandeln.

Weißer Phosphor wurde im 2.Weltkrieg in Phosphorbrandbomben allem von US-amerikanischen und englischen Flugzeugen bei Terrorangriffen auf Wohngebiete abgeworfen und verursachten große Brände und schwere Verluste unter der Zivilbevölkerung.

Roter, violetter, Phosphor ist nicht giftig und wesentlich weniger reaktionsfähig als weißer. Er entzündet sich erst oberhalb 400°C . Die Dichte des violetten Phosphors beträgt $2,34 \text{ g/cm}^3$, die des im Handel befindlichen roten Phosphors etwa $2,2 \text{ g/cm}^3$.

Phosphor tritt in der Natur nicht elementar auf, sondern nur in Verbindungen, vor allem in Phosphorsäure H_3PO_4 . Die wichtigsten Phosphatminerale sind Phosphorit $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ und Apatit $3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{Cl},\text{F})_2$. Große Phosphatlagerstätten befinden sich in Russland (Halbinsel Kola), in China, in den USA (Florida) und in Nordafrika (Algerien). Auch in vielen Eisenerzen, vor allem in der lothringische Minette, sind Phosphate enthalten.



Schwefel, S

von Sulfur, lat. sulphur, chemisches Element der 6.Hauptgruppe des Periodensystems, der Sauerstoff-Schwefel-Gruppe (Gruppe der Chalkogene), Nichtmetall, Ordnungszahl 16

relative Atommasse 32,064 ; Wertigkeit meist 2 und 6, auch 4 ; Dichte 2,06 g/cm³ (α -Schwefel)

Schmelztemperatur 119,0°C (β -Schwefel) ; Siedetemperatur 444,6°C

Schwefel war schon im Altertum bekannt. Bei den Alchemisten war er ein häufig gebrauchter Stoff. Seit dem Mittelalter wurde auch schon die Schwefelsäure verwendet. Schwefel ist polymorph. Er tritt sowohl im festen als auch im flüssigem und dampfförmigen Zustand in mehreren, meist enantiotropen Modifikationen auf.

Freier Schwefel wird an seiner charakteristischen Farbe erkannt und daran, dass er mit schwachblauer Flamme zu stechend riechendem Schwefeldioxid verbrennt. Aus Gemischen extrahiert man Schwefel mit Kohlendisulfid und lässt das Lösungsmittel verdunsten.

Schwefel verwendet man zum Vulkanisieren von Kautschuk und Guttapercha. Ferner dient Schwefel zum Schwefeln und zur Herstellung vieler seiner Verbindungen, z.B. von Schwefeldioxid, Schwefelwasserstoff, Dischwefeldichlorid und Kohlendisulfid, schwefelhaltigen Kittten, künstlichen Zinnober, Ultramarin und Schwefelfarbstoffen.

Wegen seiner niedrigen Entzündungstemperatur (260°C) ist Schwefel fein verteilt in Schwarzpulver und Zündholzköpfchen enthalten.

Schwefel ist an der Zusammensetzung der Erdkruste mit 520 g/t beteiligt.

Die wichtigsten schwefelhaltigen Minerale sind Pyrit (Eisenkies, Schwefelkies), Chalkopyrit (Kupferkies), Galenit (Bleiglanz) PbS, Zinkblende ZnS, Gips, Anhydrit, Epsomit, Baryt (Schwerspat), Zölestin und Mirabilit (Glaubersalz).

Chlor, Cl

chemisches Element aus der 7.Hauptgruppe des Periodensystems, Gruppe der Halogene, Ordnungszahl 17

Massen der Isotope 35 (75,5 %), 37 (24,5 %),

relative Atommasse 35,453, Wertigkeit 1 und 7, auch 3, 4, 5

Dichte 3,220 g/l; Dichte flüssiges Chlor bei -34°C 1,57 g/cm³

Schmelztemperatur -102,4°C ; Siedetemperatur -34,0°C

Chlor ist ein erstickend riechendes, gelbgrünes Gas. Unter gewöhnlichen Bedingungen ist es zweiatomig, d.h. es besteht aus Molekülen der Formel Cl₂. Bei -34,0°C kondensiert Chlor. Bei höheren Temperaturen ist zur Verdichtung ein geringer Druck erforderlich, z.B. bei 0°C 340,45 kPa, bei 20°C 668,75 kPa. Festes Chlor kristallisiert in einem tetragonalen Molekülgitter.

Achtung! Chlor ist ein Lungengift, dass auf die Schleimhäute der Atemorgane ätzend und entzündungserregend wirkt.

Kochsalz, die wichtigste Chlorverbindung, ist schon seit altersher im Gebrauch. Aus der Zeit um 3000 v.u.Z. gibt es erste Belege dafür. In der Bibel und in Märchen aller Kulturkreise widerspiegelt sich die Bedeutung dieses Minerals für das tägliche Leben.

Die Darstellung von Chlor (aus NaCl und Braunstein) gelang 1774 Scheele, der "von Phlogiston befreite Salzsäureluft" gefunden zu haben glaubte. Da die wässrige Lösung im Sonnenlicht Sauerstoff entwickelte, hielt man Chlor für eine sauerstoffhaltige Verbindung. Auch Berthollett hielt Chlor für eine Verbindung. Davy erkannte Chlor als Element und gab auch den Namen nach der gelbgrünen Farbe des Gases.

Der Bedarf an Chlor ist groß. Der Hauptabnehmer von Chlor ist die chemische Großindustrie, die es zur Herstellung von anorganischen und organischen Chlorverbindungen benötigt.

Wichtige anorganische Chlorverbindungen sind die Chloride und Chlorate, wichtige organische die chlorhaltigen Lösungsmittel, Kunststoffe und Zwischenprodukte für Farbstoffe. Beachtliche Mengen an Chlor werden für die Synthese von reinem Chlorwasserstoff, zum Entzinnen von Weißblechabfällen und zur chlorierenden Röstung.

Außerhalb der chemischen Industrie verwendet man Chlor zur Entkeimung von Wasser (Desinfektion in Badeanstalten). Chlor ist ein chemischer Kampfstoff.

Argon, Ar

chemisches Element aus der 8.Hauptgruppe des Periodensystems, Gruppe der Edelgase, Ordnungszahl 18

relative Atommasse 39,948 , Dichte 1,7839 g/l

Schmelztemperatur -189,3°C , Siedetemperatur -185,90°C

Argon ist ein farb-, geruch- und geschmackloses, einatomiges Edelgas. Es ist in Wasser etwas löslich (1 l Wasser löst bei 0°C 52 cm³ Argon). Argon ist chemisch äußerst reaktionsträge, es bildet lediglich

instabile Ionenmoleküle. Das Isotop ^{40}Ar entsteht auch heute noch durch K-Einfang. Seine Dominanz war der Grund dafür, dass Ar in der Reihe der Atommassen vor Kalium rangierte, was eine Zeit lang zu Irritationen bezüglich des Periodensystems geführt hatte.

An der Zusammensetzung der Erdkruste ist Argon mit 0,04 g/t beteiligt, an der Zusammensetzung der Atmosphäre mit 12800 g/t. In geringen Mengen kommt Argon auch in vulkanischen Dämpfen sowie in Erd-, Gruben- und Quellgasen vor. Auch in Quellwasser ist gelöstes Argon zu finden besonders in Wasser aus größeren Tiefen (Geysire).

Argon wird als Füllgas für Glüh- und Metaldampflampen verwendet, ferner für Leuchtstoffröhren, Gleichrichter, Zählrohre für radioaktive Strahlungen, Photokatoden und andere Spezialröhren der Elektrotechnik. Hierfür dient meist sehr reines Argon, nur für Glühlampen wird Argon stets im Gemisch mit 10 bis 15 Volumenprozent Stickstoff verwendet, da sich in reinem Argon leicht Lichtbögen bilden. Außerdem hat Argon als völlig inertes Schutzgas für viele industrielle Zwecke Bedeutung erlangt, z.B. beim Elektroschweißen von Leichtmetallen oder beim Erschmelzen von hochwertigem Stahl oder anderen wertvollen Metallen.

Ferner wird Argon im chemischen Laboratorium als Schutzgas beim präparativen Arbeiten sowie als Trägergas in der Gaschromatographie verwendet.

Argon wurde im Jahre 1894 gemeinsam von den Engländern Ramsay und Rayleigh als Bestandteil der Luft entdeckt.

Kalium, K

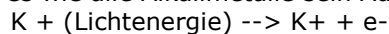
Ordnungszahl 19; relative Atommasse 39,0983 ; Ionisierungsenergie 4,341 eV

Schmelztemperatur 336,8 K ; Siedetemperatur 1047 K

Dichte 0,86 g/cm³ ; Atomradius 227 pm ; Ionenradius 133 pm

Kalium leitet sich al kalja (arab.): Asche her

Wie Natrium ist Kalium ein weiches, silberweißes Metall, das noch reaktionsfreudiger ist. Bei der Reaktion von Kalium mit Wasser entzündet sich der entstehende Wasserstoff von selbst. Beim Einwirken von Licht spaltet es wie alle Alkalimetalle sein Außenelektron ab:



Auf diese Weise kann elektrische Energie aus Lichtenergie gewonnen werden. In den Alkaliphotozellen, die in der Fotografie, Tonfilm- und Fernsehtechnik verwandt werden, wird diese Erscheinung praktisch genutzt.

Das Kalium kommt wie das Natrium in der Natur nur in Verbindungen vor. Diese sind vor allem Silikate (Kalifeldspat $\text{K}[\text{AlSi}_3\text{O}_8]$), Kaliumchlorid KCl und Kaliumsulfat K_2SO_4 . Kaliumchlorid und z.T. Kaliumsulfat werden in den Salzlagerstätten der norddeutschen Tiefebene, zu der das Staßfurter Revier gehört, im Werragebiet (Merkers) und am Südharz (Bleicherode) abgebaut.

Bedeutende Vorkommen befinden sich bei Mulhouse in Frankreich und in den USA. In Russland liegt ein großes Salzlager bei Solikamsk.

Alle diese Salzlager sind durch Austrocknen abgeschnittener Meeresteile entstanden. Bei ihrer Entstehung schieden sich zuletzt die leicht löslichen Kalisalze ab. Sie liegen daher über der Steinsalzschiefer. Da die Kalisalze zur Gewinnung des Steinsalzes abgeräumt werden mussten, wurden sie als Abraumsalze bezeichnet. Das metallische Kalium wird durch Schmelzflusselektrolyse des Hydroxides gewonnen.

Energieniveau der Elektronen

Die Elektronen "umkreisen" den Atomkern in bestimmten Abständen, den Elektronenschalen bzw. Energieniveaus.

Elektronen auf der äußersten Schalen heißen Außenelektronen

Elektronen auf der 1., innersten Schale sind am energieärmsten.

Elektronenschalen

Theoretische Maximalbelegung der Elektronenschalen = $2n^2$

Schale	Niveau	n	Maximalbelegung
K	1	1	2
L	2	2	8
M	3	3	18
N	4	4	32
O	5	5	50
P	6	6	72
Q	7	7	98

Gesetz der Erhaltung von Masse und Energie

Lavoisier und Lomonossow (18.Jh Massengesetz)

Die Summe von Masse und Energie bleibt bei jeder chemischen Reaktion konstant.

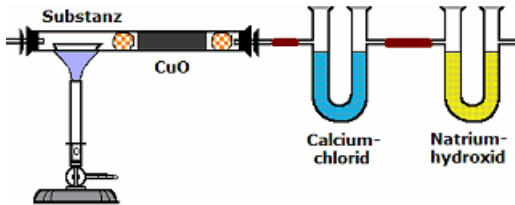
Gesetz der konstanten Proportionen Proust 1797

Chemische Elemente verhalten sich miteinander stets in einem bestimmten, konstanten Massenverhältnis.

Beispiel: 1 g Kohlenstoff verbindet sich immer mit 1,33 g Sauerstoff zu Kohlenstoffmonoxid und nicht mit einer hiervon abweichenden Masse Sauerstoff, wie etwa 1,2 oder 2,0 g.

Gesetz der multiplen Proportionen Dalton 1803

Bilden zwei Elemente mehrere Verbindungen miteinander, so verhalten sich die Massen des einen Elements, die sich in den verschiedenen Verbindungen mit den gleichen Massen des anderen Elements verbinden, wie kleine ganze Zahlen.



Elementaranalyse nach Liebig

Liegt eine unbekannte, organische Substanz vor, ist es notwendig eine Elementaranalyse durchzuführen. Für eine Verbindung, die nur aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff aufgebaut ist, müssen in der Verhältnisformel $C_xH_yO_z$ die Koeffizienten x , y und z bestimmt werden.

Dabei sollten diese Koeffizienten möglichst kleine natürliche

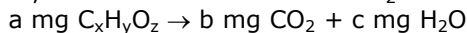
Zahlen sein. Liebig entwickelte 1831 die Verbrennungsanalyse. Dabei wird die genau gewogene Masse, der zu untersuchenden Substanz vollständig zu Kohlendioxid und Wasser oxidiert.

Unter vorsichtiger Zufuhr von Sauerstoff wird Kupferoxid CuO stark erhitzt. Sorgt man dafür, dass die Probe mit kleiner Flamme verbrennt und lässt man anschließend die Apparatur im Sauerstoffstrom erkalten, wird das entstehende Wasser vom Calciumchlorid und das Kohlenstoffdioxid vom Natronkalk absorbiert.

Aus den Versuchsergebnissen werden die absorbierten Massen von Wasser und Kohlendioxid bestimmt. Damit ist es möglich, die Massen der drei Elemente Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff in der Ausgangssubstanz zu berechnen und damit das kleinste ganzzahlige Verhältnis zu ermitteln.

Bestimmung des Wasserstoff- und Kohlenstoff-Gehalts von organischen Verbindungen

Eine genau abgewogene Substanz $C_nH_mO_y$ wird im Sauerstoffstrom an einer glühenden CuO -Schicht verbrannt, wobei der Kohlenstoff in CO_2 und der Wasserstoff in H_2O übergeht.



$b \text{ mg } CO_2$ enthalten $b \cdot \text{relative Atommasse C/rel. Molekülmasse } CO_2$ $\text{mg C} = 0,273 \cdot b \text{ mg C}$

$c \text{ mg } H_2O$ enthalten $2c \cdot \text{relative Atommasse H/rel. Molekülmasse } H_2O$ $\text{mg H} = 0,112 \cdot c \text{ mg H}$

Die Gewichtsprozent von H und C ergeben sich durch Division mit der Masse der Analysenprobe.

Gewichtsprozent O ergibt sich aus der Differenz zu 100%.

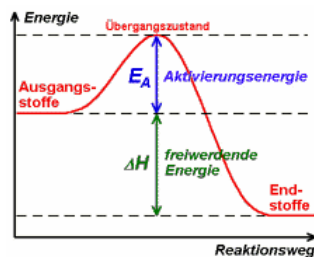
Das Zahlenverhältnis $x : y : z$ in der Molekülformel $C_xH_yO_z$ erhält man durch Division der Gewichtsprozent durch die relativen Atommassen.

$$x : y : z = \text{Gew. \% C} / 12,01 : \text{Gew. \% H} / 1,008 : \text{Gew. \% O} / 16$$

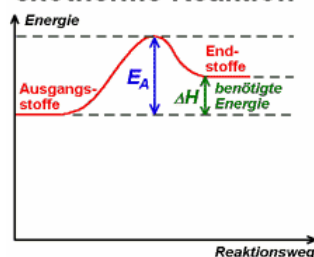
Um aus dem Zahlenverhältnis $x : y : z$ die Molekülformel $C_xH_yO_z$ abzuleiten, benötigt man zusätzlich die relative Molekülmasse der Substanz.

Beispielwerte:

Substanz = 6,87 mg ; Kohlenstoffdioxid = 19,28 mg ; Wasser = 3,94 mg



exotherme Reaktion



endotherme Reaktion

Chemisches Gleichgewicht

Chemische Reaktionen sind i.A. umkehrbar. Hin- und Rückreaktion laufen gleichzeitig ab. Die Lage des Gleichgewichts ist abhängig von ...

• Druck

Druckerhöhung verschiebt das Gleichgewicht nach der Seite der Stoffe mit dem geringeren Volumen

• Temperatur

Erhöhung der Temperatur verschiebt das Gleichgewicht nach der Seite der Stoffe, zu deren Bildung Wärmeenergie verbraucht wird

B.: $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$; $\Delta H = -22 \text{ kcal}$, exotherme Reaktion

• Konzentration

Erhöhung der Konzentration eines Ausgangsstoffes verschiebt das Gleichgewicht in Richtung der Reaktionsprodukte

Exotherme Reaktion

Reaktion mit negativer Reaktionsenthalpie; chemische Reaktion, bei der Wärme frei wird

Beispiel: $C + O_2 \rightarrow CO_2$; $\Delta H = -94,05 \text{ kcal}$

Endotherme Reaktion

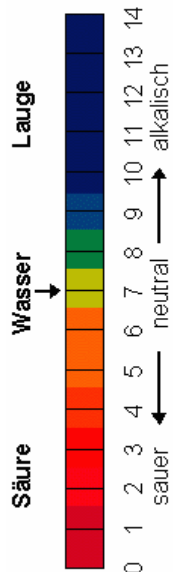
Reaktion mit positiver Reaktionsenthalpie; chemische Reaktion, die Wärme verbraucht

Beispiel: $2(\text{H}_2\text{O})_g + \text{C} \rightarrow 2\text{H}_2 + \text{CO}_2$; $\Delta H = +21.6 \text{ kcal}$

Heterogenes System

Entweicht eine Phase ständig aus dem System, stellt sich kein Gleichgewicht ein

Beispiel: $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$ (gasförmig)



pH-Wert

Der pH-Wert ist der negative dekadische Logarithmus der Wasserstoffionenaktivität H^+ .

pH-Skala

pH-Skala : 0 ... 3 ... 7 ... 11 ... 14
sauer neutral basisch

Ungefähre pH-Werte von gängigen Stoffen und Chemikalien:

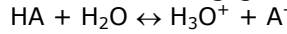
Salzsäure 35%	pH = -1	Salzsäure 3,5%	pH = 0
Salzsäure 0,35%	pH = 1	Magensäure	pH = 1
Zitronensaft	pH = 2	Essigessenz	pH = 2
Essig	pH = 3	Coca Cola	pH = 3
Wein	pH = 4	saure Milch	pH = 4,5
Bier	pH = 5	Hautoberfläche	pH = 5,5
Mineralwasser	pH = 6	reines Wasser	pH = 7
Blut	pH = 7,4	sauberes Seewasser	pH = 8,3
Darmsaft	pH = 8,3	Waschmittellösung	pH = 10
Natronlauge 3%	pH = 14	Natronlauge 30%	pH = 15

pH-Wert-Berechnung

Der Berechnung von pH-Werten in Säuren- und Basenlösungen liegen die

Gesetzmäßigkeiten des Massenwirkungsgesetzes und die Lösungsgleichung zu Grunde.

Für das Säure-Basen-Gleichgewicht



gilt das Massenwirkungsgesetz

$K_S = (\text{C}_{\text{H}_3\text{O}^+} \cdot \text{C}_{\text{A}^-}) / (\text{C}_{\text{HA}} \cdot \text{C}_{\text{H}_2\text{O}})$

$K_S = (\text{C}_{\text{H}_3\text{O}^+} \cdot \text{C}_{\text{A}^-}) / \text{C}_{\text{HA}}$

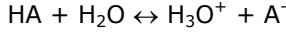
Der pH-Wert ergibt sich dann für starke Säuren zu $\text{pH} = -\lg \text{C}_{\text{H}_3\text{O}^+}$

analog für starke Basen

$\text{pOH} = -\lg \text{C}_{\text{OH}^-}$ und $\text{pH} = 14 - \text{pOH}$

pH-Wert schwacher Säuren

Schwache Säuren sind dadurch gekennzeichnet, dass sie kaum dissoziieren.



Damit wird:

$\text{C}_{\text{HA}} = \text{C}_0$ und $\text{C}_{\text{H}_3\text{O}^+} = \text{C}_{\text{A}^-}$

Als Näherung ergibt sich dann über das Massenwirkungsgesetz

$K_S = (\text{C}_{\text{H}_3\text{O}^+} \cdot \text{C}_{\text{A}^-}) / \text{C}_{\text{HA}}$

$\text{C}_{\text{H}_3\text{O}^+} = \sqrt{K_S \text{C}_0}$

und somit

$\text{pH} = -\lg \sqrt{K_S \text{C}_0}$

Analog ergibt sich der pH-Wert einer schwachen Base, in dem K_S durch K_B ersetzt wird, mit $\text{pH} = 14 - \text{pOH}$.

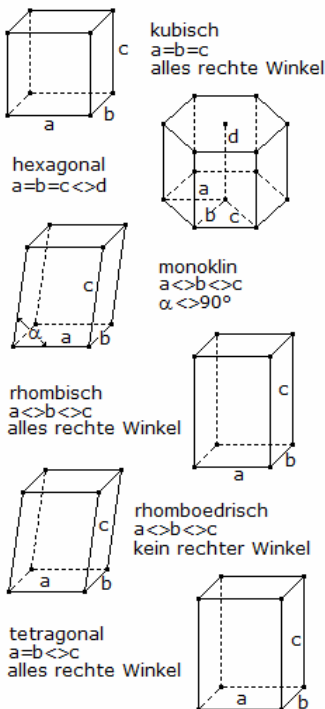
Kristallgitter

Kristalle bilden in der Natur typische Gitter aus, die sich mittels gerader und schiefer Prismen und anderer Polyeder beschreiben lassen. Insgesamt unterscheidet man sechs Grundkristallgitter.

Kristallformen von Mineralien

Form Mineral/Stein Flächen

Würfel	Steinsalz, Fluorit, Pyrit, Diamant	6 Quadrate
Oktaeder	Diamant, Fluorit, Pyrit, Bleiglanz	8 Dreiecke
Sechsecksäule	Saphir, Rubin, Beryll, Apatit	6 Rechtecke, 2 Sechsecke
... mit Pyramidenspitze	Bergkristall, Amethyst, Rauchquarz	6 Rechtecke, 6 Dreiecke
Doppelender	Quarze, z.B. Bergkristall	6 Rechtecke, 12 Dreiecke
Rhombendodekaeder	Granat, Diamant	12 Rhomben
Dodekaeder	Pyrit	12 Fünfecke
Ikosaeder	Pyrit	20 Dreiecke
Kuboktaeder	Bleiglanz, Fluorit, Gold	6 Quadrate, 8 Dreiecke
Tetraeder	Teraedrit	4 Dreiecke
Würfel + Dodekaeder	Pyrit	6 Rechtecke, 12 Fünfecke
Spate	Calcit (Kalkspat)	6 Rhomben





Fluorit, Flussspat

CaF_2 , kubisches Kristallgitter
 Härte 4, Dichte 3 g/cm^3 , $I 3,2$; ca. 48% F

Fluorit war bereits im Altertum sehr beliebt. Er diente als Edelstein in Griechenland und Rom zur Herstellung verschiedener Schmuckgegenstände und Vasen (vasae murrhinae). Flussspat ist ein weit verbreitetes Mineral. Es kommt vorwiegend in kleinen Mengen in Granit-, Syenit- und Rhyolitmassiven vor. Fluorit gehört auch in die Mineralassoziation der Quarzgänge mit Zinn-, Wolfram- und Molybdänerzen sowie der Blei- und Kupfererzlagertstätten.

Feine Fluoritkriställchen erscheinen in Quarz-, Albit-, Adular-, Rutildrusen sowie in anderen Mineralen in kristallinen Schiefen, z.B. in der Schweiz und in Österreich. Fluoritfundstellen gibt es in allen Ländern.



Pyrit, Schwefelkies

chemische Struktur FeS_2
 Pyrit-Kristalle haben ein kubisches Kristallgitter. Der Name Pyrit kommt vom griechischen "pyrites lithos" (pyr = Feuer und lithos = Stein) und bezeichnet die Eigenschaft des Minerals, beim Reiben Funken zu erzeugen.

Das Mineral bildet sehr schöne Kristalle, die oft in Form von Würfeln, Pentagondodekaedern und Oktaedern auftreten, mitunter auch als Kombination dieser Platonischen Körper.

In einigen Lagerstätten tritt Pyrit in Form von Dodekaeder-Zwillingen auf. Diese ähneln dem Malteser Kreuz.

Besonders berühmte Pyritgruppen stammen aus dem spanischen Ort Navajún. Dort sind oft zwei oder mehr Kristalle miteinander verwachsen.



Auf Grund des metallischen Glanzes und seiner goldenen Farbe wird Schwefelkies auch Katzen- oder Narrengold genannt (engl. "fool's gold").

Immer wieder gibt es Menschen, die auf die äußerlichen Eigenschaften hereinfallen und glauben, Gold gefunden zu haben. Im Gegensatz zu echtem Gold ist Pyrit aber nicht formbar und wesentlich härter.

Kurios ist, dass Pyrit tatsächlich Gold, wie auch Silber enthalten kann, jedoch nur in so geringer Konzentration.

Quelle: <http://www.mineralienatlas.de/lexikon/index.php/Mineralienportrait/Pyrit>



Kalkspat, Calcit

CaCO_3 , Kalkspat (Calciumcarbonat), farblos, weiß, gelb; in Magmagessteinen, Härte 3, Dichte $2.6\text{-}2.8 \text{ g/cm}^3$, trigonal
 Calcit ist eines der häufigsten Minerale der Erdkruste. Der Mensch nutzte dieses Gestein schon im Altertum, wie die antiken Tempel, Paläste und Skulpturen aus der Kalksteinvarietät Marmor demonstrieren.

Calcit-Kristalle haben unterschiedliche Erscheinungsformen. Es tritt in körnigen und erdigen Aggregaten, porösen Rinden und bizarren Gebilden auf. Sehr oft findet man Rhomboeder- und Spatform, seltener Kristalle in Form von Platonischen Körpern, z.B. Dodekaedern.



Berühmt wurde Calcit, als 1669 der Arzt Erasmus Bartolinus in Island die Doppelbrechung des Lichts an Kalkspat entdeckte.

Ein in einer bestimmten Richtung durch ein klares Calcitrhomboeder gehender Lichtstrahl wird in zwei voneinander abweichende Strahlen gebrochen. So entsteht die doppelte Kontur des beobachteten Gegenstands, einer Schrift usw.

Noch heute werden Nicolsche Prismen für optische Geräte aus Kalkspat hergestellt.



Quarz

SiO_2 , hexagonales Kristallgitter
 farblos, verschieden gefärbt; in Magma-, Sediment- und metamorphen Gesteinen, Härte 7, Dichte 2.65 g/cm^3 , 46,7% Si

Quarz ist ein gewöhnliches und weit verbreitetes Mineral, der am Aufbau der Erdkruste mit etwa 12 % beteiligt ist.

Er war das erste von den Steinzeitmenschen genutzte Mineral, war doch z.B. Feuerstein; ein dichtes Gemenge aus Chalcedon und Opal; über lange Zeit hinweg ein begehrter Artikel im aufkommenden Tauschhandel. Quarz ist auf ganz verschiedene Weisen entstanden.

Er wurde aus dem Magma als ein Mineral fast aller Tiefen- und Ergussgesteine abgeschieden, kristallisierte aus den Lösungen der hydrothermalen Gänge und ist Bestandteil vieler metamorpher Gesteine. Durch die Verwitterung dieser Träger gelangte er in verschiedene Sedimente (Quarzite, Sandstein).

Bergkristall, Rauchquarz, Amethyst und Rosenquarz gehören zu seinen weniger häufigen edlen Varietäten. Sie dienen zur Herstellung von Schmuck und kunsthandwerklichen Gegenständen.

Außergewöhnlich große Kristalle wurden 1868 im Schweizer Kanton Uri gefunden, berühmt ist auch die Umgebung des St. Gotthard.



Topas

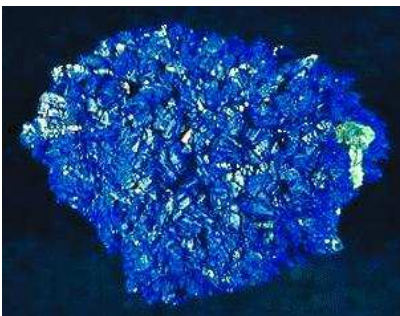
$\text{Al}_2\text{SiO}_4(\text{F},\text{OH})_2$, rhombisches Kristallgitter
Härte 7,5~8; Dichte 3-3,8 g/cm³

Die Entstehung des Topas hängt mit den Intrusionen von saueren Tiefengesteinen zusammen. Er kommt daher in Pegmatiten vor, ist ein wesentlicher Bestandteil von Gneisen und wurde in der charakteristischen Mineralassoziation der Zinn-Wolfram-Molybdänerze auf Quarzgängen in Graniten und in der Randzone ihrer Massive abgeschieden.

Die gelblichen parallel faserigen bis langstengeligen Topasaggregate, die Erzgänge mit Cassiterit und anderen Mineralen ausfüllen, werden Pyknik genannt. Topas ist ein weit verbreitetes Mineral. Kristalle mit einem

Gewicht bis zu 300 kg stammen aus Minas Gerais (Brasilien), kleinere aus Russland und aus Japan.

Bläuliche Kristalle kommen in Mursinka vor, eine honiggelbe Farbe ist für die brasilianischen Fundstätten charakteristisch. Topasgerölle stellen eine Komponente in den Seifen der Insel Ceylon (Sri Lanka) dar.



Azurit

$2\text{CuCO}_3 \cdot \text{Cu}(\text{OH})_2$
monoklines Kristallgitter, Härte 3,5-4, Dichte 3,7-3,9 g/cm³; bis zu 52% Cu,

Die primären schwefelhaltigen Kupfererze haben ein typisches, farblich ausdrucksloses metallisches Aussehen. Sekundäre Kupfererze hingegen zeichnen sich durch Buntheit aus, vor allem durch Blau- und Grüntöne. Das zeigen Azurit und Malachit.

Sie kommen fast an jeder Kupfererzfundstätte vor und entstehen für gewöhnlich durch die Wirkung von Kupfersulfatlösungen auf Calcit in

Gängen oder auf Kalksteinkomplexen.

Azurit imprägniert manche Sandsteine und Schiefer, wodurch sie bedeutende stratiforme Lagerstätten aufbauen. Malachit- und Azuritvorkommen sind weit verbreitet. An Stellen mit großen Tetraedritmengen ist Azurit etwas häufiger.

Vollkommene Kristalle gibt es in den Fundstätten Chessy (Frankreich), Moldova (Rumänien), Laurion (Griechenland) und vor allem von den Lagerstätten Tsumeb (Namibia), Bisbee (USA) sowie Burra Burra und Broken Hill (Australien).

In der Bundesrepublik gibt es Azuritvorkommen in Hessen, in Meckernich und im Saarland (Wallerfangen), Malachit im Saarland, Harz und Siegerland.



Dioptas

$\text{Cu}_6(\text{Si}_6\text{O}_{15}) \cdot 6\text{H}_2\text{O}$, trigonales Kristallgitter
Härte 5, Dichte 3,3 g/cm³; bis zu 50% CuO

Dioptas ist ein in kleinen Mengen auftretendes und wenig verbreitetes sekundäres Verwitterungsprodukt von primären Kupfererzen. Das ungewöhnliche Smaragdgrün der vollkommenen, zahlreich in den Hohlräumen von Erzgängen aufgewachsenen Kriställchen fesselte seit jeher die Aufmerksamkeit der Bergleute.

Wegen der farblichen Ähnlichkeit nannten sie das Mineral

Kupfersmaragd; erst der französische Kristallograph R.J. Hay hat es 1797

unter dem Namen Dioptas ins mineralogische System eingeordnet.

Smaragd und Dioptas sind anschauliche Beispiele, wie zwei unterschiedliche Ursachen bei zwei verschiedenen Mineralen die gleiche Farbe hervorrufen können. Träger (sog. Chromophor) der grünen Farbe des Smaragds ist eine Chrombeimengung, während im Dioptas die gleiche Wirkung von Kupfer herrührt. Die Wirkung der unterschiedlichen Strukturgitter dieser beiden Minerale auf die Chrom- und Kupferionen hat die gleiche selektive Absorption des einfallenden Lichts zur Folge, die resultierende Farbe ist smaragdgrün. Dioptasvorkommen sind nicht zahlreich.

Atmung

Respiratorischer Quotient RQ

$$RQ = \frac{n(\text{CO}_2)_{\text{aus}} - n(\text{CO}_2)_{\text{ein}}}{n(\text{O}_2)_{\text{ein}} - n(\text{O}_2)_{\text{aus}}} = \frac{n(\text{CO}_2)_{\text{gebildet}}}{n(\text{O}_2)_{\text{verbraucht}}} = \frac{V_{\text{CO}_2\text{gebildet}}}{V_{\text{O}_2\text{verbraucht}}}$$

aus- bzw. eingeatmete Stoffmenge an Kohlendioxid $n(\text{CO}_2)_{\text{aus,ein}}$, Sauerstoff $n(\text{O}_2)_{\text{aus,ein}}$

Enzymreaktionen

Michaelis-Menten-Konstante K_M

$$K_M = V_{\text{max}}/2 \cdot c(S)$$

maximale Reaktionsgeschwindigkeit V_{max} , Substratkonzentration $c(S)$

Lineweaver-Burk-Gleichung

$$1/v_0 = K_M/V_{\text{max}} \cdot 1/c(S) + 1/V_{\text{max}}$$

Reaktionsgeschwindigkeit v_0 einer Enzymreaktion

$$v_0 = V_{\text{max}} \cdot c(S)/(K_M + c(S))$$

Diffusion - Gesetze

1. Ficksches Diffusionsgesetz

$$dn/dt = -D \cdot A \cdot dc/dx$$

Stoffmenge n , Diffusionszeit t , Durchtrittsfläche A , Diffusionskonstante D , Diffusionsweg x , Konzentration

c , maximale Diffusionszeit t_{max}

2. Ficksches Diffusionsgesetz

$$x = D \cdot \sqrt{t} ; t_{\text{max}} = x^2/(2D)$$

Diffusion durch eine Membran

$$dn/dt = -D \cdot A \cdot (c_i - c_a)/z$$

Konzentration beiderseits der Membran (innen und außen) c_i, c_a , Dicke der Membran z

Diffusionspotential, Ernstsche Gleichung

$$E_D = R \cdot T / (z \cdot F) \cdot \ln [c(\text{Ion})_1 / c(\text{Ion})_2]$$

Allgemeine Gaskonstante R , Absolute Temperatur T , Ionenwertigkeit z , Faraday-Konstante F , Ionenkonzentration der Lösung 1 und 2 $c(\text{Ion})_1$ und $c(\text{Ion})_2$

Ernährung

Normalgewicht nach Broca

$$NG = (Kgr - 100) \text{ kg}$$

Idealgewicht nach Broca

$$IG = 0,9 (Kgr - 100) \text{ kg} = 0,9 \cdot NG$$

$$\text{bei Jugendlichen } IG = 0,85 \cdot NG$$

Körpergröße Kgr in cm

Grundumsatz Ernährung

$$GU = 4,2 \text{ kJ} \cdot t \cdot m_k$$

$$GU = 6,2 \text{ kJ} \cdot t \cdot m_k \text{ (Jugendliche)}$$

Zeit t in Stunden, Körpermasse m_k in kg

Gesamtumsatz Ernährung

$$\text{GesU} = GU + LU$$

Leistungsumsatz LU

Blutalkoholgehalt (nach Widmark)

$$BAG = m_{\text{Alkohol}} / (m_k \cdot r) = V_{\text{Alkohol}} \cdot D / (m_k \cdot r)$$

Blutalkoholgehalt in ‰, Dichte D von Alkohol (0,79 g/ml), aufgenommene Alkoholmenge

m_{Alkohol} in g, Körpermasse m_k in g, Volumen V_{Alkohol} des Alkohols in ml

Reduktionsfaktor r

$$\text{männlich} = 0,7$$

$$\text{weiblich} = 0,6$$

Körperoberfläche

Die Körperoberfläche A (in m^2) eines Menschen kann aus der Körperhöhe h (in cm) und der Körpermasse m (in kg) mit Hilfe der Dubois-Formel $A = 0,007184 \cdot h^{0,725} \cdot m^{0,425}$ geschätzt werden.

Die Kenntnis der Körperoberfläche eines Menschen ist für die Dosierung bestimmter Medikamente, wie z.B. Zytostatika, sowie für die Abschätzung von Hautläsionen (Verbrennungen) von Bedeutung. Anhand empirischer Daten konnten einige Formeln zur Abschätzung der Körperoberfläche ausgehend von Körpergewicht und Körpergröße gewonnen werden. In der Praxis werden sehr oft Nomogramme verwendet.

Sind A die Körperoberfläche in m^2 , h die Körpergröße in cm und m die Körpermasse in kg, so gibt es neben der Dubois-Formel weitere Näherungsgleichungen

$$A = 0,0235 h^{0,42246} m^{0,51456} ; \text{Haycock-Formel}$$

$$A = 0,0003207 h^{0,3} (1000 \text{ m})^{0,7285 - 0,0188 \lg(1000 \text{ m})} ; \text{Boyd-Formel}$$

$$A = \sqrt{(h \text{ m} / 3600)} ; \text{Mosteller-Formel}$$

Die Mosteller- und Haycock-Formel werden besonders gern zur Bestimmung der Körperoberfläche bei Kindern verwendet.

Durchschnittlich beträgt die Körperoberfläche $1,7 \text{ m}^2$, bei Männern $1,9 \text{ m}^2$ und bei Frauen $1,6 \text{ m}^2$.



Körpervolumen und Körperoberfläche, Bergmannsche Regel

Eine Kugel mit dem Radius r hat das Volumen
und die Oberfläche

$$V = 4\pi/3 r^3$$

$$A = 4\pi r^2$$

Für einen Würfel wird $V = a^3$ und $A = 6a^2$. Obwohl die Faktoren unterschiedlich sind, ergibt sich im Prinzip das gleiche Verhalten.

Ist a eine typische Länge für einen Körper, wächst die Oberfläche wie a^2 , das Volumen wie a^3 . Damit wird das Verhältnis von Oberfläche zu Volumen mit zunehmender Längenskala kleiner:

$$A/V \sim a^2/a^3 = 1/a.$$



In der Natur spielt dies eine wichtige Rolle. Zum Beispiel findet die Wärmeabstrahlung im Verhältnis zur Oberfläche, die Wärmespeicherung in Bezug zum Volumen statt.

Damit eine Maus einen viel größeren Wärmeverlust je Gramm Körpermasse als ein

Bär. Deshalb sind Tiere in der Arktis im Allgemeinen größer als ihrer Verwandten in gemäßigten oder heißen Klimazonen. Sehr kleine Tiere, eben z.B. Mäuse, fehlen in der Arktis ganz.

Nach dieser Bergmannschen Regel ist der Kaiserpinguin am Südpol auch viel größer als der Humboldt-Pinguin von den Galapagos-Inseln.

Da die Oberfläche für die Wärmeabgabe verantwortlich ist, sind auch Körperteile in verschiedenen Klimazonen unterschiedlich groß ausgebildet.

Ein Wüstenfuchs hat sehr große Ohren, und damit eine höhere Wärmeabgabe, als ein Polarfuchs. Die kleinen Ohren der Polarfüchse verhindert starke Wärmeabgabe.

Auch die sehr großen Ohren der Elefanten dienen der Wärmeregulierung.

Dagegen sind für die Aufnahme von Sauerstoff und Nahrung große Volumina wichtig. Aus diesem Grund sind u.a. Lungen stark verästelt und Därme vielfach verschlungen.

Grundumsatz

Der Grundumsatz ist diejenige Energiemenge, die der Körper pro Tag bei völliger Ruhe, bei einer Temperatur von 28 °C und nüchtern zur Aufrechterhaltung seiner Funktion benötigt, etwa während des Schlafens.

Physikalisch handelt es sich um eine Leistung. Die SI-Einheit ist Joule pro Sekunde (J/s) oder Watt (W), allerdings wird in der Praxis weiterhin die Einheit Kilokalorien pro 24 Stunden (kcal/24 h) benutzt und die Angabe "24 h" weggelassen.

Der Grundumsatz ist von Faktoren wie Geschlecht, Alter, Gewicht, Körpergröße, Muskelmasse, Wärmedämmung durch Kleidung und dem Gesundheitszustand, abhängig.

Ein Mensch mit 70 kg Gewicht hat in etwa folgenden Grundumsatz:

$$\text{Mann: } 7100 \text{ kJ/24 h (1700 kcal/24 h)} = 7100 \text{ kJ}/86400 \text{ s} = 80 \text{ W}$$

$$\text{Frau: } 6300 \text{ kJ/24 h (1500 kcal/24 h)} = 70 \text{ W}$$

1918 veröffentlichten J.A. Harris und F.G. Benedict die nach ihnen benannte "Harris-Benedict-Formel". Die Formel stellt noch heute eine, in der Ernährungsmedizin allgemein akzeptierte, gute Näherung des gemessenen Grundumsatzes dar.

für Männer:

$$\text{Grundumsatz [kcal/24 h]} = 66,47 + (13,7 \cdot \text{Körpermasse [kg]}) + (5 \cdot \text{Körpergröße [cm]}) - (6,8 \cdot \text{Alter [Jahre]})$$

für Frauen:

$$\text{Grundumsatz [kcal/24 h]} = 655,1 + (9,6 \cdot \text{Körpermasse [kg]}) + (1,8 \cdot \text{Körpergröße [cm]}) - (4,7 \cdot \text{Alter [Jahre]})$$

Da mit steigendem Körpergewicht der Grundumsatz pro Kilogramm Körpermasse abnimmt, sollte ab einem Body-Mass-Index von 30 kg/m² in die o.g. Formeln die angepasste Körpermasse eingesetzt werden:

$$\text{Angepasste Körpermasse [kg]} = \text{Idealmasse [kg]} + ((\text{Körpermasse [kg]} - \text{Idealmasse [kg]}) \cdot 0,25)$$

Dabei versteht man unter Idealmasse nach Broca die Körpergröße in Zentimetern - 100.

Der tatsächliche Energiebedarf; Summe aus dem Grund- und dem Leistungsumsatz; lässt sich abschätzen, indem man den errechneten Grundumsatz mit einem Aktivitätsfaktor multipliziert. Dieser beträgt zwischen 1,2 im Liegen oder Sitzen und bis über 6 bei starker körperlicher Arbeit, bei Sport teilweise noch höher. Bei Büroarbeit kommt man auf einen Aktivitätsfaktor von 1,3 bis 1,6.

Body Mass Index

Der BMI (Body Mass Index) wird heutzutage verwendet, um zu berechnen, ob Normalgewicht oder Übergewicht vorliegt. Der BMI wurde von Adolphe Quételet entwickelt.

Der früher verwendete Broca-Index (= Körpergröße - 100) kann nur bei Personen mit durchschnittlicher Körpergröße verwendet werden, da er kleine Menschen benachteiligt.

Bei sehr muskulösen Menschen kann es bei der Anwendung des BMI zu einer Fehleinschätzung kommen. In diesem Fall sollte zusätzlich der Körperfettanteil gemessen werden.

Berechnung des Body Mass Index

$$\text{BMI} = \text{Masse in Kilogramm} / (\text{Körpergröße in m})^2$$

Bei Männern liegt der Normalbereich bei einem Body Mass Index zwischen 20 und 25, bei Frauen zwischen 19 und 24. Bei Menschen in der zweiten Lebenshälfte wird ein Body Mass Index bis 26 als noch normal angesehen.

Der Body Mass Index ist nicht geeignet zur Beurteilung des Körpergewichts von Menschen unter 17 Jahren.

Der Bodymassindex und die Grenzen für "Normalität" gelten nur für Erwachsene und dürfen nicht auf Heranwachsende übertragen werden. Die Tabelle für Kinder und Jugendliche bis zum 18. Altersjahr zeigt aber, dass der Bodymassindex beim Heranwachsen nicht allzu stark variiert (nach Brandt 1986 und Brandt/Reinken 1988).

Jahre	Mädchen			Jungen		
	Masse [kg]	Größe [m]	BMI	Masse [kg]	Größe [m]	BMI
0	4	0,52	14,79	4	0,52	14,79
1	9	0,75	16,00	10	0,78	16,44
2	12	0,87	15,85	12	0,89	15,15
3	14	0,96	15,19	15	0,98	15,62
4	16	1,04	14,79	17	1,05	15,42
5	18	1,11	14,61	18	1,13	14,10
6	21	1,17	15,34	21	1,19	14,83
7	23	1,24	14,96	24	1,25	15,36
8	26	1,31	15,15	26	1,31	15,15
9	28	1,37	14,92	28	1,36	15,14
10	32	1,43	15,65	32	1,41	16,10
11	36	1,49	16,22	36	1,46	16,89
12	42	1,54	17,71	40	1,52	17,31
13	46	1,59	18,20	45	1,58	18,03
14	51	1,63	19,20	53	1,66	19,23
15	53	1,65	19,47	57	1,72	19,27
16	55	1,67	19,72	62	1,76	20,02
17	57	1,68	20,20	64	1,78	20,20
18	58	1,68	20,55	66	1,80	20,37

Es gibt keine nennenswerten Unterschiede zwischen den Geschlechtern.

Ponderal-Index

Der Ponderal-Index ist eine Maßzahl zur Beurteilung der Körpermasse in Abhängigkeit von der Körpergröße, ähnlich dem Body-Mass-Index.

Allerdings scheint es mehrere verschiedene Definitionen des Ponderal-Index zu geben. Eine davon ist

$$\text{PI} = 1000 \sqrt[3]{m} / h$$

Dabei bezeichnet m die Körpermasse in kg und h die Körperlänge in cm. Werte im Bereich von 20-25 sind normal. Eine andere Definition ist

$$\text{PI} = m / h^3$$

mit der Masse m in kg und der Höhe h in m. Werte von 11 bis 14 sind normal.

Allen Definitionen ist die dritte Potenz in der Abhängigkeit zwischen Masse und Größe gemeinsam, im Gegensatz zur quadratischen Abhängigkeit beim Body-Mass-Index.

Weber-Fechner-Gesetz

Das Weber-Fechner-Gesetz besagt, dass sich die subjektiv empfundene Stärke von Sinneseindrücken proportional zum Logarithmus der objektiven Intensität des physikalischen Reizes verhält.

1834 bemerkte der Physiologe Ernst Heinrich Weber, dass ein Sinnesorgan ab einem bestimmten Intensitätsbetrag eine Veränderung registriert, die als Unterschied ΔR zum vorangehenden Reiz R in einem bestimmten, gleich bleibenden Verhältnis k zu diesem steht:

$$k = \Delta R / R$$

Beim Tastsinn beträgt der erforderliche relative Unterschied $\Delta R/R$ etwa 3 Prozent des Hautdruckes, beim Helligkeitssehen etwa 1-2 Prozent der Lichtstärke.

Einen relativen Gewichtsunterschied bemerkt man ab 2 Prozent Änderung eines in der ruhenden Hand gehaltenen Gegenstands.

Der Physiker Gustav Theodor Fechner erweiterte 1860 das Gesetz für konstante und von R unabhängige k:

$$E = c \ln (R/R_0)$$

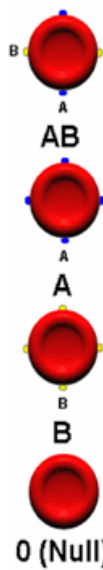
R_0 ist eine Integrationskonstante, die den Schwellenreiz festlegt.

Das Gesetz besagt, dass bei einem exponentiellen Anstieg der Reizstärke die Empfindung im Sinnesorgan nur linear anwächst.

Weitere Anwendungen:

Die Magnitude ist eine Helligkeitsgröße, der Unterschied zwischen jeder Größenklasse ist das 2,512-fache. Ein mit bloßem Auge sichtbarer Stern 6. Größe (6 mag) ist gegenüber der Sonne (-25 mag) um 31 Größenklassen schwächer.

Die wahrgenommene Tonhöhe eines Tons hängt logarithmisch von der Grundfrequenz ab. Eine Verdoppelung der Grundfrequenz bewirkt die Änderung der Tonhöhe um eine Oktave. Für die Lautstärke gilt das Weber-Fechner-Gesetz nicht.



Blutgruppen ; ABO-System

Jede der vier Blutgruppen wird grundsätzlich von den antigenen Strukturen auf der Oberfläche der roten und weißen Blutkörperchen bestimmt. Diese Strukturen werden durch die geerbten Gene festgelegt.

Mit I_A wird das Antigen A bezeichnet. Dabei verhalten sich I_A und I_B dominant gegenüber i , untereinander jedoch intermediär. I_A und I_B sind also kodominant.

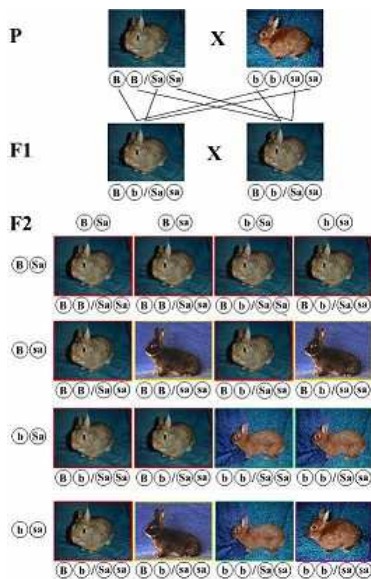
Blutgruppe/ Phänotyp

Blutgruppe/ Phänotyp	Antigen	Antikörper	Gen	Genotyp
A	A	antiB	I_A	$I_A I_A$ und $I_A i$
B	B	antiA	I_B	$I_B I_B$ und $I_B i$
AB	A + B	keine	I_A und I_B	$I_A I_B$
0	keine	antiA + antiB	i	$i i$

Die Antikörper sind in der Regel so verteilt wie in Spalte 3 wiedergegeben. Es kommen jedoch auch Abweichungen vor.

Das Immunsystem bildet gegen alle Stoffe, mit denen es über das Blut in Kontakt kommt und die ihm unbekannt sind, Antikörper. Da die Blutgruppenantigene nicht nur auf den Blutkörperchen vorkommen, sondern in der Natur weit verbreitet sind, kommt unser Immunsystem automatisch auch mit den Antigenen in Kontakt, die wir selbst nicht auf der Oberfläche unserer Blutkörperchen besitzen.

Gegen diese werden dann Antikörper gebildet, gegen die körpereigenen Antigene selbstverständlich nicht. Die Antikörper befinden sich im Serum, der Blutflüssigkeit ohne Blutkörperchen.



Mendelsche Gesetze

Uniformitätsgesetz

Kreuzt man zwei reinerbige Lebewesen, die sich in einem Merkmal unterscheiden, so entstehen in der F1-Generation mischerbige Lebewesen, die untereinander gleich (uniform) aussehen.

Spaltungsgesetz

Werden Monohybride der F1-Generation untereinander weiter gekreuzt, so sind die Individuen der F2-Generation untereinander nicht gleich, sondern in festen Zahlenverhältnissen aufgespalten.

Rekombination der Gene

Werden Lebewesen mit mehreren Merkmalen untereinander gekreuzt, so gelten Uniformitäts- und Spaltungsgesetz.

Bedeutung der Mendelschen Gesetze

- Bestätigung der Existenz von Erbträgern
- Vererbungslehre ist mit Hilfe mathematischer Gesetzmäßigkeiten wissenschaftlich begründet
- als statistische Gesetze liefern sie Aussagen über die Verteilung und

Neukombination von Genen bei der Kreuzung diploider Pflanzen und Tiere

- Reinzucht von Tieren
- Kombinationszüchtung bei Pflanzen
- Heterosiszüchtung bei Pflanzen und Tieren
- Ermittlung der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Erbkrankheiten
- Blutgruppenermittlung (Vaterschaftstests)
- Stammbaumerstellung
- Zwillingsforschung

Hardy-Weinberg-Gleichgewicht

Von fast allen Genen gibt es unterschiedliche Varianten (Allele), z.B. die Farbe einer Erbsensorte. Die Rate, mit der ein Allel in einer Population auftritt, heißt Allelfrequenz. Gibt es nur zwei Allele A und B, so gilt für deren Allelfrequenzen a und b: $a + b = 1$.

Unter der Annahme einer perfekten Vermischung der Population gilt dann die Hardy-Weinberg-Formel $1 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$.

Es sei das Allel A dominant. Dann ist das rezessive Allel B nur bei der Kombination BB erkennbar und es wird Merkmal A + Merkmal B = 1 mit Merkmal A = $a^2 + 2ab$ und Merkmal B = b^2 .

Tragen z.B. 4 % der Population das Merkmal B, so ist die Allelfrequenz von B wesentlich höher. Aus $b^2 = 0,04$ wird $b = 0,2$. Damit ist $a = 0,8$ und $2ab = 0,32 = 32\%$ der Population sind Träger des Allels B, ohne Ausprägung.

Dass die Merkmalsträger bei rezessiven Eigenschaften so viel seltener sind als die Allelträger ist von großer Bedeutung. Da sehr wahrscheinlich nahezu jeder Mensch einige Allele für schwere bzw. tödliche Krankheiten in sich trägt, diese sich aber äußerst selten ausprägen, ist das Überleben einer Population erst möglich.

Beispiel: Phenylketonurie ist eine Stoffwechselkrankheit. In Deutschland gibt es etwa 8000 Betroffene.

Damit ergibt sich für b^2

$$b^2 = 8000/80000000 = 0,0001 \text{ und } b = 0,01 ; a = 0,99$$

Für die Frequenz $2ab$ gilt damit: $2ab = 2 \cdot (0,01 \cdot 0,99) = 0,0198$

Umgerechnet auf die Gesamtbevölkerung ergibt sich

$$0,0198 \cdot 80000000 = 1584000$$

D.h. fast 1,6 Millionen Personen, oder 2% der Bevölkerung, sind in Deutschland Träger des krankheitsauslösenden Phenylketonurie-Allels.