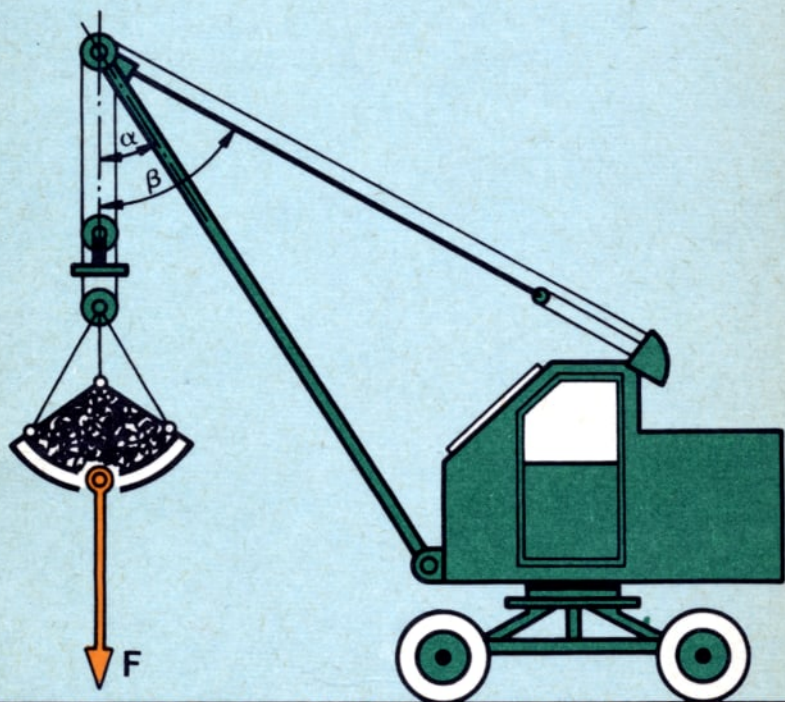


Kleine
Naturwissenschaftliche
Bibliothek

LEIPZIG



LANGE

**Physikalische Paradoxa
und interessante
Aufgaben**

Physikalische Paradoxa und interessante Aufgaben

Verwunderliches aus der Physik III

W. N. LANGE

**4. Auflage
Mit 48 Abbildungen**



LEIPZIG

**BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft
Leipzig 1985**

Autor:

Dr. Wiktor Nikolajewitsch Lange, Leningrad

Titel der Originalausgabe:

Физические парадоксы, софизмы и занимательные задачи
Verlag Proswechtschenije, Moskau 1967

Deutsche Übersetzung: Dr. sc. H. Neumann, Leipzig

Wissenschaftliche Redaktion: Dr. sc. K. Kreher, Leipzig



© BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1974

4. Auflage

VLN 294-375/66/85 · LSV 1109

Lektor: Dipl.-Met. Christine Dietrich

Printed in the German Democratic Republic

Gesamtherstellung: Grafische Werke Zwickau II/29/1

Bestell-Nr. 665 701 6

00800

Aus dem Vorwort zur russischen Ausgabe

Die Behandlung von interessanten Aufgaben, Paradoxa und Sophismen unterschiedlichster Art hat große Bedeutung für die Aktivierung der Arbeit von Lernenden. Sie zwingt zum genauen Durchdenken und führt damit zu einer bewußteren und sichereren Wissensaneignung. Leider wird diese Möglichkeit unzureichend genutzt. Das erklärt sich auch aus dem Mangel an entsprechender Literatur.

Das vorliegende Buch stellt einen Versuch dar, diese Lücke in der Literatur zu schließen. Es werden physikalische Paradoxa und Sophismen unterschiedlicher Thematik und unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades zusammengestellt. Einige davon sind bereits seit langem bekannt, andere werden erstmals veröffentlicht. Nicht alle Aufgaben sind gleich interessant, der Autor hofft jedoch, daß jeder aus dem angeführten Material einige für ihn nützliche Dinge auswählen kann.

Das Buch ist als Lehrmittel für Physiklehrer an Oberschulen, für Schüler höherer Klassen sowie für Studenten an Ingenieurschulen und Studenten der ersten Studienjahre an Hochschulen – das trifft besonders auf pädagogische Ausbildungsstätten zu – gedacht. Schließlich werden sich alle, die Freude an interessanten physikalischen Problemen haben, dafür interessieren.

Zur bequemen Handhabung ist das Buch in zwei Teile gegliedert. Der erste Teil enthält die Aufgabentexte, der zweite Teil kurze Angaben zur Lösung der Aufgaben, gelegentlich auch einige weiterführende Informationen zu dem Problemkreis sowie Literaturangaben. Alle Lösungen können auf der Grundlage der an der Oberschule vermittelten physikalischen und mathematischen Kenntnisse gefunden werden.

Entsprechend den gesetzlichen Vorschriften sind die meisten Zahlenbeispiele im Internationalen Einheitensystem (SI-Einheiten) angegeben. Ausnahmen wurden nur dort gemacht, wo die nicht zum Internationalen Einheitensystem gehörenden Einheiten bequemer erschienen (bzw. bei der Formulierung bestimmter Sophismen).

Ich habe mich gefreut zu erfahren, daß mein Buch in deutscher

Sprache verlegt wird. Noch mehr würde ich mich freuen, wenn es unseren Freunden, den Lernenden und Lehrenden der DDR, Nutzen bringen würde.

Der Autor

Inhalt

Mechanik

1. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit? 9
2. Hat sich die Reisezeit von Moskau nach Astrachan und zurück nach dem Bau von Wasserkraftwerken an der Wolga geändert? 9
3. Erstaunliche Abenteuer eines Passagiers der Metro 9
4. Bewegt sich der Propellerschlitten? 10
5. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Bootes? 10
6. Langsam kommt man auch zum Ziel 11
7. „Entgegen“ dem Trägheitsgesetz 12
8. Das Gewicht der Lokomotive ist gleich dem Gewicht der Waggons 12
9. Warum haben die Enden einer gelagerten Achse Kegelform? 13
10. Reibung und Abnutzung von Zylinderwänden 13
11. Die Rollreibung muß Null sein 14
12. Gilt das Gesetz von der Unabhängigkeit der Wirkung einzelner Kräfte? 16
13. Mit welcher Kraft drücken Tischbeine auf den Fußboden? 16
14. Der rätselhafte Hebel 17
15. Die launische Spule 18
16. Hatte Aristoteles recht? 18
17. Bewegt sich der Klotz? 19
18. Zwei Wagen 19
19. Mit welcher Kraft ziehen die Pferde? 20
20. Ein Auto auf dem Mond 20
21. Wie groß ist die Beschleunigung des Schwerpunktes? 21
22. Der schnelle Radfahrer 21
23. Was ist gefährlich – die Geschwindigkeit oder die Beschleunigung? 22
24. Was zeigt das Dynamometer an? 23
25. Nach dem Beispiel Münchhausens 23
26. Wie bestimmt man die in einem Satelliten befindliche Masse? 23
27. Das Rätsel der universellen Gravitationskräfte 24
28. Welche Gezeiten sind stärker? 24
29. Wie hängt die Arbeit von der Kraft und vom Weg ab? 24
30. Die Gravitationskraft als Motor 25
31. Eine „Verletzung“ des Energieerhaltungssatzes 26
32. Geheimnisvolles Verschwinden von Energie 26
33. Wo ist die Energiequelle? 27
34. Das Paradoxon der Raketentriebwerke 27
35. Reifen und Berg 27
36. Wie ist es richtig? 28
37. Läßt sich ein solcher Motor realisieren? 28
38. Nach welcher Seite kippt ein Auto bei einer scharfen Wendung? 29
39. Eine einfache Herleitung der Pendelformel 30
40. Sind in Flüssigkeiten transversale Wellen möglich? 30

- 41. Wird in diesem Versuch die Interferenz von Schall beobachtet? 31
- 42. Warum wird der Schall verstärkt? 31
- 43. Wovon hängt die Dichte ab? 32
- 44. Wird sich der Wagen bewegen? 32
- 45. Eisen und Bettfedern auf der Waage 33
- 46. Übt das Wasser einen Druck auf den Gefäßboden aus? 33
- 47. Der Fehler des Physikers 34
- 48. Das Rätsel der Dachbodenfenster 34
- 49. Warum sind die Geschwindigkeiten unterschiedlich? 34

Wärme und Molekülphysik

- 50. Sinken untergehende Schiffe bis auf den Meeresgrund? 35
- 51. Welche Temperatur herrscht in großer Höhe? 35
- 52. Ein ungewöhnlicher Meteorit 36
- 53. Im Widerspruch zu den Gesetzen der Thermodynamik 36
- 54. Wie geht es schneller? 37
- 55. Welche Skala ist günstiger? 37
- 56. Wodurch wird hier Arbeit geleistet? 37
- 57. Und wieder verschwindet Energie 38
- 58. Wohin verschwindet die Energie des Brennstoffs, der in einer Rakete verbrennt? 38
- 59. Läßt sich die Temperatur eines Körpers ohne Wärmezufuhr erhöhen?
39
- 60. Negative Länge 39
- 61. Gilt der Energieerhaltungssatz immer? 39
- 62. Das Rätsel der Kapillarerscheinungen 40
- 63. Kochendes Wasser kühlt Eis 40
- 64. Der superfeste Faden 41
- 65. Wie erfolgt das Drahtziehen? 41
- 66. Weshalb verdampft das Wasser? 42
- 67. Frage an eine Studentin 42
- 68. Wie bringt man Wasser am günstigsten zum Sieden? 43
- 69. Kann man sich an Eis verbrennen und Zinn in heißem Wasser schmelzen?
43
- 70. Wieviel Brennstoff wird eingespart? 43
- 71. Warum baut man keine solche Maschine? 43
- 72. Wann ist der Wirkungsgrad eines Autos größer? 44
- 73. Ist der „Dämon“ Maxwells möglich? 44

Elektrizität und Magnetismus

- 74. Die Stromstärke in einer Verzweigung ist gleich der Stromstärke in einem unverzweigten Teil des Stromkreises 45
- 75. Welchen Strom kann ein Akkumulator liefern? 46
- 76. Wie groß ist der Widerstand einer elektrischen Glühlampe? 47
- 77. Was zeigt das Voltmeter an? 47
- 78. Wie groß muß der Widerstand sein? 48
- 79. Welcher Strom ist für den Betrieb des Gerätes erforderlich? 48
- 80. Nochmals zum Energieerhaltungssatz 49
- 81. Warum erhöht sich die Energie des Kondensators? 50
- 82. Ein Magnet mit einem Pol 51
- 83. Wo befindet sich die Energiequelle des Magneten? 51

- 84. Sind die Widerstände beliebiger Leiter gleich groß? 51
- 85. Ändert sich das Übertragungsverhältnis bei Änderung der Belastung des Transformators? 52
- 86. Bei welcher Spannung zündet eine Neonlampe? 53
- 87. Welches Amperemeter zeigt richtig an? 54
- 88. Warum ist das Magnetfeld unverändert geblieben? 54
- 89. Wie prüft man Sicherungen? 55
- 90. Warum brannten die Lampen? 56
- 91. Warum ist die Anzeige des Voltmeters unterschiedlich? 56
- 92. Die Daten eines Elektromotors 57
- 93. Wird der Kondensator aufgeladen? 57
- 94. Ein seltsamer Fall der Magnetisierung von Eisen 58

Optik und Atombau

- 95. Eine einfache Methode für eine Reise in die Vergangenheit 58
- 96. Die Kleidung der Stahlgießer 59
- 97. Wo muß man den Spiegel aufstellen? 60
- 98. Weshalb gibt es einen Regenbogen? 60
- 99. Kann man die Beleuchtungsstärke mit Hilfe einer Zerstreulinse erhöhen? 61
- 100. Wann ist eine größere Belichtungszeit erforderlich? 62
- 101. Das wunderbare Auge 62
- 102. Warum drehen sich die Räder nicht in der „richtigen“ Richtung? 62
- 103. Wie funktioniert ein Teleskop mit Refraktor? 63
- 104. Brauchen die Astronomen Teleskope? 63
- 105. Kann das Hyperboloid konstruiert werden? 63
- 106. Verändert sich die Farbe? 64
- 107. Wie ist die natürliche Farbe? 65
- 108. Die französische Flagge 65
- 109. Ein Fall mit Wood 65
- 110. Warum leuchten gleich stark erhitzte Körper unterschiedlich? 66
- 111. Wann wird auf der Erde kein Radium mehr vorhanden sein? 66
- 112. Wieviel Radium befand sich auf der Erde am „Tag ihrer Entstehung“? 67
- 113. Wie entsteht die kosmische Strahlung? 68
- 114. Kernreaktionen und der Satz von der Erhaltung der Masse 68
- 115. Ist die Masse additiv? 69
- 116. Das Rätsel der Atomreaktoren 70

Lösungen

- Mechanik 71
- Wärme und Molekülphysik 107
- Elektrizität und Magnetismus 122
- Optik und Atombau 142

Mechanik

1. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit?

Ein Motorradfahrer fährt mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h von einem Punkt A zu einem Punkt B; den umgekehrten Weg legt er mit einer Geschwindigkeit von 40 km/h zurück. Zu bestimmen ist die mittlere Geschwindigkeit des Motorradfahrers für die Gesamtfahrzeit. Die Aufenthaltsdauer im Punkt B wird vernachlässigt.

2. Hat sich die Reisezeit von Moskau nach Astrachan und zurück nach dem Bau von Wasserkraftwerken an der Wolga geändert?

Ein Motorschiff mit der Eigengeschwindigkeit v fahre einen Fluß stromabwärts, dessen Strömungsgeschwindigkeit c ist. Nach der Ankunft im Endpunkt seiner Reise, der vom Anfangspunkt die Entfernung l haben möge, wendet das Schiff und fährt zurück.

Da die Strömung jetzt der Bewegung entgegengerichtet ist, geht der gesamte Zeitgewinn, der sich bei der Reise stromabwärts gegenüber einer Bewegung in ruhendem Wasser ergeben hat, wieder verloren, denn die Erhöhung der Schiffsgeschwindigkeit im ersten Falle ist natürlich gleich der Geschwindigkeitsverringerung im zweiten Falle. Die Flußströmung sollte demnach die Gesamtreisezeit eines Motorschiffs von Moskau nach Astrachan und zurück nicht beeinflussen. Die Dauer einer solchen Reise sollte sich auch nicht dadurch geändert haben, daß im Wolgalauf das Kuibyschewer und Wolgograder Meer entstanden sind.

Ist diese Schlußfolgerung richtig?

3. Erstaunliche Abenteuer eines Passagiers der Metro

Ein Einwohner Moskaus fährt jeden Tag mit der Metro zur Arbeit. Obwohl sein Arbeitstag im Betrieb täglich zur gleichen Zeit beginnt, wird er natürlich an verschiedenen Tagen auch zu

unterschiedlichen Zeiten die Metrostation betreten. Der Einfachheit halber wollen wir annehmen, daß die Zeit seines Eintreffens in der Metrostation vollkommen zufällig ist.

Unter diesen Umständen scheint die Annahme gerechtfertigt zu sein, daß die Zahl der Tage, an denen nach seinem Eintreffen in der Metrostation ein Zug der gewünschten Richtung ankommt, etwa gleich der Zahl der Tage sein wird, an denen als erster ein Zug der entgegengesetzten Richtung einläuft.

Wie wunderte sich aber der Fahrgast, als er feststellte, daß die Züge der gewünschten Richtung zweimal seltener als erste in die Station einliefen als Züge der entgegengesetzten Richtung. Um die Ursache dieser unverständlichen Erscheinung zu klären, entschloß er sich, die Fahrt zur Arbeit von einer anderen Station anzutreten, die etwas weiter von seiner Wohnung entfernt war. Über die hier durchgeführten Beobachtungen wunderte er sich aber noch mehr, denn in dieser Station ergab sich ein vollkommen anderes Bild – die Züge der gewünschten Richtung liefen dreimal häufiger als erste in die Station ein als Züge der Gegenrichtung.

Helfen Sie dem Passagier, die Ursachen dieses so eigenartigen Verhaltens der Metrozüge zu klären!

4. Bewegt sich der Propellerschlitten?

Das Modell eines Propellerschlittens, der wie üblich durch einen Luftpropeller angetrieben wird, wird auf ein Fließband gestellt. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Schlittenmodells, wenn Fließband und Schlitten gleichzeitig in entgegengesetzter Richtung in Bewegung gesetzt werden, d. h., bleibt der Schlitten an der ursprünglichen Stelle, oder bewegt er sich in einer der beiden möglichen Richtungen?

5. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Bootes?

Eine am Ufer stehende Person zieht ein Boot zu sich heran, indem sie eine an der Bootsspitze befestigte Leine mit einer

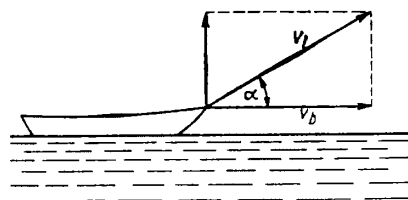


Abb. 1

bestimmten konstanten Geschwindigkeit v_l einholt. Diese wird so zerlegt, wie es in Abb. 1 dargestellt ist. Dann erhält man für die Geschwindigkeit v_b des Bootes

$$v_b = v_l \cdot \cos \alpha.$$

Aus dieser Formel folgt, daß die Geschwindigkeit des Bootes um so kleiner wird, je größer der Winkel α , d. h., je kleiner der Abstand des Bootes vom Ufer ist. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse gerade umgekehrt, bei Annäherung des Bootes an das Ufer erhöht sich seine Geschwindigkeit, wovon man sich leicht in einem Experiment überzeugen kann. Man braucht dazu nur einen Faden an einen Bleistift zu binden und ihn so auf sich zu ziehen, wie man das Boot ziehen würde.

Worin liegt die Ursache für die Nichtübereinstimmung zwischen Theorie und Experiment?

6. Langsam kommt man auch zum Ziel

Es ist die Anfangsgeschwindigkeit eines senkrecht nach oben geworfenen Steins zu bestimmen, der sich 4 s nach dem Abwurf in einer Höhe von 6 m befindet.

Man löst dazu die Gleichung für die gleichförmig beschleunigte Bewegung nach der Anfangsgeschwindigkeit auf,

$$v_0 = \frac{2s - at^2}{2t},$$

und berechnet v_0 für die angegebenen Bedingungen unter der Annahme, daß die Fallbeschleunigung der Einfachheit halber gleich -10 m/s^2 ist (das Minuszeichen bedeutet, daß die Beschleunigung der Bewegungsrichtung entgegengerichtet ist):

$$v_0 = \frac{2 \cdot 6 \text{ m} + 10 \text{ m/s}^2 \cdot 16 \text{ s}^2}{2 \cdot 4 \text{ s}} = 21,5 \text{ m/s}.$$

Man stellt sich jetzt die Frage, wie groß die Anfangsgeschwindigkeit sein muß, damit dieselbe Höhe (6 m) in der halben Zeit erreicht wird. Offenbar muß man dazu die Anfangsgeschwindigkeit erhöhen. Wir wollen aber keine übereilten Schlußfolgerungen ziehen!

Nimmt man an, daß sich der Stein nicht nach 4 s, sondern nach 2 s in einer Höhe von 6 m befindet, so erhält man

$$v'_0 = \frac{2 \cdot 6 \text{ m} + 10 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ s}^2}{2 \cdot 2 \text{ s}} = 13 \text{ m/s}.$$

Hier bewahrheitet sich die Redensart „Langsam kommt man auch zum Ziel.“

7. „Entgegen“ dem Trägheitsgesetz

Das erste Newtonsche Axiom kann in folgender Weise formuliert werden: Jeder Körper verbleibt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange keine äußeren Kräfte auf den Körper einwirken, die diesen Zustand ändern.

Warum beobachtet man dann aber häufig, daß sich die Passagiere eines anhaltenden Zuges nicht nach vorn beugen, wie es das Trägheitsgesetz fordert, sondern in die entgegengesetzte Richtung?

8. Das Gewicht der Lokomotive ist gleich dem Gewicht der Waggons

Wenn keine Reibung zwischen den Antriebsrädern einer Lokomotive und den Schienen vorhanden wäre, könnte die Lokomotive den Zug nicht von der Stelle bewegen. Nach dem dritten Newtonschen Axiom ist die bei gleichförmiger Bewegung entwickelte Zugkraft gleich der Reibungskraft zwischen den Antriebsrädern und den Schienen:

$$F_{\text{Zug}} = F_{\text{Reibung}} = \mu_1 \cdot G_1.$$

Hierbei ist μ_1 der Reibungskoeffizient der Lokomotivräder (der Einfachheit halber sehen wir alle Lokomotivräder als Antriebsräder an) und G_1 das Gewicht der Lokomotive.

Ebenfalls nach dem dritten Newtonschen Gesetz muß die Zugkraft bei gleichförmiger Bewegung gleich derjenigen Kraft sein, gegen die die Lokomotive Arbeit leistet, d. h. gleich der Reibungskraft der Waggonräder auf den Schienen:

$$F_{\text{Zug}} = \mu_2 \cdot G_2.$$

Hier ist μ_2 der Reibungskoeffizient der Waggonräder auf den Schienen und G_2 das Gesamtgewicht der Waggons. Gleichsetzen beider Ausdrücke für F_{Zug} ergibt

$$\mu_1 \cdot G_1 = \mu_2 \cdot G_2.$$

Kürzt man durch $\mu_1 = \mu_2$ (Reibung von Stahl auf Stahl,) so erhält man eindeutig Unsinn:

$$G_1 = G_2,$$

d. h., das Gewicht der Lokomotive ist gleich dem Gewicht der Waggon.

9. Warum haben die Enden einer gelagerten Achse Kegelform?

Die Reibungskraft wird bekanntlich nur durch den Reibungskoeffizienten, der von der Art der einander berührenden Flächen abhängt, und durch den Normaldruck bestimmt, sie hängt aber praktisch nicht von der Berührungsfläche der reibenden Flächen ab. Warum gibt man dann den Enden einer Achse, die in Stützlagern ruht, die Form eines Kegels, und warum werden die Enden von in Gleitlagern laufenden Achsen möglichst dünn

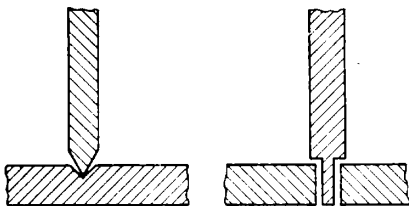


Abb. 2

gemacht (Abb. 2)? In einigen Büchern wird behauptet, daß diese Maßnahmen einer Verringerung der Reibung dienen.

10. Reibung und Abnutzung von Zylinderwänden

Eine sorgfältige Untersuchung hinreichend lange gelaufener Verbrennungsmotoren zeigt, daß sich die größte Abnutzung der Zylinderwände auf die Stellen A und B konzentriert, wo der Kolben bei seiner Bewegung stehenbleibt und seine Bewegungsrichtung umkehrt (Abb. 3).

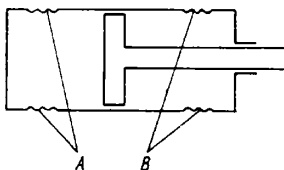


Abb. 3

Scheinbar widerspricht diese Tatsache dem gesunden Menschenverstand, wonach die Abnutzung an den Stellen am größten sein müßte, wo die Pleuellagergeschwindigkeit ihren Maximalwert erreicht, denn die Kräfte bei der Flüssigkeitsreibung sind dem

Betrag der Geschwindigkeit oder sogar dem Geschwindigkeitsquadrat (bei hohen Geschwindigkeiten) direkt proportional.

11. Die Rollreibung muß Null sein

Wir holen bei dieser Aufgabe etwas weiter aus. Auf einer horizontalen Ebene stehe ein rechtwinkliger Klotz der Höhe b und der Breite a (die Dicke ist unwesentlich). In der Höhe h greife eine parallel zur Ebene gerichtete Kraft F an. Gleichzeitig tritt eine Reibungskraft Q auf, die gleich F ist, solange F nicht den maximalen Wert $Q_{\max} = \mu \cdot P$ der Reibungskraft in der Ruhelage überschreitet (Abb. 4a).

Da die Kräfte F und Q nicht auf einer Linie liegen, erzeugen sie ein Drehmoment $F \cdot h$, das den Klotz im Uhrzeigersinn zu kippen versucht. Je größer F und je größer h ist, um so größer wird das Kippmoment. Wenn nur das Kräftepaar F und Q existieren würde, würde der Klotz bereits bei einem beliebig kleinen Wert der angelegten Kraft F kippen. In Wirklichkeit muß die Kraft F einen bestimmten Wert haben, damit der Klotz umfällt. Folglich existiert ein Moment, das dem Umkippen entgegenwirkt. Der Ursprung dieses Moments ist leicht zu verstehen.

Das Moment des Kräftepaares F und Q ist bestrebt, die linke Kante des Klotzes anzuheben und die rechte Hälfte des Klotzes fester an die Auflagefläche anzudrücken. Das hat zur Folge, daß die Reaktionskraft R der Unterlage, die an der Grundfläche des Klotzes angreift, senkrecht nach oben weist und gleich dem Gewicht P des Klotzes ist, nicht mehr durch den Mittelpunkt der unteren Fläche und den Schwerpunkt des Klotzes geht, sondern etwas nach rechts verschoben ist (Abb. 4b). Je größer der Betrag der Kraft F ist, um so größer wird das kippende

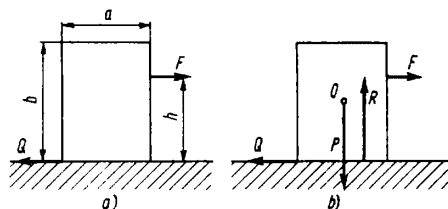


Abb. 4

Moment und um so weiter nach rechts verschiebt sich die Kraft R , damit der Klotz nicht umkippt. In Abhängigkeit vom Verhältnis zwischen den Größen a , b , h und F sind zwei Fälle möglich:

1. Die Kraft F erreicht den Wert $Q_{\max} = \mu \cdot P$, bevor R über die

Umrandungslinie der Grundfläche hinaustritt. Dann gerät der Klotz in rutschende Bewegung auf der Unterlage, ohne umzukippen.

2. Die Reaktionskraft der Unterlage erreicht die rechte Grenze der Grundfläche des Klotzes, bevor F gleich $\mu \cdot P$ wird. Dann kann das Moment des Kräftepaars R und P bereits nicht mehr das Moment des Kräftepaars F und Q kompensieren, und der Klotz wird umkippen.

Hieraus folgt u. a. eine unkomplizierte Methode zur Bestimmung des Reibungskoeffizienten zwischen Klotz und Auflagefläche. Man legt eine den Wert $\mu \cdot P$ nur sehr wenig übersteigende Kraft F fast an der unteren Fläche des Klotzes an. Dann geht der Klotz in gleichförmige Bewegung über. Läßt man jetzt die Kraft F allmählich in immer größerer Höhe angreifen, so wird der Klotz bei einer bestimmten Höhe des Angriffspunktes nicht in eine gleichförmige Bewegung übergehen, sondern umkippen.

Wir schreiben jetzt die Bedingungen für den Grenzfall auf, in dem der Übergang von Fall 1 zu Fall 2 erfolgt, d. h., wir formulieren die Beziehungen für die Kräfte und die Drehmomente (letztere werden auf die senkrecht zur Zeichenebene durch den Schwerpunkt des Klotzes gehende Achse bezogen, wobei positive Drehmomente eine Drehung des Klotzes im Uhrzeigersinn, negative eine Drehung des Klotzes entgegen dem Uhrzeigersinn verursachen sollen).

Dann gilt:

$$R - P = 0$$

$$Q - F = 0$$

$$(F = \mu \cdot P)$$

$$F(h - b/2) + Q(b/2) - Ra - P \cdot 0 = 0.$$

Hieraus wird der Reibungskoeffizient bestimmt:

$$\mu = a/2h.$$

Aus der letzten Beziehung sieht man, daß dieses Experiment nicht mit jedem Klotz durchgeführt werden kann. Die experimentelle Bestimmung des Reibungskoeffizienten nach einem solchen Verfahren ist nur in dem Fall möglich, wenn die Höhe h des Klotzes der Beziehung $b > a/2\mu$ genügt. Für einen Würfel ist beispielsweise $a/b = 1$, und eine Bestimmung des Reibungskoeffizienten mit der „Kippmethode“ ist nicht möglich, da in

den meisten realen Fällen $\mu < 0,5$ ist. Mit einem rechteckigen Klotz kann man den Versuch meist ausführen, wenn man die Flächen in entsprechender Weise orientiert.

Wir formulieren jetzt einen Trugschluß. Auf einer horizontalen Auflagefläche befinde sich nicht ein Klotz, sondern eine Kugel. Sie berührt die Auflagefläche nur in einem einzigen Punkt. Deshalb müssen die Reaktionskraft der Unterlage und das Gewicht stets durch diesen Punkt gehen. Das heißt, daß das Moment des Kräftepaares R und P (oder die Summe der Momente dieser Kräfte bezüglich des Berührungspunktes) gleich Null ist. Folglich wird jede noch so kleine an die Kugel angelegte Kraft die Kugel in Drehung versetzen. Mit anderen Worten, der Koeffizient der Rollreibung muß immer gleich Null sein! In Wirklichkeit ist er jedoch nicht gleich Null, wenn er auch wesentlich kleiner als der Gleitreibungskoeffizient ist.

Wo liegt der Fehler in unseren Überlegungen?

12. Gilt das Gesetz von der Unabhängigkeit der Wirkung einzelner Kräfte?

Das Gesetz von der Unabhängigkeit der Wirkung der Kräfte sagt folgendes aus: Greifen an einem Körper gleichzeitig mehrere Kräfte an, so wirkt jede Kraft so, als ob die anderen Kräfte überhaupt nicht vorhanden wären. Wir wollen uns einmal ansehen, zu welch unsinnigen Schlußfolgerungen dieses Prinzip mitunter führt.

An einem Körper möge eine Kraft von solcher Größe angreifen, daß ihre Wirkung gleich Null ist, d. h., die Kraft beläßt den Körper im Zustand der Ruhe. Dann werden auch zwei solche Kräfte den Körper nicht in Bewegung setzen. Folglich wird sich der Körper auch bei einer beliebig großen Zahl solcher Kräfte nicht bewegen.

Das stimmt aber nicht, da es der Erfahrung widerspricht. Wo liegt der Fehler in der durchgeführten Überlegung?

13. Mit welcher Kraft drücken Tischbeine auf den Fußboden?

In Abb. 5 ist ein Tisch dargestellt, der auf einer geneigten Fläche steht und sich in Ruhe befindet. Wir zerlegen das im Schwerpunkt C des Tisches angreifende Gewicht P in zwei parallele Komponenten F_1 und F_2 , die in den Endpunkten der Tischbeine (in den Punkten A und B) angreifen, wie das im linken Teil der

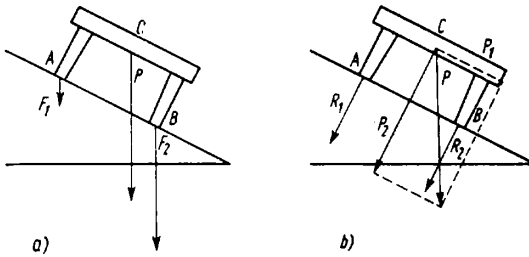


Abb. 5

Abbildung zu sehen ist. Bekanntlich muß die Summe der Kräfte F_1 und F_2 die Kraft P ergeben, außerdem müssen die Beträge der Kräfte F_1 und F_2 den Abständen der Punkte A und B von der Wirkungslinie der Kraft P umgekehrt proportional sein. Zerlegt man die in den Punkten A und B angreifenden Kräfte F_1 und F_2 in Komponenten senkrecht und parallel zur geneigten Fläche (in der Abbildung ist das nicht gezeigt), so kann man sich davon überzeugen, daß die von den Tischbeinen A und B auf die geneigte Fläche ausgeübten Drücke unterschiedlich sind.

Man kann aber auch so vorgehen, wie es im rechten Teil der Abbildung dargestellt ist: Zunächst zerlegt man das Gewicht P in Komponenten P_1 und P_2 . Die Komponente P_1 strebt danach, den Tisch in eine rutschende Bewegung nach unten auf der geneigten Ebene zu versetzen. Da sich der Tisch in Ruhe befindet, wird diese Kraft durch die Reibungskraft kompensiert. Die Kraft P_2 zerlegt man in die Komponenten R_1 und R_2 , die durch die Punkte A und B gehen. Man sieht, daß diese Kräfte (und damit auch die Druckkräfte der Tischbeine auf die geneigte Fläche) gleich groß sind.

Es zeigt sich somit, daß der Druck der Tischbeine nicht nur vom Gewicht des Tisches, sondern auch von der Art der Kraftzerlegung abhängt, was dem gesunden Menschenverstand wie auch der täglichen Erfahrung widerspricht. Folglich muß eine der Überlegungen falsch sein.

Wo liegt der Fehler?

14. Der rätselhafte Hebel

Ein Hebel (Abb. 6) werde durch die Kräfte F_1 und F_2 im Gleichgewicht gehalten. Gewöhnlich nimmt man an, daß eine Kraft F_3 , die am Ende des Hebels angreift und deren Wirkungslinie mit dem Hebel zusammenfällt, dieses Gleichgewicht nicht stört. Man kann aber „beweisen“, daß das nicht stimmt!

Wir verlängern die Richtung der Kraft R_1 , die sich als Resultie-

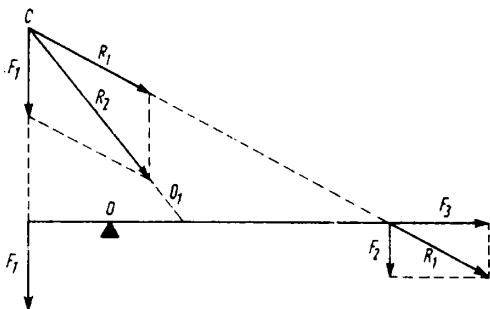


Abb. 6

rende aus den Kräften F_2 und F_3 ergibt, bis zum Schnittpunkt C mit der Wirkungslinie der Kraft F_1 und setzen beide Kräfte zu einer Resultierenden R_2 zusammen. Dann ist R_2 die Resultierende von drei Kräften: F_1 , F_2 und F_3 .

Aus der Zeichnung sieht man, daß die Wirkungslinie der Kraft R_2 den Hebel nicht in der Drehachse O schneidet. Folglich muß der Hebel in eine Drehung im Uhrzeigersinn versetzt werden. Ist diese Schlußfolgerung richtig?

15. Die launische Spule

Leute, die sich mit Näharbeiten beschäftigen, wissen Interessantes über das erstaunliche Verhalten einer Garnspule zu berichten, die unter ein Sofa, einen Tisch oder einen Schrank gerollt ist. Versucht man die Spule am horizontal gehaltenen Ende des Fadens hervorzuziehen, so rollt sie gehorsam aus ihrem Versteck heraus. Versucht man dasselbe mit geneigtem Faden, so wird man Zeuge einer interessanten Erscheinung: Die Spule rollt nicht hervor, sondern versteckt sich noch weiter.

Wie kann man dieses seltsame Verhalten der Spule erklären?

Anmerkung: Bei der experimentellen Überprüfung muß man eine Spule verwenden, die nicht mehr allzu viele Fadenwicklungen enthält, außerdem darf der Neigungswinkel des Fadens nicht zu klein gewählt werden.

16. Hatte Aristoteles recht?

Der berühmte griechische Gelehrte Aristoteles, der im 4. Jahrhundert v. u. Z. lebte (384–322 v. u. Z.), wird nicht umsonst als „Vater der Wissenschaften“ bezeichnet. Sein Beitrag zur Entwicklung der Wissenschaften über die Natur, darunter auch der Physik, ist außerordentlich groß gewesen. Jedoch nicht

immer stimmen die Anschauungen und Schlußfolgerungen von Aristoteles mit den gegenwärtig gültigen Vorstellungen überein. Als Beispiel gehen wir im folgenden auf eine von Aristoteles stammende Überlegung ein.

Ein Stein fällt unter der Einwirkung seines Eigengewichts mit einer bestimmten Geschwindigkeit. Legt man auf diesen Stein noch einen weiteren solchen Stein, so wird der oben liegende Stein den unteren anstoßen, und die Geschwindigkeit des unteren Steins wächst.

Andererseits wissen wir heute mit Sicherheit, daß alle Körper unabhängig von ihrer Masse mit derselben Beschleunigung fallen, d. h., in gleichen Zeitabschnitten wird die Geschwindigkeit jeweils um den gleichen Betrag erhöht.

Wo hat Aristoteles einen Fehler gemacht?

17. Bewegt sich der Klotz?

Wir betrachten zwei Klötze mit den Massen M_1 und M_2 , die auf einer horizontalen und ideal glatten Oberfläche ruhen (Abb. 7).

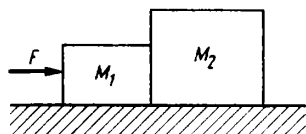


Abb. 7

Am linken Klotz greife eine Kraft F an, die über ihn auch auf den rechten Klotz wirkt. Nach dem dritten Newtonschen Gesetz muß der rechte Klotz mit einer dem Betrag nach gleich großen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft $-F$ auf den linken Klotz zurückwirken. Da keine Reibung vorhanden ist (die Oberfläche ist ideal glatt), ergibt sich die auf den linken Klotz wirkende resultierende Kraft R als Summe aus angelegter Kraft F und Reaktionskraft $-F$ des rechten Klotzes:

$$R = F + (-F) = 0.$$

Hieraus erhält man für die Beschleunigung des linken Klotzes

$$a_1 = R/M_1 = 0.$$

Das bedeutet aber, daß sich der Klotz mit der Masse M_1 selbst bei beliebig großer Kraft F nicht von der Stelle bewegt!

18. Zwei Wagen

Das zweite Newtonsche Gesetz besagt, daß gleiche Kräfte Körpern mit gleicher Masse auch gleichgroße Beschleunigungen

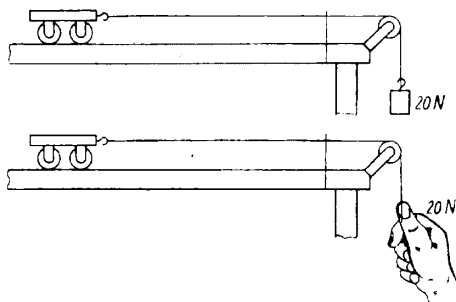


Abb. 8

erteilen. Warum wächst dann aber die Geschwindigkeit des im oberen Teil der Abb. 8 dargestellten Wagens langsamer als die Geschwindigkeit des im unteren Teil dargestellten Wagens, obwohl die Massen der Wagen gleich sind?

19. Mit welcher Kraft ziehen die Pferde?

In der zweiten Nummer der Zeitschrift „Wissen ist Macht“ des Jahres 1933 wurde die folgende Aufgabe veröffentlicht.

Ein vor einen Wagen gespanntes Pferd zieht den Wagen mit einer Kraft von 500 N. Mit welcher Kraft wird der Wagen von 5 gleichzeitig vorgespannten Pferden derselben Art gezogen?

In der folgenden Nummer der Zeitschrift gab der Autor die Lösung an und schrieb, daß sich die gesamte Zugkraft nicht auf 2500 N erhöht, sondern nur auf etwa das 3,5fache, da die Pferde nicht in Übereinstimmung miteinander ziehen werden, sondern sich gegenseitig etwas stören.

Sind Sie mit dieser Lösung einverstanden?

20. Ein Auto auf dem Mond

Die Masse des Mondes beträgt etwa $1/81$ der Erdmasse, sein Durchmesser etwa $1/4$ des Erddurchmessers. Dementsprechend wiegen alle Körper auf dem Mond etwa sechsmal weniger als auf der Oberfläche unseres Planeten. Dadurch können Kosmonauten auf dem Mond Wunder an Akrobatik vollbringen; sie sind in der Lage, sechsmal höher zu springen als unter Erdbedingungen.

Hieraus folgt, daß gleiche Kräfte auf dem Mond etwa sechsmal „effektiver“ sind als auf der Erde. Folgt daraus aber auch, daß ein Auto bei gleicher Antriebskraft auf dem Mond sechsmal schneller fahren kann als auf der Erde?

21. Wie groß ist die Beschleunigung des Schwerpunktes?

Drei gleiche Kugeln M_1 , M_2 und M_3 sind so durch zwei gewichtslose Federn I und II übereinander aufgehängt, daß die Abstände AB und BC zwischen ihnen gleich groß sind, wie das in Abb. 9

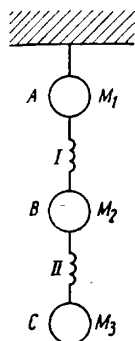


Abb. 9

dargestellt ist, und der Schwerpunkt des Systems mit dem Mittelpunkt der Kugel M_2 zusammenfällt. Zerschneidet man den die Kugel M_1 haltenden Faden, so beginnt das ganze System unter dem Einfluß der Schwerkraft zu fallen.

Bekanntlich kann man die Schwerebeschleunigung eines Systems dadurch finden, daß man die Summe der am System angreifenden Kräfte durch die Masse des Systems dividiert:

$$a = \frac{M_1 g + M_2 g + M_3 g}{M_1 + M_2 + M_3} = \frac{3 M g}{3 M} = g.$$

Die im folgenden angestellten Überlegungen scheinen aber diese Schlußfolgerung zu widerlegen.

Die Kugel M_2 wird von der Feder I stärker nach oben gezogen als von der Feder II nach unten, denn ihre Spannungen sind vor dem Zerschneiden des Fadens und unmittelbar danach durch

$$f_I = 2Mg \text{ und } f_{II} = Mg$$

gegeben. Folglich muß die Kugel M_2 (der Schwerpunkt) mit einer Beschleunigung fallen, die kleiner als g ist.

Wie läßt sich der erhaltene Widerspruch erklären?

22. Der schnelle Radfahrer

Ein Radfahrer kann ohne besondere Anstrengung eine Antriebskraft von 100 N entwickeln. Setzt man die Reibungskraft als kon-

stant und gleich 50 N voraus und nimmt an, daß der Radfahrer zusammen mit seinem Fahrrad eine Masse von 100 kg besitzt, so erhält man für die Beschleunigung

$$a = \frac{100 \text{ N} - 50 \text{ N}}{100 \text{ kg}} = 0,5 \text{ m/s}^2.$$

Dann ergibt sich 20 min nach Beginn der Bewegung eine Geschwindigkeit von

$$v = 0,5 \text{ m/s}^2 \cdot 1200 \text{ s} = 600 \text{ m/s}.$$

Das ist aber die Geschwindigkeit einer Gewehrkugel!

23. Was ist gefährlich – die Geschwindigkeit oder die Beschleunigung?

In seinem Buch „Künstliche Erdsatelliten“ schreibt A. A. Sternfeld: „Während eines kosmischen Fluges können Unpäßlichkeiten in der Hauptsache durch Störungen in der normalen Empfindung der Schwere hervorgerufen werden. Es gibt keine solche Geschwindigkeit, die der menschliche Organismus nicht ertragen kann, falls die Bewegung nicht mit sehr großen Beschleunigungen verknüpft ist. Beunruhigt uns beispielsweise die Rotation der Erde auch nur in der geringsten Weise, obwohl die Umlaufgeschwindigkeit von Gegenständen, die sich am Äquator auf der Erdoberfläche befinden, einen Wert von 1675 km/h erreicht? Dasselbe gilt für die Bewegung der Erde um die Sonne, wo Geschwindigkeiten oberhalb 100000 km/h auftreten. Ausgehend von diesen Fakten, kann man behaupten, daß der menschliche Organismus in der Lage ist, eine beliebige Geschwindigkeit zu ertragen.“

Sehen wir uns einmal an, ob das mit unserer täglichen Erfahrung übereinstimmt. Bei einem Sprung nach unten wächst die Gefahr mit steigender Höhe: Ohne Furcht springen wir aus einer Höhe von 1–2 m nach unten, aber schon einen Sprung aus der ersten Etage eines Hauses riskieren wir nicht ohne besondere Notwendigkeit. Im ersten Falle hat der Mensch vor der Landung bezüglich der Erde eine Geschwindigkeit von 4–6 m/s, im zweiten Falle von etwa 10–13 m/s, während die Beschleunigung in beiden Fällen gleich groß und gleich 9,8 m/s² ist.

Was ist also gefährlicher – die Beschleunigung oder die Geschwindigkeit?

24. Was zeigt das Dynamometer an?

Bekanntlich ist die Summe zweier dem Betrag nach gleich großer und entgegengesetzt gerichteter Kräfte gleich Null. Aufgrund des dritten Newtonschen Axioms kann man schlußfolgern, daß ein Wagen unabhängig von der Kraft, mit der er von einem Pferd gezogen wird, mit derselben Kraft auf das Pferd zurückwirkt, wobei die beiden Kräfte einander entgegengerichtet sind. Es scheint folglich so zu sein, daß die Resultierende dieser Kräfte gleich Null ist und folglich ein Dynamometer, das zwischen dem Pferd und dem Wagen angebracht ist, nichts anzeigen sollte. Andererseits wird die Zugkraft auf diese Weise bestimmt.

25. Nach dem Beispiel Münchhausens

Wir lachen herzlich, wenn wir die Erzählung lesen, wie sich der Baron Münchhausen zusammen mit seinem Pferd an seinen Haaren aus einem Sumpf herauszieht. Verhält sich aber ein Radfahrer nicht ganz genau so, wenn er versucht, mit seinem Fahrrad auf einen (erhöhten) Fußweg zu fahren? In dem Moment, wo das vordere Rad des Fahrrads an die Fußsteigkante herankommt, zieht der Radfahrer die Lenkstange zu sich heran. Dabei hebt sich das Vorderteil des Fahrrades an, und der Radfahrer gelangt ohne Stoß von der Straße auf den Fußweg. Warum kann der Radfahrer das vollbringen, was Münchhausen nicht gelingen konnte?

26. Wie bestimmt man die in einem Satelliten befindliche Masse?

Stellen Sie sich vor, Sie müßten die Masse irgendeines Körpers bestimmen. Auf der Erde ist das nicht schwierig, denn dem Experimentator stehen Balken- oder Federwaagen zur Verfügung. Wie kann man aber die Masse eines Körpers bestimmen, der sich in einem Satelliten befindet? Unter den Bedingungen der Schwerelosigkeit wird keine Waage funktionieren. Ist die Aufgabe etwa nicht lösbar?

Es zeigt sich jedoch, daß man die Masse eines Körpers auch unter den Bedingungen der Schwerelosigkeit zumindest angenähert mit Hilfe einer Waage bestimmen kann. Versuchen Sie eine Antwort auf die Frage zu finden, welche Waage (ob Federwaage oder Balkenwaage) man mitnehmen muß und wie bei der Bestimmung der Masse zu verfahren ist.

27. Das Rätsel der universellen Gravitationskräfte

Das universelle Gravitationsgesetz lautet

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2} .$$

Analysiert man diese Beziehung, so gelangt man sehr leicht zu recht interessanten Schlußfolgerungen: Bei unbegrenzter Verringerung des Abstands zwischen den Körpern muß ihre wechselseitige Anziehungskraft unbeschränkt anwachsen und beim Abstand Null unendlich groß werden.

Warum können wir dann aber ohne besondere Anstrengung einen Körper anheben (beispielsweise einen Stein von der Erdoberfläche), von einem Stuhl aufstehen usw.?

28. Welche Gezeiten sind stärker?

Ebbe und Flut werden bekanntlich durch die Anziehung des Wassers durch Sonne und Mond hervorgerufen. Die Sonne ist 390mal weiter von der Erde entfernt als der Mond, die Sonnenmasse ist 27000000mal größer als die Mondmasse, so daß die Sonne jeden Gegenstand auf der Erde

$$\frac{27 \cdot 10^6}{390^2} = 180\text{mal}$$

stärker anzieht als der Mond.

Folglich sollte man vermuten, daß die Sonne wesentlich stärkere Gezeiten verursacht als der Mond. In Wirklichkeit sind aber die vom Mond hervorgerufenen Gezeiten etwas kräftiger.

Wodurch läßt sich dieses Paradoxon erklären?

29. Wie hängt die Arbeit von der Kraft und vom Weg ab?

Die Tatsache, daß eine Größe A mit einer Größe B durch eine direkte proportionale Abhängigkeit verknüpft ist, wird üblicherweise durch eine Beziehung der Form

$$A = kB$$

ausgedrückt, wobei die Größe k als Proportionalitätsfaktor bezeichnet wird.

Der Betrag der Arbeit W , die von einer Kraft F auf dem Weg s geleistet wird, ist sowohl der Kraft als auch dem Weg propor-

tional. Folglich müssen die beiden folgenden Gleichungen gelten:

$$W = k_1 F \quad (1)$$

und

$$W = k_2 s. \quad (2)$$

Multipliziert man die linken und rechten Seiten der Gleichungen miteinander, so ergibt sich

$$W^2 = k_1 k_2 F s. \quad (3)$$

Wir bezeichnen das Produkt $k_1 k_2$ mit k_3^2 . Dann kann man die Beziehung (3) in folgender Form schreiben:

$$W^2 = k_3^2 F s.$$

Bildet man von beiden Seiten die Quadratwurzel, so erhält man

$$W = k_3 \sqrt{F s}, \quad (4)$$

d. h., die Arbeit ist der Quadratwurzel aus dem Produkt von Kraft und durchlaufener Wegstrecke proportional.

Das ist aber noch nicht alles! Man kann nämlich auch noch anders verfahren. Teilt man die linken und rechten Seiten der Gleichungen (2) und (1) durcheinander, so ergibt sich

$$1 = \frac{k_2 s}{k_1 F}.$$

Bezeichnet man das Verhältnis k_2/k_1 mit k_4 , so erhält man

$$F = k_4 s. \quad (5)$$

Physikalisch bedeutet das, daß die Kraft um so größer wird, je größer die unter ihrer Einwirkung durchlaufene Wegstrecke ist.

Wie kann man diese Ungereimtheiten erklären?

30. Die Gravitationskraft als Motor

Wir nehmen an, daß längs eines Meridians eine streng horizontale Straße gebaut worden sei. Da die Erde an den Polen abgeplattet ist, hat man am Äquator einen um rund 21 km größeren Erdradius als am Pol. Das bedeutet, daß sich ein vom Äquator nach Norden Reisender nach jedem Kilometer durchlaufener Wegstrecke dem Erdmittelpunkt um 2,1 m genähert hat. Folglich sollte ein Auto bei einem hinreichend kleinen Reibungskoeff-

fizienten, der den Wert von 0,021 nicht übersteigen darf, mit ausgeschaltetem Motor von Süden nach Norden rollen. Kann man folglich die Schwerkraft etwa als kostenlosen Motor verwenden?

31. Eine „Verletzung“ des Energieerhaltungssatzes

Die folgende Überlegung scheint zu einem Widerspruch zum Energieerhaltungssatz zu führen.

Ein ruhender Wagen der Masse m werde von einem Geschöß derselben Masse m getroffen, das in ihm steckenbleibt und vorher horizontal mit der Geschwindigkeit v in Richtung der Längsachse des Wagens auf den Wagen zu flog. Infolge des Stoßes setzt sich der Wagen mit dem steckengebliebenen Geschöß in Bewegung. Seine Anfangsgeschwindigkeit läßt sich aus dem Impulserhaltungssatz bestimmen:

$$v_1 = \frac{mv}{2m} = \frac{v}{2}.$$

Folglich erhält man für die kinetische Energie des Wagens mit dem steckengebliebenen Geschöß

$$w_1 = \frac{2m (v/2)^2}{2} = \frac{mv^2}{4}.$$

Vor dem Auftreffen auf den Wagen hatte das Geschöß aber die kinetische Energie

$$w = \frac{mv^2}{2},$$

d. h. einen zweimal so großen Wert. Somit ist die Hälfte der Energie nach dem Zusammenstoß spurlos verschwunden. Können Sie sagen, wohin?

32. Geheimnisvolles Verschwinden von Energie

Trägt man einen Eimer mit Kohle aus dem Keller in die dritte Etage, so erhöht man die Energie der Kohle um etwa 800 J (die Gewichtskraft der Kohle beträgt etwa 80 N, die Höhe, um die man die Kohle anhebt, etwa 10 m). Wohin verschwindet diese zusätzliche potentielle Energie, nachdem die Kohle im Ofen verbrannt ist?

33. Wo ist die Energiequelle?

Um einen beliebigen Körper von der Erdoberfläche anzuheben, muß man Arbeit zur Vergrößerung seiner potentiellen Energie verrichten. Diese Arbeit wird in verschiedenen Fällen auf Kosten unterschiedlicher Quellen verrichtet. Der Motor eines Fahrstuhls beispielsweise schöpft seine Energie aus dem elektrischen Leitungsnetz; ein Flugzeug erhebt sich auf Kosten der Energie, die bei der Oxydation (Verbrennung) des Brennstoffs in seinem Motor abgegeben wird usw.

Auf Kosten welcher Energie steigen Stratosphärenballons und meteorologische Sonden, die keine Triebwerke besitzen, nach oben?

34. Das Paradoxon der Raketentriebwerke

Moderne Flüssigkeitstriebwerke von Raketen entwickeln eine Schubkraft von etwa 2000 N, wenn pro Sekunde ein Kilogramm des Brennstoff-Oxydationsmittel-Gemisches verbrennt. Bei der Mindestgeschwindigkeit, die für den Start eines künstlichen Erdsatelliten erforderlich ist (etwa 8 km/s – erste kosmische Geschwindigkeit), liefert folglich jedes Kilogramm des verbrannten Gemisches eine Leistung von

$$P = F \cdot v = 2000 \text{ N} \cdot 8000 \text{ m/s} = 16 \cdot 10^6 \text{ J/s} = 16000 \text{ kW}.$$

Andererseits hat die Verbrennungswärme des häufig als Brennstoff verwendeten Gemisches Petroleum-Salpetersäure einen Wert von rund 63000 kJ/kg, d. h., bei der Verbrennung eines Kilogramms des Gemisches sollte sich eine Leistung von „nur“ 6300 kW oder 2,5mal weniger, als von uns berechnet, ergeben.

Wodurch läßt sich erklären, daß der Brennstoff bei der ersten kosmischen Geschwindigkeit 2,5mal mehr Energie liefert, als ihm zusteht?

35. Reifen und Berg

Wenn ein Reifen von einem Berg der Höhe H herabrollt, verringert sich seine potentielle Energie; wenn die Reibung dabei vernachlässigbar klein ist, so wächst dabei die kinetische Energie um denselben Betrag an.

Ausgehend vom Energieerhaltungssatz, erhält man

$$mgH = \frac{mv^2}{2},$$

woraus sich für die Endgeschwindigkeit des Reifens

$$v = \sqrt{2gH}$$

ergibt. Nimmt man für den Berg eine Höhe H von 4,9 m an, so findet man

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 4,9 \text{ m}} = 9,8 \text{ m/s.}$$

Das Experiment liefert jedoch für die Geschwindigkeit eines Reifens, der von einem Berg dieser Höhe heruntergerollt ist, eine Geschwindigkeit von etwa 6,9 m/s, d. h. rund zwei Drittel des berechneten Wertes. Eine solch große Abweichung von der Theorie kann auf keinen Fall durch die Reibung erklärt werden. Worin liegt aber dann die Ursache dafür?

36. Wie ist es richtig?

Bei der Berechnung der Zentripetalbeschleunigung kann man die folgenden Ausdrücke verwenden:

$$a = v^2/R$$

und

$$a = \omega^2 R.$$

Aus der ersten Gleichung folgt, daß die Zentripetalbeschleunigung dem Abstand des bewegten Punktes von der Rotationsachse umgekehrt proportional ist, aus der zweiten Gleichung muß man die entgegengesetzte Schlußfolgerung ziehen: Die Beschleunigung ist dem Radius R direkt proportional. Eins davon kann doch aber offenbar nur richtig sein?!

37. Läßt sich ein solcher Motor realisieren?

Wasser möge durch ein gebogenes Rohr fließen (Abb. 10). Da die Bewegung auf einer kreisförmig gekrümmten Bahn erfolgt, existiert eine Zentripetalkraft, die von seiten der Rohrwände

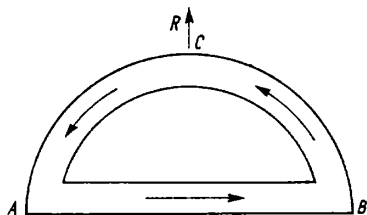


Abb. 10

auf das Wasser wirkt. Andererseits muß entsprechend dem dritten Newtonschen Axiom eine entgegengesetzt gerichtete und dem Betrag nach gleich große Kraft vorhanden sein, die mitunter als Zentrifugalkraft bezeichnet wird und die von seiten des Wassers auf die Rohrwände wirkt. In der Abbildung ist diese Kraft mit R bezeichnet.

Gerät das System unter der Einwirkung der Kraft R in Bewegung?

38. Nach welcher Seite kippt ein Auto bei einer scharfen Wendung?

Je schärfer die Wendung sein soll, die ein Auto, ein Motorrad oder ein Fahrrad ausführt, um so größer ist die dafür erforderliche Zentripetalkraft, und um so häufiger erfolgt leider auch ein Umkippen des Fahrzeugs. Man kann sagen, daß die Wahrscheinlichkeit eines Unfalls um so größer ist, je größer die Zentripetalkraft bei der Wendung wird.

Erscheint es Ihnen aber nicht seltsam, daß das Fahrzeug immer in die Richtung kippt, die der Richtung der Zentripetalkraft entgegengesetzt ist? Vollführt man eine scharfe Wendung nach links, so kippt das Auto in der Regel nach der rechten Seite und umgekehrt.

Wie läßt sich dieser Widerspruch erklären?

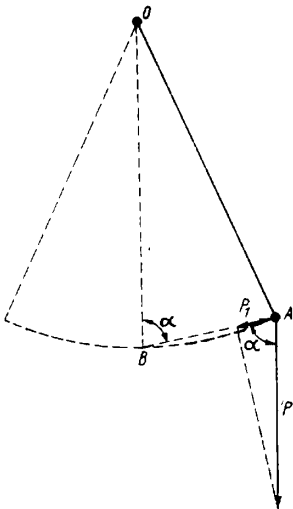


Abb. 11

39. Eine einfache Herleitung der Pendelformel

Im Physiklehrbuch für die Schule wird die Formel für die Schwingungsdauer des mathematischen Pendels ohne Beweis angegeben. Andererseits läßt sich eine sehr einfache Methode für die Herleitung der Abhängigkeit der Schwingungsdauer des Pendels von seiner Länge und der Fallbeschleunigung angeben, die keine besonderen mathematischen Vorkenntnisse erfordert. Diese Herleitung wollen wir hier dem Leser vorführen.

Bei kleinen Auslenkungswinkeln (nur unter dieser Bedingung gilt die gewöhnlich angegebene Pendelformel) kann der Bogen AB durch die Sehne AB ersetzt werden (Abb. 11).

Aus dem gleichseitigen Dreieck AOB erhält man für die Länge der Sehne AB den Wert

$$AB = 2OB \cos \alpha = 2l \cos \alpha.$$

Die Bewegung des Pendels auf diesem Weg kann man als gleichmäßig beschleunigt ansehen, da auf das Pendel in Bewegungsrichtung, d. h. in Richtung der Sehne AB , die Komponente

$$P_1 = P \cos \alpha = mg \cos \alpha$$

der Schwerkraft wirkt und dem Pendel die Beschleunigung

$$a = g \cos \alpha$$

mitteilt. Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung gilt für den Zusammenhang zwischen Weg, Zeit und Beschleunigung die Beziehung.

$$t = \sqrt{2s/a}.$$

Setzt man hier den Wert der Beschleunigung bei Bewegung längs der Sehne AB und ihre Länge ein und berücksichtigt außerdem, daß die Schwingungsdauer viermal größer als die für das Durchlaufen der Strecke AB erforderliche Zeit ist, so erhält man für die gesuchte Schwingungsdauer

$$T = 8 \sqrt{l/g}.$$

Warum steht dann aber in der in den Lehrbüchern angegebenen Formel vor der Quadratwurzel der Koeffizient 2π , d. h. etwa 6,28?

40. Sind in Flüssigkeiten transversale Wellen möglich?

In einem Physiklehrbuch steht geschrieben, daß sich „longitudinale Wellen sowohl in festen Körpern als auch in Flüssigkeiten und Gasen ausbreiten können, da bei allen diesen Körpern bei

einer Änderung des Volumens elastische Kräfte auftreten. In Flüssigkeiten und Gasen entstehen bei einer Änderung der Form keine Elastizitätskräfte, deshalb können sich keine transversalen elastischen Wellen ausbreiten“.

Andererseits wird in dem gleichen Lehrbuch etwas früher behauptet, daß „man beim Hineinwerfen eines Steins in einen Teich beobachten kann, wie sich, von der Einwurfstelle des Steins ausgehend, kreisförmige transversale Wellen ausbreiten“.

Der Autor des Lehrbuchs steht damit im Widerspruch zu seinen eigenen Aussagen, Zuerst führt er ein Beispiel für transversale Wellen in Flüssigkeiten an, später leugnet er ihre Existenz.

Welche der beiden Behauptungen ist richtig?

41. Wird in diesem Versuch die Interferenz von Schall beobachtet?

In einem Physiklehrbuch wird folgendes Experiment beschrieben. Dreht man eine an das Ohr gehaltene Stimmgabel langsam um ihre Längsachse, so hört man deutlich eine periodische Verstärkung und Abschwächung des Schalls. In dem Lehrbuch wird behauptet, daß man den beobachteten Effekt durch die Interferenz der Wellen erklären kann, die von den beiden Stimmgabelästen ausgehen. Wir wollen uns überlegen, ob das tatsächlich so ist.

Damit durch Interferenz der von den beiden Stimmgabelästen ausgehenden Schallwellen eine Abschwächung des Schalls entsteht, müssen die Schwingungen mit einer Phasendifferenz von einer halben Wellenlänge ankommen. Bei einer Frequenz der Stimmgabel von 440 Hz und einer Schallgeschwindigkeit von 340 m/s kann eine solche Gangdifferenz in einem Abstand von etwa 0,4 m entstehen. Andererseits befinden sich die beiden Stimmgabeläste in einer Entfernung von nur 2–3 cm voneinander.

Kann man hieraus die Schlußfolgerung ziehen, daß die beobachtete Erscheinung nichts mit Interferenz zu tun hat?

42. Warum wird der Schall verstärkt?

Gewöhnlich ist der von einer Stimmgabel ausgesandte Schall so schwach, daß er nur in geringer Entfernung von der Stimmgabel gehört werden kann. Befestigt man die Stimmgabel jedoch auf einem Resonator, einem rechteckigen Holzkasten, so ist der Ton in einem relativ großen Raum gut zu hören.

Woher wird im zweiten Falle die „zusätzliche“ Energie geschöpft? Haben wir es hier nicht mit einer Verletzung des Energieerhaltungssatzes zu tun?

43. Wovon hängt die Dichte ab?

Die Dichte eines Körpers kann man bestimmen, indem man die Masse desjenigen Körpers, der aus dem uns interessierenden Stoff besteht, durch sein Volumen dividiert:

$$\rho = m/V.$$

Hier ist m die Masse des Körpers, V sein Volumen und ρ die uns interessierende Dichte.

Aus obiger Beziehung sieht man, daß die Dichte eines Stoffs dem Volumen des Körpers umgekehrt proportional ist. Mit anderen Worten, nimmt man bei der Bestimmung der Dichte einen Körper mit dem doppelten Volumen, so erhält man für die gesuchte Größe einen zweimal kleineren Wert.

Wie läßt sich das mit der Tatsache vereinbaren, daß die Dichte eine charakteristische Materialkonstante ist?

44. Wird sich der Wagen bewegen?

Ein Wagen der in Abb. 12 gezeigten Form ist mit Wasser oder einer anderen, am besten schweren Flüssigkeit gefüllt, beispielsweise mit Quecksilber. Der mittlere Druck auf die rechte und linke Wand des Wagens ist gleich groß, da er nur von der Höhe der Flüssigkeitssäule und der Dichte der Flüssigkeit abhängt.

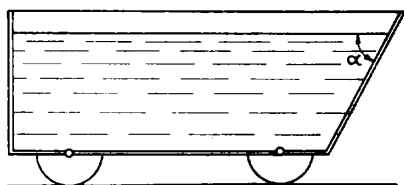


Abb. 12

Die Fläche der rechten Wand ist aber größer, folglich ist auch die auf sie wirkende Druckkraft größer. Es hat deshalb den Anschein, als ob sich der Wagen von links nach rechts in Bewegung setzen muß.

Bedeutet das nicht die Realisierbarkeit eines kostenlosen Motors?

45. Eisen und Bettfedern auf der Waage

Auf einer Waagschale einer Balkenwaage befindet sich ein eisernes Gewichtsstück (genauer: Massenormal), auf der anderen Waagschale ein Daunenballen. Der Zeiger der Waage weist auf den Nullpunkt der Skala, was bedeutet, daß die auf die beiden Waagschalen wirkenden Druckkräfte gleich groß sind. Da Körper gleichen Gewichts auch die gleichen Massen haben, schließen wir, daß die Masse des Gewichtsstücks gleich der Masse des Daunenballens ist. In Wirklichkeit ist die Masse der Daunen jedoch etwas größer.

Können Sie erklären, warum?

46. Übt das Wasser einen Druck auf den Gefäßboden aus?

Nur wenige wissen, daß Galileo Galilei (1564–1642) bis an sein Lebensende an der Existenz des Luftdrucks zweifelte. Die Ehre der Entdeckung des Luftdrucks gebührt Evangeliste Torricelli (1608–1647), dem Schüler des genialen Physikers.

Zur Stützung seiner Meinung führte Galilei die folgende Überlegung an.

Greift man in Gedanken ein kleines Volumen im Inneren einer größeren Wassermenge (oder einer beliebigen anderen Flüssigkeit) heraus, so wirken auf dieses Volumen zwei einander entgegengerichtete Kräfte – die Anziehungskraft der Erde und eine abstoßende Kraft. Nach dem Archimedischen Gesetz sind diese Kräfte dem Betrag nach gleich groß. Aus diesem Grunde befindet sich das betrachtete Volumen im Gleichgewicht, d. h., es steigt weder nach oben, noch sinkt es nach unten. *Man kann sagen, daß Wasser in Wasser nichts wiegt.* Wie kann aber etwas auf die darunterliegenden Schichten einen Druck ausüben, das selbst kein Gewicht hat?!

Dasselbe gilt für Luft in Luft, sagte Galilei. Da die Luft selbst „kein Gewicht hat“, kann sie nicht auf die darunterliegenden Schichten drücken, folglich auch nicht auf die Erdoberfläche.¹

Wo liegt der Fehler in den Überlegungen Galileis?

¹ Wir haben in diesem Satz Anführungsstriche gesetzt, da wir den Ausdruck Gewicht hier nicht im buchstäblichen Sinne verwenden. Galilei zweifelte nicht an der Wägbarkeit der Luft. Er war sogar der erste, dem es gelang, die Dichte der Luft zu bestimmen (im Jahre 1637). Eigenartigerweise glaubte er aber nicht an die Existenz des Luftdruckes.

47. Der Fehler des Physikers

„Der Mensch macht Fehler“ – so heißt ein lateinisches Sprichwort. Und es irren sich auch große Menschen, wie das in der vorangegangenen Aufgabe zitierte Beispiel zeigt. Hier noch ein solches Beispiel.

Zu Beginn unseres Jahrhunderts wurden Luftschiffe und Luftballons mit Wasserstoff gefüllt. Während des ersten Weltkriegs waren sie bequeme Beschußobjekte, da schon die geringste Berührung durch eine Kugel oder ein Geschöß fast immer zur Explosion des Wasserstoffs und damit zum Absturz des Luftschiffs und seiner Besatzung führte. Die Verluste waren so groß, daß sich die am Krieg Beteiligten bald gezwungen sahen, die Anwendung von Luftschiffen und Luftballons für Kriegszwecke aufzugeben.

Einmal erschien jedoch über London ein ungewöhnliches Luftschiff: Trotz vieler Treffer trat keine Katastrophe ein. Es zeigte sich, daß dieses Luftschiff mit Helium gefüllt war.

Als das bekannt wurde, sagte ein Physiker: „Helium ist doppelt so schwer wie Wasserstoff, folglich wird sich die Hubkraft der Ballons auf die Hälfte verringern.“ In Wirklichkeit blieb die Hubkraft praktisch unverändert. Wie läßt sich das erklären?

48. Das Rätsel der Dachbodenfenster

Ein Leser teilte der Redaktion der Zeitschrift „Wissen ist Macht“ folgendes mit.

„In unserem Dorf wehen im Herbst und im Winter so starke Winde, daß die Dachziegel von den Dächern gehoben werden.

Wir dachten darüber nach, wie wir das vermeiden könnten, und ein alter Mann gab folgenden Rat: An den Giebeldächern der Häuser müssen Dachfenster angebracht werden.

Wir haben uns über diesen Ratschlag gewundert, sind aber doch dazu übergegangen, ihn zu prüfen. Und was zeigte sich: Dort, wo die Fenster angebracht wurden, blieben die Dachziegel ganz, dort, wo keine Fenster vorhanden waren, wurden sie nach wie vor abgehoben. Woran liegt das?“

Versuchen Sie, das „Geheimnis“ der Dachfenster zu erklären.

49. Warum sind die Geschwindigkeiten unterschiedlich?

Wir wundern uns nicht darüber, daß die Geschwindigkeiten von in derselben Richtung auf einem Fluß fahrenden Schiffen

unterschiedlich sind; das läßt sich durch Unterschiede in ihrer Konstruktion und in der Leistung ihrer Motoren erklären. Warum schwimmen aber Flöße, die keine eigenen Motoren besitzen, mit unterschiedlicher Geschwindigkeit auf einem Fluß? Es wurde sogar festgestellt, daß ein Floß um so schneller schwimmt, je stärker es belastet wird. Womit hängt das zusammen?

Wärme und Molekülphysik

50. Sinken untergehende Schiffe bis auf den Meeresgrund?

Alle Körper werden unter der Einwirkung eines Druckes komprimiert: am stärksten die Gase, viel weniger die Flüssigkeiten, und die festen Körper setzen einer Verringerung ihres Volumens den größten Widerstand entgegen.

Folgt hieraus nicht, daß an einer tiefen Stelle des Meeres untergehende Schiffe niemals den Meeresgrund erreichen, da das Wasser in großen Tiefen so stark zusammengepreßt ist, daß seine Dichte größer wird als die des Metalls, aus dem die Schiffe gefertigt sind?

Professor Aronax, der Held des Romans „Zwanzigtausend Meilen unter dem Meeresspiegel“ von Jules Verne, behauptete, daß er während seines Aufenthalts auf dem Unterseeboot „Nautilus“ solche Gespensterschiffe beobachten konnte, die zwischen Meeresoberfläche und Meeresgrund schwebten. Ist das wirklich möglich?

51. Welche Temperatur herrscht in großer Höhe?

Schon die ersten Luftschiffer, die sich relativ wenig über die Erdoberfläche erhoben, stellten eine Erniedrigung der Luft-

temperatur fest. In einer Höhe von einigen Kilometern, wo die Flugstrecken moderner Düsenpassagierflugzeuge liegen, herrscht ein solch starker Frost, daß die Passagiere einfach erfrieren würden, wenn sie sich nicht in der wärmenden Flugzeugkabine befänden.

In noch größerer Höhe beobachtet man aber die sog. Inversion, d. h., die Temperatur beginnt wieder anzusteigen, und in einer Höhe von einigen hundert Kilometern haben die Luftmoleküle Geschwindigkeiten, denen Temperaturen von einigen tausend Grad entsprechen!

Warum schmelzen und verbrennen dann aber nicht die künstlichen Erdsatelliten, die über einen längeren Zeitraum in solchen Höhen fliegen?

52. Ein ungewöhnlicher Meteorit?

Im Jahre 1860 fiel in Indien ein Meteorit. Er zeichnete hinter sich einen Feuerschweif, und der bis zur Weißglut erhitzte Körper fiel in einen Sumpf. Wie wunderten sich aber die herbeigeilten Menschen, als sie an der Auftreffstelle des Meteoriten einen Eisblock fanden. Das „Himmelsfeuer“ brachte also Eis in das tropische Indien!

Wie kann man dieses Paradoxon der Natur erklären?

53. Im Widerspruch zu den Gesetzen der Thermodynamik

Man hat drei gleiche Dewargefäße A, B und C. In die ersten beiden Gefäße wird jeweils ein Liter Wasser gegossen, das eine Temperatur von 80°C beziehungsweise 20°C hat. Man hat noch ein weiteres leeres Gefäß D, dessen Wände eine unendlich hohe Wärmeleitfähigkeit besitzen. Die Dimensionen des Gefäßes D sind so bemessen, daß man es frei in die Dewargefäße stellen kann.

Kann man durch eine Operation mit allen vier Gefäßen das kalte Wasser mit Hilfe des heißen Wassers so weit erwärmen, daß seine Endtemperatur höher liegt als die Temperatur des heißen Wassers? Eine Mischung des Wassers aus A und B ist dabei nicht erlaubt.

Gewöhnlich wird angenommen, daß diese Aufgabe nicht lösbar ist, und zwar mit der Begründung, daß ein Übergang von Wärme nur von heißeren Körpern auf Körper mit niedrigerer Temperatur möglich ist und daß die Wärmeübertragung unterbrochen wird, wenn die Temperaturen der beiden Körper den

gleichen Wert erreicht haben. Die Aufgabe hat jedoch trotzdem eine Lösung.

Versuchen Sie, diese Lösung zu finden!

54. Wie geht es schneller?

Ich bin sehr in Eile, möchte aber vor dem Weggehen noch ein Glas Tee mit Sahne trinken. Wie muß ich verfahren, damit sich der Tee möglichst schnell abkühlt: sofort die kalte Sahne zugeben und dann fünf Minuten warten oder zuerst fünf Minuten warten und dann die Sahne zugeben?

Nimmt man an, daß eine „Vertauschung der Summanden nicht zu einer Änderung der Summe führt“, so kann man in beliebiger Weise verfahren. Ist das Endergebnis aber immer von der Reihenfolge der Wirkungen unabhängig?

55. Welche Skala ist günstiger?

In einigen Ländern wird zur Temperaturmessung auch heute noch die Skala verwendet, die 1730 von dem französischen Physiker Réaumur vorgeschlagen wurde. In dieser Skala wird wie bei der Celsiusskala festgelegt, daß der Schmelzpunkt des Eises bei 0°R liegt; es wird jedoch angenommen, daß Wasser unter Normaldruck bei einer Temperatur von 80°R siedet.

Wir berechnen die Wärmemenge, die erforderlich ist, um 100 g Wasser zum Sieden zu bringen, das sich zu Beginn auf der Temperatur des schmelzenden Eises befindet.

Die im Internationalen Einheitensystem in der Celsiusskala durchgeführte Rechnung ergibt

$$Q = 0,1 \text{ kg} \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 100 \text{ K} = 41,9 \text{ kJ}.$$

Dieselbe Rechnung, durchgeführt in Graden der Reaumurkala, liefert nur einen Wert von

$$Q = 0,1 \text{ kg} \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 80 \text{ K} = 33,5 \text{ kJ},$$

d. h., bei Verwendung der zweiten Skala braucht man für die Erwärmung des Wassers scheinbar 8,4 kJ weniger an Wärmeenergie. Ist das wirklich so?

56. Wodurch wird hier Arbeit geleistet?

Damit ein System Arbeit verrichten kann, muß ihm entsprechend dem Energieerhaltungssatz eine entsprechende Energie-

menge zugeführt werden. Damit ein Gas, das sich in einem durch einen Kolben abgeschlossenen Zylinder befindet, durch Ausdehnung den Kolben bewegt, muß es erwärmt werden.

Mitunter erzielt man aber auch dasselbe Resultat, indem man in entgegengesetzter Weise verfährt. Wir füllen eine Hohlkugel aus Messing vollständig mit Wasser und schließen sie hermetisch ab. Wenn man jetzt die Kugel unter 0°C abkühlt, also Wärme von ihr abgeführt wird, so sprengt das gefrierende Wasser die Messingkugel, d. h., das Wasser verrichtet Arbeit.

Wo liegt hier die Energiequelle, die zur Zerstörung der Kugel führt?

57. Und wieder verschwindet Energie

Verbiegt man einen Stahlstab, so führt man ihm einen bestimmten Energievorrat zu. Wir bringen jetzt den Stab im gebogenen Zustand so in ein Glas, daß die Glaswände eine Streckung der Feder verhindern, und füllen das Glas mit konzentrierter Schwefelsäure. Der Stahl löst sich langsam in der Schwefelsäure auf, und zusammen mit der Feder verschwindet auch die in ihr gespeicherte Energie.

Kann denn aber Energie verschwinden?

58. Wohin verschwindet die Energie des Brennstoffs, der in einer Rakete verbrennt?

Wir stellen uns eine senkrecht aufgestellte Rakete vor. Die Schubkraft, die durch die Triebwerke entwickelt wird, kann innerhalb weiter Bereiche variieren. Durch Regelung der Treibstoffzufuhr kann man insbesondere auch eine Schubkraft erzeugen, die der Gewichtskraft der Rakete genau gleich ist. In diesem Falle wird die Rakete ähnlich dem „Grab Mohammeds“, das nach der Vorstellung der Mohammedaner ohne Unterstützung frei im Raum schwebt, über der Erdoberfläche schweben und weder fallen noch steigen.

Es ergibt sich eine scheinbar paradoxe Situation: In den Triebwerken wird Treibstoff verbrannt, es wird eine gewaltige Schubkraft erzeugt, aber die verrichtete Arbeit ist gemäß der Formel

$$A = F_s$$

gleich Null, da keine Ortsveränderung unter der Einwirkung der Kraft stattfindet.

Wohin verschwindet in diesem Falle die Energie des verbrannten Treibstoffs?

59. Läßt sich die Temperatur eines Körpers ohne Wärmezufuhr erhöhen?

Auf den ersten Blick erscheint die in der Überschrift formulierte Frage vollkommen unsinnig, etwa wie die Frage „Kann man einen Körper erwärmen, ohne ihn zu erwärmen?“. Ungeachtet dessen, da die Frage absurd erscheint, muß sie jedoch positiv beantwortet werden.

Versuchen Sie ein Beispiel für die Erhöhung der Temperatur eines Körpers anzugeben, der nicht an einem Wärmeaustausch mit umgebenden Körpern beteiligt ist!

60. Negative Länge

Die linearen Dimensionen eines Körpers hängen in der folgenden Weise mit der Temperatur zusammen:

$$l_t = l_0 (1 + \alpha t).$$

Wir nehmen an, daß die Temperatur bis auf den Wert

$$t = -\frac{1}{\alpha}$$

abgesunken ist. Setzt man diese Temperatur in den ersten Ausdruck ein, so erhält man

$$l_t = l_0 \left(1 - \alpha \cdot \frac{1}{\alpha}\right) = 0.$$

Was passiert, wenn man die Temperatur noch weiter erniedrigt? Werden die Dimensionen des Körpers tatsächlich negativ?

61. Gilt der Energieerhaltungssatz immer?

In Abb. 13 sind zwei Röhren dargestellt, die sich nur dadurch voneinander unterscheiden, daß die vorhandenen Aufweitungen unterschiedliche Höhe haben. Pumpt man die Luft aus diesen Röhren heraus, taucht ihre offenen Enden in ein Gefäß mit Quecksilber und öffnet die Hähne, so treibt der Atmosphärendruck das Quecksilber in die Röhren. Dabei wird, wie aus dem Physikunterricht bekannt ist, Arbeit verrichtet,

$$A = pV,$$

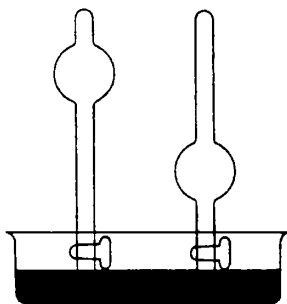


Abb. 13

wobei p die Größe des Luftdrucks und V das mit Quecksilber gefüllte Volumen der Röhren ist. Wenn das innere Volumen der Röhren, das sich mit Quecksilber füllt, gleich ist, muß auch die in beiden Fällen zur Anhebung des Quecksilbers geleistete Arbeit gleich sein.

Es zeigt sich jedoch, daß die Hauptmasse des Quecksilbers im linken Rohr höher steht als im rechten Rohr. Hieraus folgt, daß sich die potentielle Energie in den Röhren bei gleichen geleisteten Arbeiten um unterschiedliche Werte geändert hat, was sich, so scheint es zunächst, in deutlichem Widerspruch zum Energieerhaltungssatz befindet.

Wo liegt der Fehler in der angeführten Überlegung?

62. Das Rätsel der Kapillarercheinungen

Taucht man ein hinreichend dünnes Rohr (Kapillarrohr) aus Glas in Wasser, so kann man beobachten, wie im Rohr eine Flüssigkeitssäule nach oben steigt. Die Höhe der Flüssigkeitssäule hängt vom Durchmesser des Rohres ab, sie ist dem Rohrdurchmesser umgekehrt proportional. Es geschehen keine sichtbaren Veränderungen mit dem Wasser oder mit dem Rohr.

Aufgrund welcher Energiequelle sind die Kapillarercheinungen möglich?

63. Kochendes Wasser kühlt Eis

Was geschieht, wenn Eis mit kochendem Wasser übergossen wird? Offensichtlich wird das Eis entweder völlig oder teilweise schmelzen. Wenn aber nur wenig Wasser genommen wird und die Temperatur des Eises wesentlich unter 0°C liegt, schmilzt das Eis nicht, sondern erwärmt sich nur etwas. Wie ist jedoch

das verblüffende Ergebnis zu erklären, das sich bei der Lösung der folgenden Aufgabe ergibt?

Angenommen, 1 Liter Wasser mit einer Temperatur von 100°C wird in einen Krug mit der Masse 1 kg gefüllt, der aus einem Stoff mit einer spezifischen Wärme von $0,838 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ hergestellt ist. Im Krug befindet sich 1,3 kg Eis mit einer Temperatur von 0°C . Welche Temperatur stellt sich im Krug nach dem Vermischen ein?

Die Gleichung der Wärmebilanz lautet:

Die vom heißen Wasser abgegebene Wärmemenge beträgt $1 \text{ kg} \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} (100 \text{ K} - t)$.

Die vom Krug aufgenommene Wärmemenge beträgt $1 \text{ kg} \cdot 0,838 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot t$.

Die zum Schmelzen des Eises erforderliche Wärmemenge beträgt $1,3 \text{ kg} \cdot 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Die Wärmemenge, die auf die Erwärmung des Schmelzwassers entfällt, beträgt

$1,3 \text{ kg} \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot t$.

Unter Beachtung des Energieerhaltungsgesetzes wird die Gleichung geschrieben:

$$\begin{aligned} & 1 \text{ kg} \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} (100 \text{ K} - t) \\ &= 1 \text{ kg} \cdot 0,838 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot t + 1,3 \text{ kg} \cdot 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \\ & \quad + 1,3 \text{ kg} \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot t. \end{aligned}$$

Nach der Lösung dieser Gleichung erhält man

$$t = -1,6 \text{ K}.$$

Somit hat sich das Eis nach dem Zugeben von kochendem Wasser abgekühlt.

64. Der superfeste Faden

Bei Dehnungsbelastung zerreißt ein Faden an der Stelle, wo seine Festigkeit am kleinsten ist. Folglich kann ein vollkommen homogener Faden, der keine Defekte hat, durch keine Kraft zerrissen werden!

65. Wie erfolgt das Drahtziehen?

In Abb. 14 ist der Prozeß des Drahtziehens schematisch dargestellt, wobei aus einem dicken Draht ein dünner Draht ent-

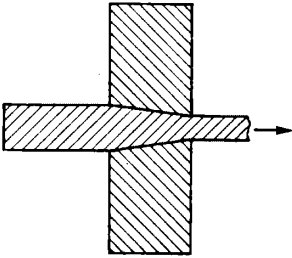


Abb. 14

steht. Wie man aus der Abbildung sieht, ist der Durchmesser nach dem Durchtritt durch das Ziehholz kleiner geworden. Es erhebt sich die natürliche Frage: Warum zerreißt der dünne Teil des Drahtes, der durch das Ziehholz hindurchgegangen ist, nicht, obwohl für den Ziehvorgang ein großer Kraftaufwand erforderlich ist, während sich der dicke Teil des Drahtes deformiert?

66. Weshalb verdampft das Wasser?

Eine Wärmeübertragung von einem Körper auf einen anderen erfolgt nur dann, wenn zwischen den Körpern eine Temperaturdifferenz vorhanden ist. Es ist deshalb vollkommen unverständlich, warum das in eine Schüssel oder ein Glas gegossene Wasser ständig verdampft, obwohl es die Temperatur der umgebenden Luft hat. Denn für die Verdampfung jedes Gramms einer Flüssigkeit ist eine bestimmte Wärmemenge erforderlich, die das Wasser nicht aus der umgebenden Luft aufnehmen kann, da sich Luft und Wasser entsprechend den Versuchsbedingungen auf gleicher Temperatur befinden.

Warum ist trotzdem eine Verdampfung möglich?

67. Frage an eine Studentin

Einer (italienischen) Studentin wurde in einer Prüfung die Frage gestellt: „Wie Ihnen bekannt ist, liegt der Siedepunkt von Butter höher als der Schmelzpunkt von Zinn. Wie erklären Sie dann aber, daß man Speisen in einer verzinnten Pfanne mit Butter braten kann?“ (Das beste Kochgeschirr besteht in Italien aus verzinntem Kupfer.)

Was mußte die Studentin antworten?

68. Wie bringt man Wasser am günstigsten zum Sieden?

Es ist bekannt, daß die Siedetemperatur des Wassers mit fallendem Druck ebenfalls kleiner wird. Warum nutzt man das nicht aus und baut Kochtöpfe, in denen die Luft abgepumpt wird? Das würde doch eine große Einsparung an Brennstoffen bedeuten.

69. Kann man sich an Eis verbrennen und Zinn in heißem Wasser schmelzen?

Es mag zunächst paradox erscheinen, aber sowohl das eine als auch das andere ist möglich. Können Sie erklären, unter welchen Bedingungen das möglich ist?

70. Wieviel Brennstoff wird eingespart?

Jemand erfuhr von drei Erfindungen: Die Anwendung der ersten Erfindung versprach eine Brennstoffeinsparung von 30%, die zweite Erfindung ließ auf eine Einsparung von 25% hoffen, während die praktische Nutzung der dritten Erfindung sogar eine Brennstoffeinsparung von 45% erwarten ließ. Dieser Mensch entschloß sich, eine solche Maschine zu bauen, in der alle drei Erfindungen genutzt werden, und rechnete dabei mit einer Brennstoffeinsparung von $30\% + 25\% + 45\% = 100\%$. Sind die Überlegungen des „Erfinders“ richtig?

71. Warum baut man keine solche Maschine?

Es ist verständlich, aus welchen Gründen bisher keine Maschine gebaut worden ist, die „von sich aus“, ohne Energiequelle, Arbeit verrichtet. Die Unmöglichkeit der Konstruktion eines Perpetuum mobile folgt unmittelbar aus dem Energieerhaltungssatz, dessen Gültigkeit durch die über viele Jahrhunderte gesammelte Erfahrung der gesamten Menschheit bestätigt wird. Warum ist es aber bisher noch niemandem gelungen, eine Maschine zu konstruieren, die nur auf Kosten der Abkühlung des Wassers in den Ozeanen arbeitet? Denn das verspricht doch außerordentlich reizvolle Perspektiven! Man kann leicht nachrechnen, daß die Abkühlung des Weltmeeres um nur 1 K eine solch gigantische Energiemenge liefern würde, die bei den jetzigen Normen für den Energieverbrauch der Menschheit für einige zehntausend Jahre ausreichen würde. Praktisch würde eine derartige hypothetische Anlage in gewisser Weise ein

Perpetuum mobile darstellen. In der Wissenschaft wird eine solche Anlage auch als Perpetuum mobile zweiter Art bezeichnet. Es sei hier darauf verwiesen, daß die Konstruktion eines Perpetuum mobile zweiter Art dem Energieerhaltungssatz nicht widerspricht.

72. Wann ist der Wirkungsgrad eines Autos größer?

Der bei vorgegebenem „Heizer“ und „Kühler“ maximal mögliche Wirkungsgrad einer Wärmemaschine läßt sich aus der Formel

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{T_{\text{Heizer}} - T_{\text{Kühler}}}{T_{\text{Heizer}}}$$

berechnen, wobei T_{Heizer} und $T_{\text{Kühler}}$ die absoluten Temperaturen des Heizers und Kühlers sind.

Aus dieser Formel sieht man, daß der Wirkungsgrad bei unveränderter Temperatur des Heizers mit Erniedrigung der Temperatur des Kühlers wächst.

Warum verbraucht dann ein Auto (das ebenfalls eine Wärmemaschine darstellt) im Winter mehr Benzin als im Sommer? Die Temperatur der atmosphärischen Luft, die die Rolle des Kühlmittels spielt, ist doch im Winter niedriger, während die Temperatur der sich bei der Benzinverbrennung bildenden Gase im Winter wie im Sommer praktisch den gleichen Wert hat.

73. Ist der „Dämon“ Maxwells möglich?

Die Analyse der beiden vorhergehenden Aufgaben führte zu der Feststellung, daß für den Betrieb einer Wärmemaschine zwei Körper mit unterschiedlicher Temperatur vorhanden sein müssen, ein Heizer und ein Kühler. Wenn keine Temperaturdifferenz vorhanden ist, kann keine Wärmemaschine betrieben werden, was sich formal auch aus der Formel in Aufgabe 72 ergibt.

Ist es aber nicht möglich, eine solche Anlage zu bauen, in der die Temperaturdifferenz „von selbst“ entsteht, automatisch, als Folge der Arbeit der Maschine selbst? Eine solche Anlage wurde erstmals in der Mitte des vergangenen Jahrhunderts von dem berühmten englischen Physiker J. C. Maxwell (1831–1879) vorgeschlagen.

Maxwell führte folgende Überlegung durch. Es sei eine Kammer gegeben, die mit Gas gefüllt ist und die durch eine Trennwand

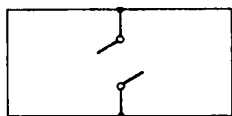


Abb. 15

mit einer kleinen Tür in zwei gleiche Teile geteilt ist (siehe Abb. 15). Die Tür ist mit einem Steuerungsmechanismus (Maxwell bezeichnete ihn als „Dämon“) versehen, der in der Lage ist, schnelle und langsame Moleküle voneinander zu unterscheiden. Schließt und öffnet der „Dämon“ die Tür in der Weise, daß schnelle Moleküle nur von rechts nach links, langsame Moleküle nur von links nach rechts durch die Tür hindurchgelassen werden, so werden sich nach einer bestimmten Zeit alle schnellen Moleküle in der linken, alle langsamen Moleküle in der rechten Hälfte der Kammer befinden. Dann herrschen links und rechts unterschiedliche Temperaturen, da die Temperatur durch die Geschwindigkeit der Moleküle bestimmt wird.

Wo aber eine Temperaturdifferenz vorhanden ist, kann eine Wärmemaschine arbeiten. Wenn sich dadurch die Temperaturen wieder ausgeglichen haben, kann man den Sortierungsprozeß der Moleküle wiederholen, und so ohne Ende, bis ein Verschleiß der Maschinenteile einsetzt.

Ist es uns damit gelungen, ein Perpetuum mobile zu konstruieren?

Elektrizität und Magnetismus

74. Die Stromstärke in einer Verzweigung ist gleich der Stromstärke in einem unverzweigten Teil des Stromkreises?

Zwei elektrische Glühlampen seien so in das Netz geschaltet, wie in Abb. 16 dargestellt. Bezeichnet man den Strom durch

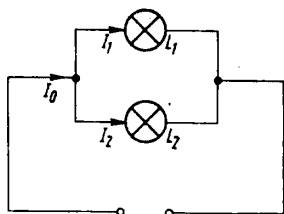


Abb. 16

die Lampe L_1 mit I_1 und den Strom durch die Lampe L_2 mit I_2 , so kann man schreiben:

$$I_1 + I_2 = I_0,$$

wobei I_0 die Stromstärke im unverzweigten Teil des Stromkreises ist. Multipliziert man beide Seiten der Gleichung mit $I_0 - I_1$, so erhält man

$$I_1 I_0 - I_1^2 + I_2 I_0 - I_1 I_2 = I_0^2 - I_0 I_1.$$

Bringt man den dritten Summanden der linken Seite auf die rechte Seite,

$$I_1 I_0 - I_1^2 - I_1 I_2 = I_0^2 - I_0 I_1 - I_0 I_2,$$

und klammert links I_1 , rechts I_0 aus, so wird daraus

$$I_1 (I_0 - I_1 - I_2) = I_0 (I_0 - I_1 - I_2).$$

Dividiert man jetzt beide Seiten der Gleichung durch den Ausdruck in den Klammern, so erhält man

$$I_1 = I_0!$$

Multipliziert man die Ausgangsgleichung nicht mit $I_0 - I_1$, sondern mit $I_0 - I_2$, so ergibt sich in analoger Weise

$$I_2 = I_0!$$

Was ist hier los?

75. Welchen Strom kann ein Akkumulator liefern?

Ein Säureakkumulator mit einem Innenwiderstand von $0,1 \Omega$ trägt die Aufschrift: „Elektromotorische Kraft 4 V, maximaler Entladungsstrom 4 A“. Verbindet man die Pole des Akkumulators mit einem Leiter, dessen Widerstand ebenfalls $0,1 \Omega$ beträgt, so erhält man andererseits einen Strom von

$$\frac{4 \text{ V}}{0,1 \Omega + 0,1 \Omega} = 20 \text{ A},$$

d. h. einen fünfmal größeren Strom als angegeben.
Wo liegt die Ursache für diese Differenz?

76. Wie groß ist der Widerstand einer elektrischen Glühlampe?

Bei der Bestimmung des Widerstandes einer 100-W-Glühlampe mit Hilfe eines Ohmmeters erhielt ein Schüler den Wert 35Ω . Zur Überprüfung seines Meßergebnisses beschloß der Schüler, den Widerstand aus der Leistung und der auf dem Sockel angegebenen Betriebsspannung von 220 V zu berechnen.

Unter Verwendung der Formel $R = U^2/N$ erhielt der Schüler zu seiner Verwunderung einen Wert von 484Ω , d. h. einen etwa 14mal höheren Wert als im ersten Falle.

Wie kann man den beträchtlichen Unterschied in den beiden Resultaten erklären?

77. Was zeigt das Voltmeter an?

Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten eines Leiters kann mit Hilfe eines mit diesen Punkten verbundenen Voltmeters bestimmt werden. Andererseits läßt sich die Potentialdifferenz mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes ermitteln, wozu man den Widerstand dieses Teils des Stromkreises zwischen den beiden Punkten mit der durch den Leiter fließenden Stromstärke multiplizieren muß.

Wir betrachten einen Stromkreis, der aus zwei vollkommen gleichen galvanischen Elementen besteht, die in der in Abb. 17 gezeigten Weise miteinander verbunden sind. Bezeichnet man die elektromotorische Kraft der Elemente mit E und ihren Innenwiderstand mit R , so erhält man für die Stromstärke im Stromkreis

$$I = 2E/2R = E/R.$$

Man sollte annehmen, daß ein mit den Punkten A und B verbundenes Voltmeter die Potentialdifferenz

$$\varphi_A - \varphi_B = I \cdot R = E$$

anzeigt, da im Kreis ein Strom der Stärke E/R fließt und der Widerstand des Teils, dem das Voltmeter parallel geschaltet ist, den Wert R hat.

In Wirklichkeit zeigt das Voltmeter Null an. Es ergibt sich eine paradoxe und auf den ersten Blick unwahrscheinlich erschei-

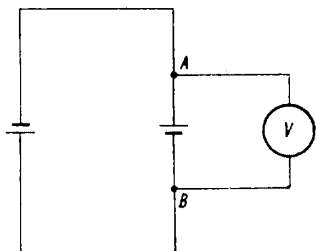


Abb. 17

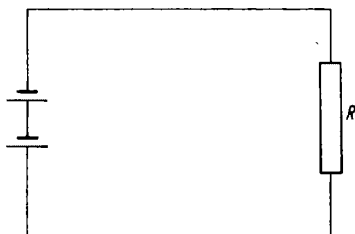


Abb. 18

nende Situation: Durch den Teil des Stromkreises fließt ein Strom, die Potentialdifferenz zwischen seinen Enden ist aber gleich Null.

Warum ist das möglich?

78. Wie groß muß der Widerstand sein?

Wir betrachten den in Abb. 18 dargestellten Stromkreis. Bezeichnet man den Widerstand des Verbrauchers mit R , den Widerstand der Stromquelle mit r , so erhält man nach einer einfachen und leicht einzusehenden Umformung den folgenden Ausdruck für den Wirkungsgrad der Elektroenergieausnutzung:

$$k = \frac{N_{\text{genutzt}}}{N_{\text{gesamt}}} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r}.$$

Die Formel läßt sich in der Form

$$k = \frac{1}{1 + r/R}$$

schreiben.

Aus dem letzten Ausdruck sieht man, daß der Koeffizient für die Ausnutzung der Elektroenergie, mit anderen Worten der Wirkungsgrad der gesamten Anlage, um so größer wird, je größer R im Vergleich zu r ist.

Warum werden dann aber Verbraucher und Stromquelle so aufeinander abgestimmt, daß ihre Widerstände nach Möglichkeit gleich sind, obwohl dabei nur ein Wirkungsgrad von 50% erreicht wird?

79. Welcher Strom ist für den Betrieb des Gerätes erforderlich?

An ein Netz mit einer Spannung von 120 V ist in Reihe mit einem Widerstand von 40Ω ein Gerät geschaltet, das für seinen

Betrieb eine Leistung von 50 W erfordert. Wir wollen aus diesen Daten die Stromstärke berechnen, die durch das Gerät fließt. Zur Lösung der Aufgabe bemerken wir, daß die Spannung am Gerät zusammen mit der Spannung am zusätzlichen Widerstand gleich der Netzspannung sein muß,

$$U_{\text{Gerät}} + U_{\text{Widerstand}} = U_{\text{Netz}}.$$

Den ersten Summanden kann man als Quotienten aus erforderlicher Leistung und fließender Stromstärke darstellen, den zweiten Summanden als Produkt aus fließender Stromstärke und dem Wert des zusätzlichen Widerstandes. Dann ergibt sich die folgende Gleichung, in der außer der fließenden Stromstärke alle Größen bekannt sind:

$$\frac{N}{I} + I \cdot R = U_{\text{Netz}}.$$

Setzt man hier die Zahlenwerte der bekannten Größen ein, so ergibt sich

$$\frac{50}{I} + 40I = 120$$

oder

$$40I^2 - 120I + 50 = 0.$$

Löst man diese quadratische Gleichung, so erhält man für die Stromstärke zwei Werte: $I_1 = 0,5 \text{ A}$ und $I_2 = 2,5 \text{ A}$.

Welcher Strom fließt nun wirklich durch das Gerät?

80. Nochmals zum Energieerhaltungssatz

Die Kapazität jedes der beiden in Abb. 19 dargestellten Kondensatoren C_1 und C_2 betrage $20 \mu\text{F}$. Der Schalter S befinde sich zunächst in der Stellung 1. Dann ist der Kondensator C_2 mit der

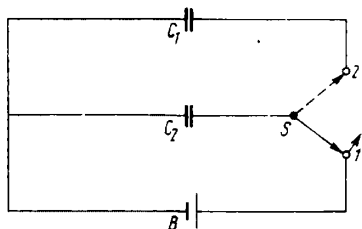


Abb. 19

Batterie B verbunden. Beträgt die elektromotorische Kraft der Batterie 100 V, so speichert der Kondensator C_2 die Energie

$$W_1 = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (100 \text{ V})^2}{2} = 0,1 \text{ J}.$$

Bringt man den Schalter dann in die Stellung 2, so sind die beiden Kondensatoren parallel geschaltet und haben die Gesamtkapazität $2 \cdot 20 \mu\text{F} = 40 \mu\text{F}$. Die Potentialdifferenz an den Batterieanschlusßklemmen wird 50 V betragen, d. h. die Hälfte der vorher am Kondensator C_2 vorhandenen Spannung, da sich die vorher auf C_2 befindliche Ladung jetzt auf zwei gleiche Teile verteilt.

Unter Ausnutzung dieser Daten berechnen wir jetzt die Energie, die entsprechend der oben angegebenen Formel in der Kondensatorbatterie gespeichert ist:

$$W_2 = \frac{40 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (50 \text{ V})^2}{2} = 0,05 \text{ J}.$$

Es ergibt sich nur die Hälfte der Energie, die vorher auf dem Kondensator C_2 gespeichert war.

Wohin ist die zweite Hälfte verschwunden?

81. Warum erhöht sich die Energie des Kondensators?

Ein Plattenkondensator mit der Kapazität $C_1 = 1 \mu\text{F}$, in dem sich als Dielektrikum eine dünne Glasplatte mit der relativen Dielektrizitätskonstanten $\epsilon_{\text{rel}} = 5$ befindet, ist bis auf eine Potentialdifferenz von $U_1 = 100 \text{ V}$ aufgeladen worden.

Mit der in der vorangegangenen Aufgabe angegebenen Formel erhält man für die im Kondensator gespeicherte Energie

$$W_1 = \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 10^4 \text{ V}^2}{2} = 0,005 \text{ J}.$$

Nachdem der Experimentator das Glas entfernt hat, ist die Kapazität des Kondensators um den Faktor ϵ_{rel} kleiner und damit gleich $C_2 = C_1/\epsilon_{\text{rel}} = 0,2 \mu\text{F}$ geworden. Da die Ladung auf dem Kondensator unverändert geblieben ist, hat sich die Potentialdifferenz zwischen den Kondensatorplatten wegen der Beziehung $q = C \cdot U$ auf $U_2 = \epsilon_{\text{rel}} \cdot U_1 = 500 \text{ V}$ erhöht.

Hieraus ergibt sich für die Energie des Kondensators nach der Entfernung des Dielektrikums der Wert

$$W_2 = \frac{0,2 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 25 \cdot 10^4 \text{ V}^2}{2} = 0,025 \text{ J}.$$

Wodurch hat sich die Energie erhöht? Der Kondensator war doch nicht an eine Stromquelle angeschlossen.

82. Ein Magnet mit einem Pol

Gewöhnlich nimmt man an, daß ein Magnet immer zwei Pole haben muß. Die folgende Überlegung scheint aber diese Ansicht zu widerlegen.

Wir nehmen eine Stahlkugel und zerschneiden sie, von der Oberfläche zum Mittelpunkt gehend, in pyramidenförmige Teile. Dann werden diese Teile so magnetisiert, daß alle Pyramiden-spitzen gleiche Polarität besitzen, und wir setzen die Teile wieder zu einer Kugel zusammen, wie das in Abb. 20 gezeigt ist.

Dann verbleibt an der Oberfläche der Kugel nur ein Pol. Kann man daraus schließen, daß die Herstellung eines Magneten mit nur einem Pol möglich ist?

83. Wo befindet sich die Energiequelle des Magneten?

Wir nähern einem Gegenstand aus Eisen von oben her einen Magneten. Wenn das Gewicht des Eisenstücks und der Abstand zum Magneten nicht zu groß sind, wird das Eisenstück vom Magneten angezogen. Wir bezeichnen das Gewicht des Gegenstandes mit P , seinen vertikalen Abstand vom Magneten mit H . Dann hat der Magnet gegen die Schwerkraft eine Arbeit von $A = P \cdot H$ verrichtet.

Die in jedem Einzelfall verrichtete Arbeit wird möglicherweise nicht sehr groß sein, aber der Versuch kann beliebig oft wiederholt werden, wobei man keine sichtbaren Veränderungen am Magneten feststellt und seine „magnetische Kraft“ nicht schwächer wird.

Widerspricht das nicht dem Energieerhaltungssatz?

84. Sind die Widerstände beliebiger Leiter gleich groß?

Ein Metallring (Abb. 21) wird in ein magnetisches Wechselfeld gebracht. Dann entsteht im Ring ein Induktionsstrom, dessen Stärke wir für einen beliebigen herausgegriffenen Zeitpunkt mit I bezeichnen.

Wir greifen dann zwei beliebige Punkte A und B auf dem Ring heraus und bezeichnen den Widerstand des größeren Teils des Ringes zwischen diesen Punkten mit R , den Widerstand des kleineren Ringteils mit r .



Abb. 20

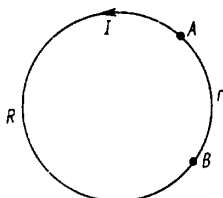
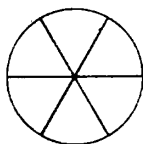


Abb. 21

Dann läßt sich die Potentialdifferenz an den Enden des Teils AB (über r) nach dem Ohmschen Gesetz durch den Widerstand des Teilstücks und die hindurchfließende Stromstärke ausdrücken,

$$\varphi_A - \varphi_B = I \cdot r.$$

Auf derselben Grundlage kann man für das Teilstück BA (über R) schreiben:

$$\varphi_B - \varphi_A = I \cdot R.$$

Da die beiden Teilstücke mit ihren Enden in denselben Punkten zusammentreffen, müssen die linken Seiten der beiden Gleichungen gleich sein, denn jedem Punkt kann in einer konkreten Situation nur ein einziger Potentialwert zugeschrieben werden. Hieraus schließen wir, daß auch die rechten Seiten der beiden aufgeschriebenen Gleichungen gleich groß sein müssen, d. h.

$$I \cdot r = I \cdot R.$$

Dividiert man beide Seiten durch die Stromstärke I , so ergibt sich offensichtlicher Unsinn:

$$r = R.$$

Anmerkung: Es wäre selbstverständlich logischer, die beiden rechten Seiten bei ihrer Gleichsetzung mit unterschiedlichen Vorzeichen zu nehmen. Das Endergebnis wäre aber noch absurder:

$$r = -R.$$

85. Ändert sich das Übertragungsverhältnis bei Änderung der Belastung des Transformators?

Belastet man einen Transformator sehr stark, so wächst die vom Transformator aus dem elektrischen Netz entnommene Leistung. Folglich steigt auch die Stromstärke in der Primärwicklung. Ein größerer Strom magnetisiert den Kern des Trans-

formators stärker, und wenn der Maximalwert des magnetischen Flusses vorher etwa gleich Φ_1 war, so ergibt sich nach Erhöhung der Belastung ein Wert $\Phi_2 > \Phi_1$.

Bekanntlich wird die in der Sekundärwicklung induzierte Spannung durch die Windungszahl und die Änderungsgeschwindigkeit des magnetischen Flusses mit der Zeit bestimmt:

$$E = -\Delta\Phi/\Delta t.$$

Im ersten Falle hat sich der magnetische Fluß in einer Viertelperiode von 0 auf Φ_1 , im zweiten Falle in derselben Zeit von 0 auf Φ_2 erhöht. Da $\Phi_2 > \Phi_1$ ist, ergibt sich im zweiten Falle eine größere Änderungsgeschwindigkeit des magnetischen Flusses. Aus diesem Grunde muß auch die in der Sekundärwicklung induzierte Spannung größer werden.

In Wirklichkeit hängt das Übertragungsverhältnis praktisch nicht von der Belastung ab. Das bedeutet, daß sich in unsere Überlegungen ein Fehler eingeschlichen hat. Wo liegt dieser Fehler?

86. Bei welcher Spannung zündet eine Neonlampe?

Für die Bestimmung der Zündspannung einer Neonlampe wurde eine Schaltung aufgebaut, deren Schema in Abb. 22 dar-

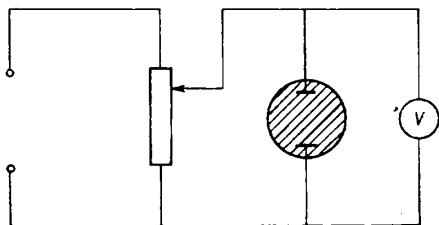


Abb. 22

gestellt ist. Schließt man die Apparatur an ein Wechselstromnetz und erhöht die der Lampe zugeführte Spannung allmählich durch entsprechende Veränderung der Potentiometerstellung, so zündet die Lampe in dem Augenblick, wo das Voltmeter (ein elektromagnetisches System) eine Spannung von 50 V anzeigt. Wiederholt man das Experiment mit Gleichspannung, so zündet die Lampe, wenn der Zeiger des Voltmeters bei 70 V steht. Wie groß ist die Zündspannung der Neonlampe in Wirklichkeit?

87. Welches Amperemeter zeigt richtig an?

Beim Aufbau der in Abb. 23 gezeigten Schaltung wurde für eines der Amperemeter ein elektromagnetisches System (Drehspul-

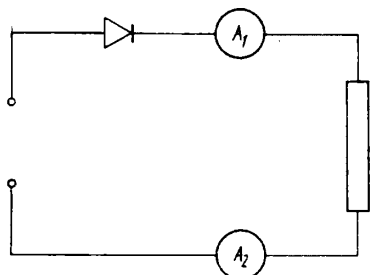


Abb. 23

galvanometer), für das andere Amperemeter ein elektrodynamisches System verwendet. Beide Geräte wurden unmittelbar vorher in einem Kontrollaboratorium überprüft, so daß kein Zweifel an ihrer Funktionstüchtigkeit besteht.

Nach dem Anschluß der Schaltung an das Wechselstromnetz zeigte sich jedoch, daß die Anzeige des zweiten Amperemeters etwa eineinhalbmals größer ist als die Anzeige des ersten Geräts. Können Sie die Ursache dieser Abweichung angeben?

88. Warum ist das Magnetfeld unverändert geblieben?

In einem Laboratorium wurde das Verhalten von Halbleitern in einem magnetischen Wechselfeld untersucht. Zur Erzeugung des Magnetfeldes entschloß man sich, eine Spule auf einen Spulenkörper aus Karton zu wickeln und aus dem Wechselstromnetz zu speisen. Dann entsteht im Inneren der Spule ein magnetisches Wechselfeld, in das man die untersuchte Probe bringen kann.

Da in dem Experiment eine möglichst hohe Feldstärke erwünscht war, brachte der Laborant auf dem Spulenkörper übereinander drei gleichartige Wicklungen an, in der Hoffnung, daß sich bei Parallelschaltung der Wicklungen auch die dreifache Feldstärke ergeben würde.

Das Experiment zeigte jedoch, daß das Magnetfeld der drei Spulen etwa gleich dem Magnetfeld einer Spule war. Der Leiter des Laboratoriums, an den sich der Laborant wandte, erklärte die Ursache dieses Effekts. Außerdem stellte er fest, daß die gleichzeitige Einschaltung von drei Spulen trotzdem sinnvoll ist. Warum blieb das Magnetfeld unverändert, und warum sind drei Spulen trotzdem besser als eine Spule?

89. Wie prüft man Sicherungen?

In der Wohnung Nr. 19, wo ich wohnte, verlosch unerwartet das Licht. Mit Hilfe einer Kontrollampe konnte geklärt werden, daß die Elektroenergiezufuhr zum Zähler der Wohnung unterbrochen war. Auf der Suche nach dem Schaden betrat ich den Treppenflur, vergaß dabei aber nicht, die Kontrollampe mitzunehmen. Ich öffnete den Gruppenzähler und begann mit Hilfe der Kontrollampe die dort eingebaute Sicherung für die zu meiner Wohnung führende Phase zu überprüfen. (In unserem Haus erfolgt die Elektroenergieversorgung über ein System mit vier Leitern, das Schema ist in Abb. 24 dargestellt.)

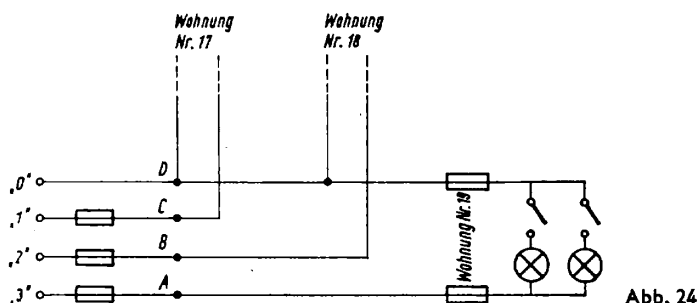


Abb. 24

„Um mich von der Intaktheit der Sicherung zu überzeugen“, so überlegte ich, „reicht es aus, die Kontrollampe zwischen den Punkten A und D anzuschließen.“ Das gelang mir jedoch nicht, da der Zugang zum Nulleiter sorgfältig mit Isolierband umwickelt war, was ich nicht entfernen wollte.

„Na wenn schon, in diesem Falle muß man die Kontrollampe zwischen den Punkten A und B oder A und C anschließen. Sie wird nur dann brennen, wenn beide Sicherungen ganz sind – in den Phasen 3 und 2 oder 3 und 1.“

Zu meiner ehrlichen Verwunderung brannte die Lampe in beiden Fällen. Sie brannte auch dann, wenn sie mit den Punkten B und C verbunden war, obwohl eine solche Überprüfung natürlich nicht mehr notwendig war.

„Alles klar“, dachte ich. „Es ist ein Defekt in der Leitung vom Gruppenzähler zu unserem Wohnungszähler vorhanden!“ Auf dem Weg in unsere Wohnung überprüfte ich jedoch noch einmal meine Überlegungen und . . .

Aber vielleicht überlegen Sie mit mir gemeinsam!

90. Warum brannten die Lampen?

Die Laboratoriumsarbeiten sollten in zwei benachbarten Zimmern durchgeführt werden. Die Glocke läutete, und die Schüler nahmen ihre Plätze ein. Einer von ihnen baute schnell die Schaltung auf und schloß sie an das Netz an, um sie dem Lehrer vorzuführen. Aber die Schaltung funktionierte nicht. Während der Schüler die Richtigkeit der hergestellten Verbindungen überprüfte, bauten auch die anderen Schüler ihre Schaltungen auf, aber keine funktionierte. Schnell konnte geklärt werden, daß die Elektroenergiezufuhr unterbrochen war. Dann kam der Strom unerwartet wieder, aber die Spannung lag etwas über dem Nominalwert. Die Versuche, die Ursache des Fehlers zu finden, führten zu einer unerwarteten Entdeckung: Es zeigte sich, daß die Spannung dann vorhanden ist, wenn im Nachbarzimmer ein elektrischer Kocher an das Netz angeschlossen wird; man brauchte nur den Kocher abzuschalten, um die Stromzufuhr zu unterbrechen. Der Schüler, der mit dem Kocher experimentierte, bemerkte übrigens, daß der Kocher nicht richtig heiß wurde.

Können Sie den Schülern helfen, die Ursachen dieser Erscheinungen zu klären?

91. Warum ist die Anzeige des Voltmeters unterschiedlich?

Ein direkt an das Wechselstromnetz geschaltetes Voltmeter mit elektromagnetischem System zeigte eine Spannung von 125 V an. Danach wurde dasselbe Voltmeter nach dem in Abb. 25 gezeigten

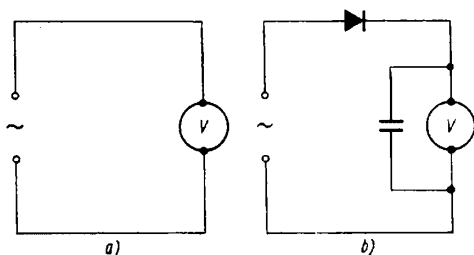


Abb. 25

Schema in Reihe mit einem Gleichrichterelement (beispielsweise einem Selengleichrichter oder einer Germaniumdiode) an das Netz angeschlossen.

Da der Gleichrichter den Strom nur in einer Richtung hindurch-

läßt, d. h. nur 50% der Gesamtzeit, sollte sich die Anzeige des Voltmeters auf etwa die Hälfte verringern. In Wirklichkeit zeigt das so angeschlossene Voltmeter ungefähr 175 V an! Wodurch läßt sich das erklären?

92. Die Daten eines Elektromotors

Auf der an einem elektrischen Wechselstrommotor befestigten Datentabelle sind folgende Größen angegeben:

$$U = 220 \text{ V}, I = 5 \text{ A}, N = 0,9 \text{ kW}.$$

Wenn man, wie das bei der Bestimmung einer Leistung üblich ist, die beiden ersten Zahlen miteinander multipliziert, erhält man 1,1 kW. Warum ist in der Datentabelle für die Leistung des Motors ein anderer Wert angegeben?

93. Wird der Kondensator aufgeladen?

Es wird auch heute immer wieder versucht, ein Perpetuum mobile zu konstruieren. Die Mitarbeiter des Komitees für Erfindungen und Entdeckungen beim Ministerrat der UdSSR berichten, daß monatlich im Durchschnitt etwa acht Projekte für die Konstruktion eines Perpetuum mobile eingehen. Mitunter trifft man dabei auch auf sehr interessante Überlegungen. Ein Beispiel dafür.

Bekanntlich befinden sich die Elektronen in einem Leiter selbst bei Fehlen eines elektrischen Feldes im Zustand ununterbrochener Bewegung. Da diese Bewegung vollkommen chaotisch erfolgt, könnte man annehmen, daß in einem bestimmten Zeitpunkt im oberen Teil des in Abb. 26 dargestellten Leiters mehr Elektronen vorhanden sind als im unteren Teil. Es geht hier um die sog. *Fluktuationen* in der Elektronendichte. Eine Fluktuation des beschriebenen Charakters führt zur Entstehung einer Potentialdifferenz zwischen den Leiterenden, mit deren Hilfe ein Kon-

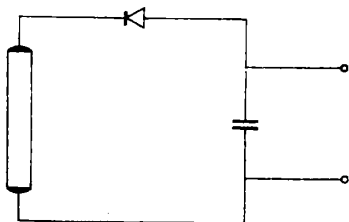


Abb. 26

densator aufgeladen werden kann. Der im Stromkreis vorhandene Detektor verhindert die Entladung des Kondensators bei Umkehr des Vorzeichens der Potentiale an den Leiterenden. Den aufgeladenen Kondensator kann man dann als kostenlose Energiequelle verwenden. Seine Leistung wird natürlich klein sein, aber wichtig ist die prinzipielle Seite der Frage!

94. Ein seltsamer Fall der Magnetisierung von Eisen

Im Jahre 1827 beobachtete der französische Gelehrte Savart (1791–1841), der eine Leidener Flasche über einen auf eine eiserne Stricknadel gewickelten Draht entladen hatte, daß die Stricknadel danach häufig magnetisiert war. Erstaunlich war dabei, daß dasselbe Ende der Stricknadel manchmal Nordpol, manchmal Südpol war, obwohl der elektrische Strom bei der Ladung stets dieselbe Richtung hatte, da die Leidener Flasche immer in derselben Weise aufgeladen wurde.

Die erste Deutung dieser Erscheinung wurde von H. Hertz gegeben (1857–1894).

Wie war ihm das gelungen?

Optik und Atombau

95. Eine einfache Methode für eine Reise in die Vergangenheit

In einer seiner wissenschaftlich-phantastischen Erzählungen schlug der französische Astronom und Popularisator Camille Flammarion (1842–1925) folgendes Verfahren für einen Blick in die Vergangenheit vor.

Die Lichtstrahlen vermitteln uns sichtbare Abbilder der äußeren Welt zwar sehr schnell, aber doch nicht momentan, wie lange angenommen wurde. Nehmen wir einmal an, daß sich der Beobachter von der Erde entfernt. Solange seine Geschwindigkeit klein ist, werden die Lichtstrahlen den Experimentator einholen, und er sieht die Bilder von denjenigen Ereignissen, die nach seiner Abreise von der Erde stattgefunden haben. Bei hinreichend großer Geschwindigkeit wird der Reisende jedoch die Lichtwellen überholen. Sein Auge wird dann von Wellen getroffen, die vorher an ihm vorbeigegangen sind und ihn überholt haben. Die Ereignisse laufen vor seinem Auge in rückläufiger Folge ab – er sieht seinen Abflug von der Erde, er wird bei seiner eigenen Geburt „dabeisein“, er kann Ereignisse aus der fernen Vergangenheit verfolgen und sich mit vielen bereits vor langer Zeit verstorbenen berühmten Leuten „bekannt machen“.

Man kann sich leicht vorstellen, welche unschätzbare Hilfe eine solche Reise in die Vergangenheit unseres Planeten den Wissenschaftlern bringen würde – man denke vor allem an Historiker, Archäologen, Paläontologen und andere Spezialisten, die die Vergangenheit nur anhand von Büchern oder der wenigen bis zur Gegenwart erhaltenen Denkmäler vergangener Zeiten studieren können.

Für die Realisierung eines solchen Projekts braucht man natürlich ein hinreichend starkes Teleskop und leistungsfähige Triebwerke, die der Rakete die erforderliche ungeheure Geschwindigkeit geben können.

Scheint es Ihnen nicht auch, daß es in unserem Jahrhundert der Meisterung der Atomenergie und der Eroberung des Kosmos an der Zeit ist, ernsthaft über die Ausrüstung einer Expedition in die Vergangenheit nachzudenken? Es bleibt uns nur übrig zu bedauern, daß die vorgeschlagene „Zeitmaschine“ keinen Blick in die Zukunft erlaubt!

96. Die Kleidung der Stahlgießer

Unter sehr schwierigen Bedingungen arbeiten die Stahlgießer, die es mit geschmolzenen Metallen zu tun haben, deren heißer Atem den Menschen buchstäblich verbrennt. Man sollte annehmen, daß die Kleidung der Arbeiter an Hochöfen und Martinsöfen zur Erleichterung der Arbeitsbedingungen aus einem Material mit niedriger Wärmeleitfähigkeit hergestellt werden muß. In Wirklichkeit wird die Spezialkleidung der Metallarbei-

ter häufig mit einer dünnen Metallschicht überzogen, einem sehr guten Wärmeleiter.

Warum macht man das?

97. Wo muß man den Spiegel aufstellen?

Je näher wir an einem Fenster stehen, um so größer ist der Teil der Straße, der unserer Beobachtung zugänglich ist. Es wäre vernünftig, anzunehmen, daß man bei Verwendung eines Spiegels in analoger Weise verfahren muß. In Wirklichkeit ist das nicht so.

Wenn man in einem senkrecht an der Wand aufgehängten Spiegel seine Figur nur bis zu den Knien sieht, sind alle Versuche, durch näheres Herantreten an den Spiegel mehr zu sehen, vergeblich. Geht man weiter vom Spiegel weg, so ist einem derselbe Mißerfolg beschert.

Wodurch unterscheiden sich die beiden Fälle?

98. Weshalb gibt es einen Regenbogen?

Bei der Erklärung der Ursachen für die Entstehung des Regenbogens wird angenommen, daß der in einen Regentropfen eindringende Lichtstrahl an dessen Rückseite totalreflektiert wird und danach durch die Vorderseite wieder austritt. Jeder Übergang aus einem Medium in ein anderes ist von einer Dispersion begleitet, wodurch dann der Regenbogen entsteht.

Man kann jedoch leicht zeigen, daß ein Lichtstrahl, erleidet er einmal eine Totalreflexion, überhaupt nicht mehr aus dem Wassertropfen in die Luft heraustreten kann.

Der in einen Wassertropfen eingedrungene Lichtstrahl möge sich in einer solchen Richtung AB ausbreiten, daß der Einfallswinkel 1 auf die Rückseite des Tropfens, der durch den Strahl AB

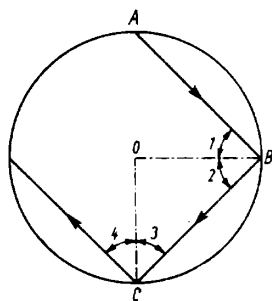


Abb. 27

und den Radius OB gebildet wird, den Grenzwinkel übersteigt (Abb. 27). Dann erfolgt im Punkt B Totalreflexion, und der Strahl verläuft danach in Richtung BC . Da das Dreieck COB ein gleichschenkliges Dreieck ist (die Seiten CO und BO sind gleich, da sie den Radius des Tropfens darstellen), wird der Winkel 3 gleich dem Winkel 2, der seinerseits wegen der Gültigkeit des ersten Reflexionsgesetzes gleich dem Winkel 1 ist. Ist folglich der Winkel 1 größer als der Grenzwinkel, so gilt dasselbe für den Winkel 3. Mit anderen Worten, auch im Punkt C sollte Totalreflexion beobachtet werden! Diese Überlegungen kann man natürlich weiterführen.

Wie kann man dann aber die Entstehung des Regenbogens erklären?

99. Kann man die Beleuchtungsstärke mit Hilfe einer Zerstreuungslinse erhöhen?

Senkrecht zu einem parallelen Lichtbündel wird eine Sammellinse und ein Schirm aufgestellt. Verschiebt man die Linse, so kann man auf dem Schirm einen runden Lichtfleck unterschiedlichen Durchmessers erzeugen. Mit einer Veränderung der Fläche des Lichtflecks ändert man aber auch die Beleuchtungsstärke in seinem Inneren.

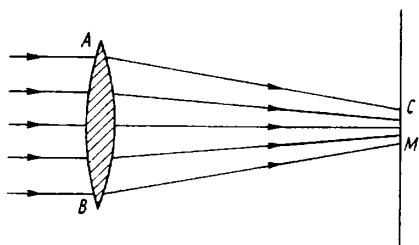


Abb. 28

Bezeichnet man die vom Lichtbündel auf der Linsenoberfläche erzeugte Beleuchtungsstärke mit E_L , den Durchmesser der Linse mit AB (Abb. 28), so erhält man für den durch die Linse hindurchgehenden Lichtstrom den Wert

$$\Phi = E_L \cdot \frac{\pi \cdot AB^2}{4}.$$

Da sich dieser Lichtstrom auf dem Schirm auf eine kreisförmige Fläche mit dem Durchmesser CM verteilt, ist die Beleuchtungsstärke innerhalb des Lichtflecks

$$E_F = \Phi : \frac{\pi \cdot CM^2}{4} = E_L \cdot \frac{AB^2}{CM^2}.$$

Aus dieser Formel sieht man, daß die Beleuchtungsstärke auf dem Schirm größer sein wird als die vom Lichtbündel unmittelbar erzeugte Beleuchtungsstärke, wenn der Fleckdurchmesser kleiner ist als der Durchmesser der Linse.

Läßt sich eine Erhöhung der Beleuchtungsstärke auch mit Hilfe einer Zerstreuungslinse erzielen?

100. Wann ist eine größere Belichtungszeit erforderlich?

Zunächst wurde eine Person in ihrer ganzen Größe, dann nur das Gesicht photographiert. Obwohl sich an der Beleuchtung des Raumes nichts änderte, mußte der Photograph im zweiten Falle die Belichtungszeit erhöhen.

Warum hat er das getan?

101. Das wunderbare Auge

Durch durchsichtiges Wasser hindurch kann man den Boden gut sehen. Taucht man aber mit geöffneten Augen, so verschwimmen die Konturen aller Gegenstände, sie werden unscharf: Das Brechungsvermögen des menschlichen Auges ist zu klein, um unter Wasser gut sehen zu können.

Die Fische haben andererseits eine fast sphärische Augenlinse, wodurch sie unter Wasser gut sehen können, an der Luft sind sie aber sehr kurzsichtig.

Kann man sich ein Auge ausdenken, das hinreichend weit entfernte Gegenstände sowohl an der Luft als auch unter Wasser gleich gut sieht?

Zunächst scheint die Aufgabe nicht lösbar zu sein, unter bestimmten Bedingungen ist aber ein Auge mit solchen Eigenschaften möglich. Können Sie die erforderlichen Bedingungen angeben?

102. Warum drehen sich die Räder nicht in der „richtigen“ Richtung?

Auf der Filmleinwand kann man häufig ein erheiterndes Bild sehen: Die Räder einer fahrenden Equipage drehen sich in einer Richtung, die der tatsächlichen Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist.

Wie kann man dieses Paradoxon des Kinos erklären?

103. Wie funktioniert ein Teleskop mit Refraktor?

Beim Aufbau eines Refraktors wird als Objektiv eine langbrennweitige Linse verwendet, als Okular dient eine Linse mit kurzer Brennweite. Da sich die im Teleskop beobachteten Sterne in außerordentlich großer Entfernung von der Erde befinden, entsteht ihr Bild faktisch in der Brennebene des Objektivs.

Das vom Objektiv gelieferte Bild des Sterns dient als Objekt für das Okular. Dabei wird das Okular so angeordnet, daß sein vorderer Brennpunkt mit dem hinteren Brennpunkt des Objektivs zusammenfällt. Da sich das Objekt in der Brennebene des Okulars befindet, darf gar kein Bild des Objekts entstehen, da die Strahlen parallel aus dem Okular austreten (genauer gesagt, bilden die Strahlen ein Bild im Unendlichen).

Wie führen dann aber die Astronomen ihre Beobachtungen durch?

104. Brauchen die Astronomen Teleskope?

Unter der Vergrößerung eines Teleskops versteht man das Verhältnis, das angibt, um wieviel größer der Winkel, unter dem man einen Stern im Teleskop sieht, als der Winkel ist, unter dem man den Stern mit unbewaffnetem Auge sieht.

Aufgrund der außerordentlich großen Entfernung der Sterne (wir erinnern daran, daß selbst das Licht des der Erde am nächsten gelegenen Sterns bei einer Geschwindigkeit von 300000 km/s etwa vier Jahre vom Stern bis zur Erde braucht) ist der Winkel, unter dem man die Sterne mit unbewaffnetem Auge sieht, praktisch gleich Null. Deshalb erscheinen die Sterne dem Beobachter selbst in den stärksten Teleskopen lediglich als leuchtende Punkte, die keine Fläche besitzen.

Folgt daraus, daß die Anwendung von Teleskopen nur bei der Beobachtung relativ naher Objekte, etwa der Planeten, sinnvoll ist und daß man Sterne mit dem gleichen Erfolg auch mit unbewaffnetem Auge beobachten kann?

105. Kann das Hyperboloid konstruiert werden?

Peter Garin, der Held des Romans „Geheimnisvolle Strahlen“ von Alexei Tolstoi, erzählte Zoe Montrose folgendes über das Wesen seiner Erfindung:

„Die Sache ist so klar, wie zwei mal zwei gleich vier ist. Es ist ein reiner Zufall, daß vor mir noch niemand darauf gekommen

ist. Das ganze Geheimnis liegt in dem hyperbolischen Spiegel (A), der in seiner Form an den Spiegel eines gewöhnlichen Projektors erinnert, und in dem Stückchen Chammonit (B), das ebenfalls hyperbolisch geformt ist. Der hyperbolische Spiegel funktioniert nach folgendem Prinzip:

Wenn Lichtstrahlen auf die innere Wölbung des hyperbolischen Spiegels fallen, so treffen sie sich alle in einem Punkt, dem Brennpunkt der Hyperbel. Das ist bekannt. Nun das Neue: Ich bringe im Brennpunkt dieses hyperbolischen Spiegels eine zweite, sozusagen verkehrte Hyperbel an – eine Art Drehungsparaboloid aus dem schwer schmelzbaren, ideal polierbaren Mineral Chammonit (B), von dem es im Norden Rußlands unerschöpfliche Lager gibt. Was geschieht nun?

Die Strahlen, die sich im Brennpunkt des Spiegels (A) gesammelt haben, fallen auf die Oberfläche des Hyperboloids (B) und werden von ihm parallel reflektiert – mit anderen Worten: Das Hyperboloid (B) konzentriert alle auftreffenden Strahlen in einem einzigen Strahl, in einer „Strahlenschnur“, deren Stärke ich regulieren kann. Mit Hilfe einer Mikrometerschraube, die das Hyperboloid (B) bewegt, läßt sich der Durchmesser nach Belieben vergrößern oder verringern. Übrigens kann ich die Strahlenschnur nadeldünn einstellen. . . . Es gibt nichts, was der Kraft dieser Strahlenschnur gewachsen wäre. Häuser, Festungen, Schlachtkreuzer, Luftschiffe, Felsen, Berge, die Erdrinde – alles durchbohrt, zerschneidet und vernichtet mein Strahl.“

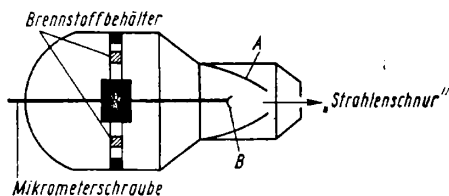


Abb. 29

Das aus dem Roman entnommene Schema des Garinschen Hyperboloids ist in Abb. 29 dargestellt. Kann man es für die Konstruktion einer solchen Apparatur verwenden? Genauer ausgedrückt, wird es so allmächtig sein, wie der Romanheld behauptet?

106. Verändert sich die Farbe?

Die Wellenlänge λ hängt mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c des Lichts in einem vorgegebenen Medium und dem Brechungsindex n in folgender Weise zusammen:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2} = n_{1,2}.$$

Aus der Gleichung erkennt man leicht, daß sich die Länge der Lichtwellen beim Übergang von einem Medium in ein anderes Medium ändert. Beträgt die Wellenlänge in Luft beispielsweise $0,65 \mu\text{m}$, so wird die Wellenlänge in Wasser, das bezüglich Luft einen Brechungsindex von 1,33 hat, den Wert

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n_{1,2}} = \frac{0,65 \mu\text{m}}{1,33} = 0,49 \mu\text{m}$$

annehmen.

Die Wellenlänge $0,65 \mu\text{m}$ entspricht rotem Licht, die Wellenlänge $0,49 \mu\text{m}$ blauem Licht.

Bedeutet das, daß einem Taucher, der sich unter Wasser befindet, das Licht einer roten Laterne blau erscheint?

107. Wie ist die natürliche Farbe?

Die Farbe eines Körpers, der mit Zinkweiß bedeckt ist, wird als weiß empfunden. Verwendet man als Farbe Berliner Lasur, so wird die Farbe des Körpers blau sein. In beiden Fällen hat der Körper eine bestimmte Farbe.

Mitunter ist es aber nicht so einfach möglich, die Farbe eines Körpers zu charakterisieren. Man kann das an einem einfachen Beispiel zeigen.

Beobachtet man einen Raucher, so erscheint einem der Rauch entweder bläulich, oder er nimmt eine rötlich-gelbe Tönung an; diese hängt ab von der Position des Beobachters bezüglich des Rauchers, der Rauchwolke und der Lichtquelle.

Warum hängt die Farbe des Rauches vom „Standpunkt“ des Beobachters ab?

108. Die französische Flagge

Die französische Nationalflagge besteht aus drei Längsstreifen, einem blauen, einem weißen und einem roten Streifen.

Wodurch läßt sich erklären, daß bis vor nicht allzu langer Zeit durch Gesetz vorgeschrieben war, die Streifen so herzustellen, daß ihre Breiten im Verhältnis 30:33:37 standen?

109. Ein Fall mit Wood

Der berühmte amerikanische Optiker und Physiker R. Wood (1868–1955) war ein großer Spaßvogel und Liebhaber schnellen

Fahrens. Einmal fuhr er mit seinem Auto durch die Stadt und befuhr die Kreuzung in dem Moment, als die Ampel bereits rotes Licht zeigte, da er nicht mehr bremsen konnte. Der Verletzer der Straßenverkehrsordnung wurde von einem Polizisten angehalten, und es entspann sich folgendes Gespräch zwischen beiden:

„Ich habe keine Schuld“, verteidigte sich Wood, „mich hat der Doppler-Effekt betrogen.“

„Was?“ fragte der erstaunte Polizist.

„Der Doppler-Effekt“, antwortete Wood und erklärte: „Sie haben sicher schon einmal bemerkt, wie sich der Ton der Pfeife eines ihnen entgegenkommenden Zuges erhöht. Das geschieht deshalb, weil mehr Schallwellen pro Zeiteinheit im Ohr eintreffen. Eine analoge Erscheinung wird auch beim Licht beobachtet. Wenn sich die Lichtquelle ihnen oder sie sich der Lichtquelle nähern, so erscheint ihnen das Licht anders gefärbt, seine Farbe verschiebt sich nach der blauen Seite des Spektrums. Ich bin ziemlich schnell gefahren, und das rote Licht der Ampel ist mir grün erschienen!“

Es ist nicht bekannt, wie das Gespräch Woods mit dem Polizisten endete (es wird behauptet, daß der Polizist trotzdem Wood wegen zu schnellen Fahrens bestraft hat); uns interessiert aber etwas anderes: Hatte Wood das Recht, auf den Doppler-Effekt zu verweisen?

110. Warum leuchten gleich stark erhitzte Körper unterschiedlich?

Wodurch erklärt sich das folgende Paradoxon: Auf 800°C erhitztes Eisen leuchtet sehr hell, während man das Leuchten eines Stücks Quarz (mit etwas geringerem Erfolg kann man dasselbe Experiment auch mit Glas durchführen) derselben Temperatur kaum bemerkt?

111. Wann wird auf der Erde kein Radium mehr vorhanden sein?

Die Halbwertszeit für den Zerfall des Radiums beträgt 1590 Jahre. Das bedeutet, daß nach dieser Zeit von dem gegenwärtig auf der Erde vorhandenen Radium nur noch die Hälfte übriggeblieben ist. Kann man schlußfolgern, daß nach 3180 Jahren überhaupt kein Radium mehr auf der Erde vorhanden sein wird?

112. Wieviel Radium befand sich auf der Erde am „Tag ihrer Entstehung“?

Nehmen wir einmal an, daß gegenwärtig auf der Erde 1 kg Radium vorhanden ist, eine natürlich mehr als bescheidene Ziffer, da sich in den Laboratorien und Krankenhäusern der Welt wesentlich mehr Radium befindet. Wir wollen aber im folgenden mit dieser Zahl operieren, da sie uns einen bestimmten Ausgangswert vorgibt und die Rechnungen einfach werden. Wie wir bereits aus der vorhergehenden Aufgabe wissen, beträgt die Halbwertszeit für den Radiumzerfall 1590 Jahre. Das bedeutet, daß sich vor 1590 Jahren doppelt soviel Radium, d. h. 2 kg, auf der Erde befand. Vor 3180 Jahren waren 4 kg vorhanden usw. Dann kann man die folgende Tabelle aufschreiben, wobei für das Alter der Erde ein Wert von 10^{10} Jahren angesetzt wurde, was mit den neuesten Daten der Geologie und Astronomie etwa übereinstimmt.

Zahl der verfloßenen Jahre	Zahl der verfloßenen Halbwertszeiten	Masse des Radiums in kg
0	0	$1 = 2^0$
1590	1	$2 = 2^1$
3180	2	$4 = 2^2$
4770	3	$8 = 2^3$
6360	4	$16 = 2^4$
...
10^{10}	$10^{10} : 1590$	$2^{10^{10} : 1590}$

Ausgehend von den in der Tabelle angeführten Daten, berechnen wir die Menge des Radiums auf der Erde vor 10 Milliarden Jahren:

$$M = 2^{10^{10} : 1590} \text{ kg} = 2^{6,28} \cdot 10^6 \text{ kg}.$$

Logarithmiert man beide Seiten der Gleichung, so folgt

$$\lg M = 6,28 \cdot 10^6 \cdot \lg 2 = 1890000.$$

Hieraus ergibt sich für die Masse des Radiums auf der Erde zum Zeitpunkt ihrer Entstehung

$$M = 10^{1890000} \text{ kg}!$$

Wie läßt sich das mit der Tatsache vereinbaren, daß die Gesamtmasse der Erde gegenwärtig „nur“ etwa $6 \cdot 10^{24}$ kg beträgt?

113. Wie entsteht die kosmische Strahlung?

Zu Beginn unseres Jahrhunderts wurde festgestellt, daß aus dem uns umgebenden interstellaren Raum ununterbrochen ein Strom kosmischer Strahlen – schneller Protonen und α -Teilchen – auf die Erdoberfläche niederstürzt. Ihre Energie erreicht außerordentlich hohe Werte (natürlich vom Standpunkt der Mikrowelt aus gesehen) bis zur Größenordnung von 10^{19} eV, während die größten modernen Beschleuniger geladene Teilchen nur bis zu Energien der Größenordnung 10^{10} eV beschleunigen können. Als Antwort auf die Frage, woher die kosmische Strahlung zu uns kommt und wie die Teilchen in der kosmischen Strahlung auf so hohe Energien beschleunigt werden, entwickelte der berühmte italienische Physiker Enrico Fermi (1901 bis 1951) die folgende Hypothese, die gegenwärtig als die wahrscheinlichste angesehen wird.

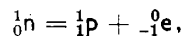
Astrophysikalische Beobachtungen zeugen davon, daß im Weltall bewegte Wolken interstellaren Gases und mit ihnen gekoppelte Magnetfelder, die durch die Bewegung der Ladungen in den Wolken entstehen, vorhanden sind. Nach der Hypothese Fermis führt das Zusammentreffen der kosmischen Teilchen mit den wandernden Magnetfeldern zur Beschleunigung der Teilchen.

Wir wissen aber, daß die Kraft, die von einem Magnetfeld auf eine bewegte Ladung ausgeübt wird (die sog. *Lorentz-Kraft*), senkrecht zum Geschwindigkeitsvektor des Teilchens gerichtet ist und folglich nur die Richtung des Geschwindigkeitsvektors, nicht aber seinen Betrag ändern kann.

Wie erklärt in diesem Falle die Hypothese Fermis den Beschleunigungsvorgang?

114. Kernreaktionen und der Satz von der Erhaltung der Masse

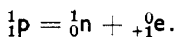
Das im Jahre 1932 entdeckte Neutron ist instabil und zerfällt mit der Zeit in ein Proton und ein Elektron. Die Gleichung für den Zerfall kann in der folgenden Form geschrieben werden:



wobei n, p und e das Neutron, das Proton und das Elektron symbolisieren. Die oberen Indizes geben die Massen, die unteren Indizes die Ladungen der Teilchen an (beides in atomaren Einheiten).

Es sind auch Prozesse beobachtet worden, bei denen sich ein

Proton in ein Neutron und ein Positron umwandelt. Die Gleichung der entsprechenden „Kernreaktion“ hat die Form



Auf diese Weise ist nach den beiden Reaktionen wieder ein Neutron vorhanden, außerdem sind zwei neue Teilchen – ein Elektron und ein Positron – entstanden.

Wie läßt sich das mit dem Satz von der Erhaltung der Masse in Einklang bringen?

115. Ist die Masse additiv?

Für die Bestimmung der Masse irgendeines Systems von Körpern reicht es aus, die Massen der das System bildenden Komponenten zu addieren:

$$M_{\text{System}} = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n.$$

Größen, deren Wert im Gesamtsystem gleich der Summe der Werte für seine einzelnen Elemente ist, werden in der Physik als additive Größen bezeichnet (vom lateinischen *additio* – zusammenzählen), und die Masse ist ein typisches Beispiel für eine additive Größe.

Nicht alle Größen, mit denen man es zu tun haben kann, sind additiv. Die Temperatur eines Körpers beispielsweise kann nicht berechnet werden, indem man die Temperaturen einzelner Teile des Körpers mißt und dann addiert. Die so gewonnene Größe hätte keinen physikalischen Sinn.

Ist die Masse aber wirklich additiv? Wir betrachten dazu das folgende Beispiel.

Die Masse des Atomkerns des Kohlenstoffisotops ${}^{12}\text{C}$ ist nach der Festlegung gleich 12 Masseinheiten. Da letztere $1,662 \cdot 10^{-27}$ kg beträgt, erhält man für die Masse des Kerns

$$M_{\text{Kern}} = 12 \cdot 1,662 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 19,94 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

Wir versuchen jetzt, dieselbe Zahl zu erhalten, indem wir von der Konzeption ausgehen, daß die Masse eine additive Größe ist. Bekanntlich folgt aus der Proton-Neutron-Theorie des Aufbaus der Atomkerne, die erstmals von dem sowjetischen Wissenschaftler D. D. Iwanenko und unabhängig von ihm von dem deutschen Physiker W. Heisenberg aufgestellt wurde, daß der Kern des Isotops ${}^{12}\text{C}$ aus 6 Protonen mit je einer Masse von $1,6746 \cdot 10^{-27}$ kg besteht. Führt man die entsprechende Multiplikation und Addition durch, so erhält man

$$\begin{aligned}
 M'_{\text{Kern}} &= 6 \cdot 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg} + 6 \cdot 1,677 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\
 &= 20,11 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.
 \end{aligned}$$

Die zwei Verfahren zur Bestimmung einundderselben Kernmasse führen somit zu unterschiedlichen Ergebnissen.

Wodurch erklärt sich dieser Unterschied – durch die Nicht-additivität der Masse oder durch andere Ursachen?

Anmerkung: Man hätte die Rechnung nicht in kg (der Masseinheit im Internationalen Einheitensystem), sondern auch in atomaren Einheiten durchführen können. In diesen Einheiten hat die Masse des Kerns des Isotops ^{12}C den Wert 12, das Proton die Masse 1,00759 und das Neutron die Masse 1,00898. Man erhält

$$6 \cdot 1,00759 + 6 \cdot 1,00898 = 12,0994 \neq 12!$$

116. Das Rätsel der Atomreaktoren

Nachdem das Holz in einem Ofen verbrannt ist, bleibt Asche übrig, die nicht mehr als Energiequelle verwendet werden kann. Mit dem Atombrennstoff dagegen verhält es sich anders. In einigen Atomreaktoren ist nach dem Verbrennungsvorgang mehr Atombrennstoff vorhanden als zu Beginn. (Dieser Umstand ist ein zusätzliches Argument für ein möglichst schnelles Verbot der Nutzung der Kernenergie für militärische Zwecke, das von den sowjetischen Vertretern bei allen Verhandlungen über das Verbot der Kernwaffen angeführt wird. Dieses Verbot muß möglichst schnell ausgesprochen werden, solange noch relativ wenig spaltbares Material vorhanden ist, das sich für die Herstellung von Atom- und Wasserstoffbomben eignet.)

Warum ist eine Vermehrung des Atombrennstoffs möglich?

Lösungen

Mechanik

1

Die sich anbietende und gewöhnlich gegebene Antwort, 50 km/h, ist nicht richtig. Bezeichnen wir den Abstand zwischen den Punkten A und B mit s , so wird die Zeit, die für die Fahrt von A nach B erforderlich ist, gleich

$$t_1 = s/v_1.$$

Die Rückfahrt erfordert die Zeit

$$t_2 = s/v_2.$$

Für die gesamte Strecke hin und zurück ist dann die Zeit

$$t = t_1 + t_2 = s/v_1 + s/v_2 = \frac{s(v_1 + v_2)}{v_1 \cdot v_2}$$

notwendig. Hieraus ergibt sich für die mittlere Geschwindigkeit

$$v_m = \frac{2s}{t} = \frac{2s}{s(v_1 + v_2)} = \frac{2v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2}.$$

Setzt man hier die Werte für die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 ein, so erhält man für die mittlere Geschwindigkeit 48 km/h.

Die Formel für die Berechnung der mittleren Geschwindigkeit kann auch in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\frac{1}{v_m} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right).$$

Die Größe v_m , die in dieser Weise bestimmt wird, heißt das harmonische Mittel der Größen v_1 und v_2 .

Die mittlere Geschwindigkeit ist nur dann gleich dem arithmetischen Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, wenn es sich um eine gleichförmig beschleunigte Bewegung handelt; im vorliegenden Falle ergibt sich die mittlere Geschwindigkeit als das harmonische Mittel der Geschwindigkeiten v_1 und v_2 .

Unter Verwendung der im Aufgabentext eingeführten Bezeichnungen berechnen wir die Zeit, die das Schiff für seine Reise von einem zum anderen Punkt braucht. Bei einer Bewegung stromabwärts wird die Schiffsgeschwindigkeit um c größer, wobei c die Geschwindigkeit der Strömung im Fluß ist. Bei Bewegung des Schiffs in der entgegengesetzten Richtung wird die Geschwindigkeit um den gleichen Wert kleiner. Folglich ergibt sich für die Zeit für Hin- und Rückreise

$$t_1 = \frac{l}{v+c} + \frac{l}{v-c} = \frac{2lv}{v^2 - c^2}.$$

In stehendem Wasser, beispielsweise auf dem Meer, würde eine Reise von einem Ausgangspunkt zu einem Endpunkt und zurück die Zeit

$$t_2 = \frac{2l}{v}$$

dauern. Dividiert man die erste Gleichung durch die zweite, so ergibt sich

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{v^2}{v^2 - c^2}.$$

Da der Nenner des erhaltenen Bruchs kleiner als der Zähler ist, ergibt sich in einem stehenden Gewässer unter sonst gleichen Bedingungen eine kürzere Reisezeit. Der Unterschied wird um so größer, je größer die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers im Fluß ist. Wird diese gleich der Eigengeschwindigkeit des Schiffes, so wird das Verhältnis der Zeiten unendlich groß, wie man aus der letzten Gleichung sieht. Physikalisch bedeutet das, daß ein Schiff, das stromabwärts gefahren ist, nicht mehr den Fluß stromaufwärts fahren kann. Wird die Strömungsgeschwindigkeit noch größer, so wird das Schiff bei einem Versuch, stromaufwärts zu fahren, von der Strömung des Wassers in die entgegengesetzte Richtung bewegt.

Damit hat sich die Reisezeit auf der Wolga nach dem Bau der Wasserkraftwerke und der damit verbundenen Entstehung von Gebieten mit praktisch unbeweglichem Gewässer etwas verkürzt.

3

Die Züge der Metro fahren bekanntlich nach einem genauen Fahrplan und laufen in bestimmten Zeitabständen in die Station ein. Wir nutzen diese Tatsache zur graphischen Lösung der Aufgabe aus.

In Abb. 30 ist eine Zeitachse dargestellt, die bei 8 Uhr morgens beginnt. Durch Dreiecke unterhalb der Achse sind die Ankunftszeiten der dem Passagier erwünschten Richtung, durch Dreiecke oberhalb der Achse die Ankunftszeiten der in die Gegenrichtung fahrenden Züge angegeben. Als Folgefrequenz der Züge wurde in beiden Richtungen eine Zeit von drei Minuten gewählt.

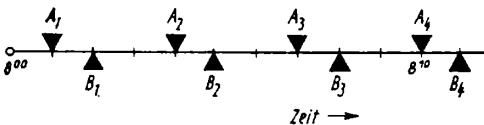


Abb. 30

Da die Zeit des Eintreffens des Fahrgastes in der Metrostation entsprechend der Aufgabenstellung vollkommen zufällig ist, kann dieses Ereignis sowohl im Intervall A_1B_1 als auch im Intervall B_1A_2 stattfinden (oder in den Intervallen A_2B_2 und B_2A_3 , A_3B_3 und B_3A_4 usw.). Trifft der Passagier in einem Intervall des Typs AB ein, so wird zuerst ein Zug der gewünschten Richtung einlaufen, für ein Intervall des Typs BA gilt umgekehrt, daß zuerst ein Zug der Gegenrichtung einläuft. Da die Länge des Intervalls BA doppelt so groß ist, ergibt sich auch eine zweimal größere Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Passagier während dieses Zeitintervalls in der Station ankommt und damit ein Zug der Gegenrichtung zuerst einläuft. In der anderen Station und zu einer anderen Tageszeit können die Verhältnisse anders liegen. Diese Aufgabe illustriert sehr anschaulich den Wert der graphischen Methode bei der Lösung der Aufgaben.

4

Diese Aufgabe wird in der widersprüchlichsten Weise gelöst. Die einen sind der Ansicht, daß der Schlitten an derselben Stelle stehenbleiben wird, andere wieder meinen, daß er sich trotzdem vorwärts bewegen wird.

Die richtige Antwort muß aber lauten: Bei der gegebenen Formulierung der Aufgabe läßt sich überhaupt keine Lösung angeben.

Wir betrachten dazu zwei Grenzfälle. Es möge keine Reibung zwischen dem Band und den Schlittenkufen vorhanden sein. Dann hat die Bewegung des Bandes keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit des Schlittens, der durch den Propeller in Bewegung gesetzt worden ist. Der Schlitten wird gewissermaßen über der Straße fliegen, die Bewegung des Bandes beeinflußt den Bewegungszustand des Schlittens in keiner Weise. Dasselbe gilt für ein über der Straße schwebendes Flugzeug.

Im zweiten Grenzfall sehr starker Haftung des Bandes an den Schlittenkufen kann man den Schlitten als fest mit dem Band gekoppelt ansehen. Dann wird sich der Schlitten natürlich in derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit bewegen wie das Förderband.

In den dazwischen liegenden Fällen sind verschiedene Werte für die Schlittengeschwindigkeit möglich. So kann insbesondere auch der Fall eintreten, daß sich die Lage des Schlittens bezüglich der Gegenstände der Umgebung zeitlich nicht verändert, d. h., der Schlitten bleibt an der ursprünglichen Stelle stehen. Das wird dann der Fall sein, wenn die Schubkraft der Luftschraube gleich der Reibungskraft ist (die Luftreibung wird vernachlässigt). Ein solcher Zustand ist jedoch instabil, denn selbst ein kleiner Stoß in Bewegungsrichtung des Schlittens oder entgegen dieser Richtung, hervorgerufen etwa durch Unebenheiten auf dem Förderband, führt zu einer Bewegung des Schlittens bezüglich der Erdoberfläche, und zwar in Richtung der Einwirkung.

5

Das Boot bewegt sich nicht in Richtung der Wirkungslinie der Leine, vielmehr führt es eine recht komplizierte Bewegung aus. Die Geschwindigkeit des Bootes ergibt sich als resultierende Geschwindigkeit dieser Bewegung; die Geschwindigkeit, mit der die Leine herausgezogen wird, ist nur eine der wirksamen Komponenten. Wie ist die Richtung der zweiten Komponente?

Die Richtung der zweiten Geschwindigkeitskomponente muß so gewählt werden, daß die Bewegung in dieser Richtung den Absolutwert des Geschwindigkeitsvektors der Leine, v_1 , unverändert läßt und nur seine Richtung ändert. Man sieht ein, daß das nur dann der Fall ist, wenn die Richtung der zweiten Komponente mit der Leine einen rechten Winkel bildet. Im entgegengesetzten Falle kann man die zweite Komponente v_2 nochmals zerlegen, wie das in Abb. 31 gezeigt ist, wobei die neu auftretende Komponente v'_2 den Betrag von v_1 ändert.

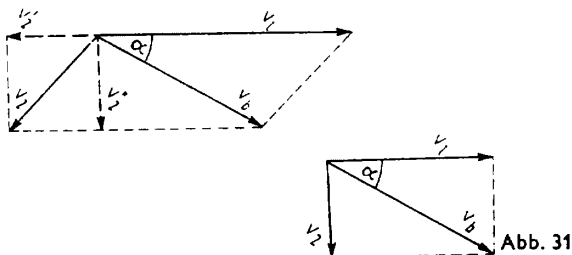


Abb. 31

Aus dem Gesagten folgt, daß das Geschwindigkeitsparallelogramm im gegebenen konkreten Fall ein Rechteck sein muß, in dem die Resultierende horizontal gerichtet sein muß, und eine Komponente in die Richtung der Leine weist. Aus der entsprechenden Zeichnung (rechter Teil der Abb. 31) findet man

$$v_b = \frac{v_1}{\cos \alpha},$$

und das ist die richtige Lösung der Aufgabe.

Obwohl man also jeden Vektor in beliebiger Weise zerlegen kann, ist nicht jede Zerlegung sinnvoll. Die in Abb. 1 angegebene Zerlegung hat keinen physikalischen Sinn, da die Resultierende nicht eine Bewegung in Richtung der Leine ist, sondern eine Bewegung in horizontaler Richtung. Die Resultierende kann aber nur in die Richtung der Leine weisen, und die Bewegung in horizontaler Richtung muß hieraus gewonnen werden.

Besonders einfach läßt sich die Aufgabe mit den Methoden der Differentialrechnung lösen.

Aus dem Dreieck ABC (Abb. 32) hat man

$$AB^2 = BC^2 + AC^2.$$

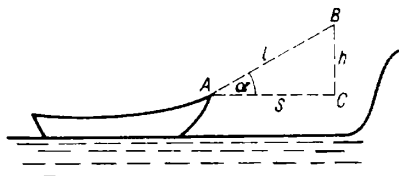


Abb. 32

Differenziert man diesen Ausdruck nach der Zeit und führt zur Abkürzung der Schreibweise die Bezeichnungen $AB = l$, $BC = h$ und $AC = s$ ein, so ergibt sich wegen der Konstanz von h

$$2l \frac{dl}{dt} = 2s \frac{ds}{dt}.$$

Berücksichtigt man, daß

$$s/l = \cos \alpha$$

ist, so erhält man

$$\frac{dl}{dt} = \frac{ds}{dt} \cdot \cos \alpha.$$

Die Größe dl/dt ist aber die Geschwindigkeit v_l , mit der die Leine herausgezogen wird, während ds/dt die Geschwindigkeit v_b des Bootes angibt. Folglich gilt

$$v_l = v_b \cdot \cos \alpha$$

oder

$$v_b = v_l / \cos \alpha.$$

6

Zur Überprüfung der angegebenen Lösungen berechnen wir die Zeit, die bei den Anfangsgeschwindigkeiten 21,5 m/s und 13 m/s für den Anstieg bis auf eine Höhe von 6 m erforderlich ist.

Aus der Beziehung

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2as}}{a}$$

erhält man zwei Zeitwerte für die Anfangsgeschwindigkeit von 21,5 m/s:

$$t_1 = 0,3 \text{ s} \text{ und } t_2 = 4 \text{ s},$$

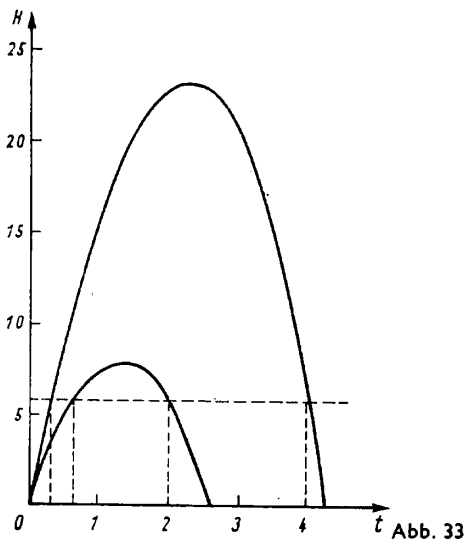
und zwei Zeitwerte für die Geschwindigkeit von 13 m/s:

$$t_1 = 0,6 \text{ s} \text{ und } t_2 = 2 \text{ s}.$$

Damit hält sich jeder Stein mit beliebiger Anfangsgeschwindigkeit, die natürlich die Bedingung

$$v_0 > \sqrt{2 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ m}} \approx 11 \text{ m/s}$$

erfüllen muß, zweimal in einer Höhe von 6 m auf, einmal beim Anstieg nach oben und einmal auf dem umgekehrten Weg. Je größer die Anfangsgeschwindigkeit ist, um so länger wird der Stein brauchen, bis er den Gipfelpunkt seiner Bahn erreicht hat, und um so später wird er bei seinem Fall nach unten in der vorgegebenen Höhe eintreffen.



Die im Text der Aufgabe angegebenen Werte für die Zeit wurden speziell so gewählt, daß sie dem Fall nach unten entsprechen.

Das Gesagte wird gut durch Abb. 33 illustriert, wo die Bahnkurven für die Bewegung des Körpers in beiden Fällen dargestellt sind. Die obere Parabel gibt die Abhängigkeit der Höhe von der Zeit für die Anfangsgeschwindigkeit 21,5 m/s, die untere Parabel für die Anfangsgeschwindigkeit 13 m/s an. (In Abb. 33 ist die Höhe H in Metern und die Zeit in Sekunden angegeben.)

7

Während des Abbremsens eines Zuges neigt sich der Körper eines Fahrgastes unter Beibehaltung der ursprünglichen Geschwindigkeit nach vorn. In dem Bestreben, ein Hinfallen zu verhindern, spannt der Mensch instinktiv die Fußmuskulatur an. Beim Anhalten schafft es der Passagier nicht, die Muskeln sofort zu entspannen, und sie stoßen ihn zurück. Dieselbe Rolle wie die Muskeln des Menschen spielen die Federn einer Equipage.

Bei sehr plötzlichem Bremsen können sich die menschlichen Muskeln nicht so schnell auf die Bedingungen einstellen, und der Passagier neigt sich in voller Übereinstimmung mit dem Trägheitssatz nach vorn.

Früher hat man übrigens tatsächlich einmal angenommen, daß eine Lokomotive eine Kette von Waggons, deren Gewicht größer als das Gewicht der Lokomotive ist, nicht in Bewegung setzen kann. Aus diesem Grunde versahen die Autoren der ersten Projekte ihre Lokomotiven mit fußähnlichen Gebilden zum Abstoßen von der Erde (Lokomotive von Brochton, 1813) oder schlugen vor, die Antriebsräder und die Schienen mit Zähnen zu versehen (Lokomotive von Blakinson, 1811).

Der Fehler dieser Erfinder wie auch des im Aufgabentext angegebenen Trugschlusses besteht darin, daß die Annahme gleicher Reibungskoeffizienten für die Reibung der Waggonräder und der Antriebsräder der Lokomotive auf den Schienen vollkommen unbegründet ist.

Die Punkte der Räder, die die Schienen berühren, sind im Moment des Berührens unbeweglich. Das bedeutet, daß wir es in beiden Fällen nicht mit dynamischer, sondern mit statischer Reibung (Haftreibung) zu tun haben, wo der Reibungskoeffizient keine streng bestimmte Größe ist, sondern sich von Null bis zu einem Maximalwert ändert, wenn das Abheben einsetzt und die Bewegung beginnt. Da die Räder nicht blockiert sind und frei rotieren können, liegt der Reibungskoeffizient sowohl der Lokomotivräder als auch der Waggonräder unter dem Maximalwert, hat in beiden Fällen aber unterschiedliche Größe. Bei den Antriebsrädern der Lokomotive ist er größer als bei den Waggonrädern. Das Produkt aus dem Gewicht der Lokomotive mit dem großen Reibungskoeffizienten ist bei gleichförmiger Bewegung gleich dem Produkt aus dem Gewicht der Waggons insgesamt mit dem kleinen Reibungskoeffizienten. Die Reibungskoeffizienten μ_1 und μ_2 können sich um ein Vielfaches voneinander unterscheiden, und ihre Gleichsetzung (das erfolgte bei der Formulierung des Sophismus) ist natürlich nicht erlaubt. Das wurde erstmals experimentell durch den Ingenieur Hadley gezeigt, der 1813 seine Lokomotive „Schnaufender Billy“ konstruierte. Die vollständige Lösung des Problems des Lokomotivbaus wurde allerdings erst etwas später durch Stephenson gegeben.

Die Reibungskraft wird dadurch natürlich nicht kleiner. Für die Drehbewegung ist aber nicht so sehr die Kraft, sondern das

Drehmoment entscheidend. Man sieht leicht ein, daß sich mit einer Verkleinerung des Radius des reibenden Teils auch das Moment der bremsenden Reibungskraft verringert und damit auch die durch die Arbeit gegen die Reibungskräfte bedingten Verluste kleiner werden.

10

Im oberen und unteren Totpunkt bleibt der Kolben des Motors für eine sehr kurze Zeit stehen und ändert seine Bewegungsrichtung. In diesen Augenblicken wird das Öl aus dem Zwischenraum zwischen Kolben und Zylinderwand herausgedrückt, und eine gewisse Zeit nach dem Totpunkt erfolgt eine nahezu „trockene“ Bewegung des Kolbens, bis wieder die geschmierte Oberfläche erreicht ist. Natürlich werden die trockenen Flächen stärker abgetragen als die geschmierten.

11

Der Teil der Aufgabe, der sich auf den Klotz bezieht, enthält keine Fehler. Auch der zweite Teil der Aufgabe wäre richtig, wenn man eine absolut harte Kugel mit absolut harter Oberfläche und eine Unterlage mit derselben Eigenschaft herstellen könnte. Alle realen festen Körper werden aber unter der Einwirkung einer Belastung (u. a. auch des Gewichts der Kugel) in der einen oder anderen Weise deformiert, und das führt dazu, daß sich die Kugel und die Fläche der Unterlage nicht in einem einzigen Punkt, sondern in einer bestimmten Fläche berühren. Innerhalb dieser Fläche kann sich die Reaktionskraft etwas verschieben und das infolge des Kräftepaars aus angelegter Kraft und Reibungskraft auftretende Moment kompensieren. Diese Deformationen sind jedoch gewöhnlich sehr klein, so daß die Reaktionskraft keine großen Werte annehmen kann. Infolgedessen setzt sich eine Kugel wesentlich leichter in Bewegung als ein Klotz.

12

Wenn keine Reibungskraft vorhanden wäre, würde eine beliebig kleine Kraft den Körper in Bewegung versetzen. Die Wirkung einer zweiten Kraft derselben Größe würde zu einer Erhöhung der Beschleunigung auf den zweifachen Wert führen usw. Da in allen realen Fällen stets eine Reibungskraft existiert, wird

die Wirkung der angelegten Kräfte gleich Null sein, solange der Maximalwert der dem Zustand der Ruhe entsprechenden Reibungskraft nicht überschritten wird. Das bedeutet, daß eine Kraft, die unter dem Wert der Reibungskraft liegt, die Wirkung Null hat, während mehrere solcher Kräfte, deren Summe die Reibungskraft übersteigt, den Körper in Bewegung versetzen. Hier werden die Worte „Wirkung gleich Null“ in dem Sinne verwendet, daß der Körper im Zustand der Ruhe verbleibt. In Wirklichkeit ist die Wirkung selbst der kleinsten Kraft nicht gleich Null. Wenn keine Verschiebung des Körpers unter der Einwirkung der Kraft auftritt, so liegt eine Deformation vor, die durch das Auftreten der statischen Reibung bedingt ist.

13

Es läßt sich experimentell entscheiden, welche Überlegung falsch und welche richtig ist. Dazu braucht man nur das Modell eines Tisches so auf zwei Demonstrationsdynamometer zu stellen, daß sich die Tischbeine auf unterschiedlicher Höhe befinden. Die Anzeigen der Dynamometer sind unterschiedlich; der größere Ausschlag ergibt sich dort, wo die Tischbeine tiefer liegen. Stellt man das Modell so auf, daß die Senkrechte durch den Schwerpunkt durch die Tischbeine B geht (s. Abb. 5), so zeigt das linke Dynamometer den Wert Null an.

Die Schlußfolgerung, daß die Drücke unterschiedlich sind, läßt sich auch aus der folgenden einfachen Überlegung gewinnen.

Der Tisch wird sich auf einer geneigten Fläche nur dann in Ruhe befinden, wenn die algebraische Summe der wirkenden Kräfte (Bedingung des Fehlens einer fortschreitenden Bewegung) und die Summe der durch sie hervorgerufenen Drehmomente (Fehlen einer Drehbewegung) gleich Null ist. Da keine Drehung um die durch den Schwerpunkt gehende Achse vorhanden ist, ist die algebraische Summe der Momente des Gewichts P , der Reibungskräfte F_1 und F_2 , die auf die Tischbeine wirken, und der Reaktionskräfte R_1 und R_2 gleich Null (die Bezeichnungen

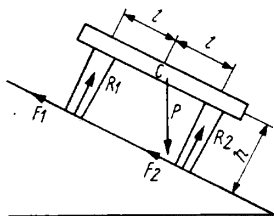


Abb. 34

aller Kräfte sind in Abb. 34 eingetragen). Betrachtet man die Drehmomente der Kräfte, die eine Drehung des Tisches um die durch den Schwerpunkt C gehende Achse im Uhrzeigersinn verursachen, als positiv und die Drehmomente der Kräfte, die eine entgegengesetzte Drehung verursachen, als negativ, so ergibt sich die folgende Gleichung:

$$F_1 \cdot h + F_2 \cdot h + R_1 \cdot l - R_2 \cdot l + P \cdot 0 = 0.$$

Hieraus erhält man

$$R_2 \cdot l - R_1 \cdot l = F_1 \cdot h + F_2 \cdot h$$

oder

$$R_2 - R_1 = (F_1 + F_2) \cdot \frac{h}{l} > 0,$$

d. h.

$$R_2 > R_1.$$

Wenn die Reibung vollständig fehlt, so gilt während des Gleitens des Tisches entlang der geneigten Fläche

$$F_1 + F_2 = 0,$$

und man erhält

$$R_1 = R_2,$$

d. h., die Drücke der Tischbeine A und B auf die geneigte Fläche sind gleich groß.

14

Verlängert man R_1 bis zum Schnittpunkt mit der Verlängerung von F_1 und ersetzt R_1 im Schnittpunkt C durch die Kräfte F_2 und F_3 , wie das in Abb. 35 gezeigt ist, so läßt sich die folgende Überlegung anstellen.

Das Dreieck ABC ist dem Dreieck BLK ähnlich. Infolgedessen gelten die folgenden Proportionalitäten:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{LK}{LB} \text{ oder } \frac{AB}{AC} = \frac{F_3}{F_2}.$$

In analoger Weise folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke AO_1C und EFC

$$\frac{AO_1}{AC} = \frac{EF}{EC} \text{ oder } \frac{AO_1}{AC} = \frac{F_3}{F_1 + F_2}.$$

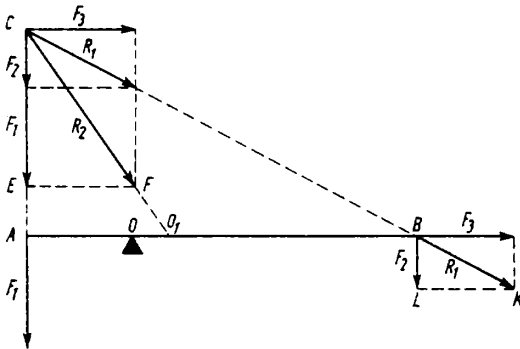


Abb. 35

Dividiert man diese Gleichungen gliedweise durcheinander, so ergibt sich

$$\frac{AB}{AO_1} = \frac{F_1 + F_2}{F_2} \text{ oder } \frac{AO_1 + O_1B}{AO_1} = \frac{F_1 + F_2}{F_2}.$$

Nachdem man alles auf einen gemeinsamen Nenner gebracht und einige weitere Umformungen vorgenommen hat, kann man der letzten Gleichung die folgende Form geben:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{AO_1}{O_1B}.$$

Damit teilt der Punkt O_1 die Strecke AB umgekehrt proportional zu den Kräften F_1 und F_2 , d. h., O_1 muß mit dem Punkt O zusammenfallen. Das bedeutet, daß die Zeichnungen in den Abbn. 6 und 35 falsch angefertigt wurden.

15

Da die Punkte der Spule, die den Boden berühren, zu jedem Zeitpunkt unbeweglich sind, kann die Berührungslinie als momentane Drehachse angesehen werden.

Wie man aus Abb. 36 sieht, entsteht durch die horizontal gerichtete Kraft F_1 ein Drehmoment bezüglich dieser Achse, das eine Drehung der Spule in Richtung 1 entgegen dem Uhrzeigersinn verursacht. Auf diese Weise wird sich die Spule auf den Experimentator zu bewegen.

Bei hinreichend großer Neigung des Fadens dreht das Moment der Kraft F_2 bezüglich derselben Achse die Spule in Richtung 2 im Uhrzeigersinn, und die Spule läuft vom Experimentator, der den Versuch ausführt, weg. Im Zusammenhang hiermit ist es

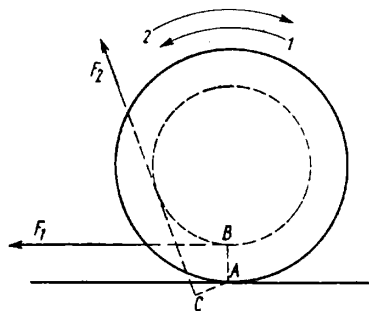


Abb. 36

nützlich, den Schülern zu empfehlen, in dem Buch „Unterhalt-same Physik“ von J. I. Perelman den Artikel „Gibt es in einem fahrenden Zug unbewegliche Punkte?“ zu lesen.

16

Aristoteles setzte voraus, daß die Rolle des oben aufgelegten Steins lediglich darin besteht, den unteren Stein abzustoßen. In Wirklichkeit setzt der obere Stein nicht nur den unteren Stein in Bewegung, sondern er bewegt sich auch selbst.

Mit anderen Worten, gleichzeitig mit der Verdoppelung der Kraft, die die Steine in Bewegung setzt, erhöht sich auch die in Bewegung gesetzte Masse auf den zweifachen Wert, so daß die Beschleunigung in Übereinstimmung mit dem zweiten Newton-schen Gesetz unverändert bleibt:

$$a = \frac{F}{M}.$$

17

Der Fehler in der im Aufgabentext angeführten Überlegung besteht in der unbegründeten Annahme, daß die Kraft F über den Klotz M_1 vollständig auf den Klotz M_2 übertragen wird. Aus den Gesetzen der Mechanik läßt sich diese Schlußfolgerung überhaupt nicht ziehen. Vernünftiger ist die Annahme, daß auf den Klotz M_2 irgendeine andere Kraft $F' \neq F$ wirkt. Dann liegt am Klotz M_1 die Kraft $R = F - F'$ an, und das zweite Newton-sche Gesetz liefert

$$a_1 = \frac{F - F'}{M_1} \text{ und } a_2 = \frac{F'}{M_2}.$$

Da sich die Klötze ständig in Berührung miteinander befinden, müssen ihre Beschleunigungen gleich groß sein,

$$a_1 = a_2 = a,$$

d. h.

$$\frac{F - F'}{M_1} = \frac{F'}{M_2}.$$

Hieraus folgt

$$F' = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \cdot F.$$

Damit liegt am Klotz M_2 nicht die gesamte Kraft F , sondern nur der Bruchteil $M_2/(M_1 + M_2)$ dieser Kraft. Setzt man den Wert F' in eine der beiden Beziehungen für die Beschleunigungen (am besten in die zweite) ein, so ergibt sich

$$a = \frac{F}{M_1 + M_2}.$$

Man erhält dasselbe Resultat, wenn man die angelegte Kraft einfach durch die Gesamtmasse der beiden Klötze dividiert.

18

In beiden Fällen ist die Kraft, die die Bewegung verursacht, gleich 20 N. Im ersten Falle jedoch setzt das „Gewicht“ nicht nur den Wagen in Bewegung, sondern auch die im Gewicht steckende Masse, im zweiten Falle dagegen wird die Kraft nur zur Beschleunigung des Wagens aufgewandt.

19

Die natürlichste Annahme besteht darin, daß der Wagen in gleichförmige Bewegung versetzt werden muß. Aus diesem Grunde ist in beiden Fällen Arbeit gegen die Reibungskraft zu leisten, die konstant bleibt, da sie nur durch das Gewicht des Wagens und den Reibungskoeffizienten bestimmt wird. Folglich sollte sich auch die Zugkraft nicht ändern, da sie in Übereinstimmung mit dem dritten Newtonschen Axiom bei gleichförmiger Bewegung gleich der Kraft ist, gegen die die Arbeit geleistet wird.

Somit ist die auf S. 20 gegebene Antwort falsch. Die richtige Lösung lautet: In beiden Fällen ist die Zugkraft 500 N.

Es ist hinzuzufügen, daß der Autor der Aufgabe später zu derselben Schlußfolgerung kam und die Aufgabe anders formulierte: Ein Pferd kann mit einer Kraft von 500 N ziehen; welche Kraft können fünf solcher Pferde, die gleichzeitig eingespannt sind, entwickeln? Hier wird bereits nicht mehr davon gesprochen, daß die Pferde in beiden Fällen denselben Wagen ziehen müssen, und die ursprüngliche Lösung (1750 N) ist richtig.

20

Die zeitliche Erhöhung der Geschwindigkeit wird durch die Beschleunigung des bewegten Körpers bestimmt, die ihrerseits vom Betrag der Kraft, die den Körper in Bewegung versetzt, und der Masse des Körpers (nicht von seinem Gewicht) abhängt. Da sowohl die erste als auch die zweite Größe unverändert bleiben, ergibt sich auch keine Änderung in der Beschleunigung des Autos.

Diese Antwort ist aber offenbar nur „in erster Näherung“ richtig, und eine aufmerksame Betrachtung führt zu der Schlußfolgerung, daß trotzdem eine geringe Erhöhung der Beschleunigung beobachtet werden sollte, allerdings aus ganz anderen Gründen.

Aufgrund des zweiten Newtonschen Axioms haben wir

$$a = \frac{F_S - F_R}{M},$$

wobei F_S die entsprechend den gewählten Bedingungen konstante Schubkraft, F_R die die Bewegung des Autos auf dem Mond behindernde Reibungskraft und M die Masse des Autos ist. Die Reibungskraft kann durch das Produkt aus dem Reibungskoeffizienten für die Autoräder auf der Mondoberfläche und dem „Mondgewicht“ des Autos P ausgedrückt werden:

$$F_R = \mu \cdot P.$$

Nimmt man an, daß sich die Mondoberfläche nicht sehr von der Erdoberfläche unterscheidet (auf jeden Fall kann man auf dem Mond eine Strecke wählen, die den Erdbedingungen entspricht), so bleibt der Reibungskoeffizient μ unverändert. Das Gewicht des Autos und damit auch der Normaldruck, mit dem das Auto auf die Mondoberfläche drückt, verringert sich aber etwa auf ein Sechstel. Damit nimmt aber auch die Reibungskraft ab, und

die Differenz der Kräfte $F_S - F_R$ wird größer, was von einer Erhöhung der Beschleunigung begleitet ist. Schließlich gibt es noch eine weitere Ursache, die zu einer höheren Beschleunigung des Autos auf dem Mond führt: das ist das Fehlen der Luft, die die Bewegung behindert.

21

Wir bestimmen zunächst die Beschleunigung aller Kugeln unmittelbar nach dem Zerschneiden des Fadens. Setzt man die nach unten gerichteten Kräfte und Beschleunigungen als positiv voraus, erhält man für die Beschleunigungen folgende Ausdrücke:

$$a_1 = \frac{M_1 g + f_I}{M_1} = \frac{Mg + 2Mg}{M} = 3g;$$

$$a_2 = \frac{M_2 g - f_I + f_{II}}{M_2} = \frac{Mg - 2Mg + Mg}{M} = 0;$$

$$a_3 = \frac{M_3 g - f_{II}}{M_3} = \frac{Mg - Mg}{M} = 0.$$

Die Beschleunigung der Kugel M_2 ist somit nicht gleich g . Das widerspricht aber nicht der Behauptung, daß sich der Schwerpunkt des Systems beim freien Fall mit der Fallbeschleunigung bewegen muß. Das liegt daran, daß der Schwerpunkt des Systems nur im Zustand der Ruhe mit dem Mittelpunkt der Kugel M_2 zusammenfällt, was unmittelbar aus der Gleichheit der Kugelmassen und der Abstände AB und BC folgt. Unmittelbar nach dem Zerschneiden des Fadens wird diese Gleichheit der Abstände aber aufgehoben. Die Elastizität der Feder I ist offenbar größer als die der Feder II , da sich bei unterschiedlichen Dehnungskräften die gleichen Dehnungen der Federn ergeben. Aus diesem Grunde verkürzt sich die erste Feder nach dem Zerschneiden des Fadens schneller als die zweite; die Abstände AB und BC sind nicht mehr gleich, und der Schwerpunkt des Systems verschiebt sich bezüglich der Kugel M_2 nach unten. Zur Bestimmung der Lage des Schwerpunkts zu einem bestimmten Zeitpunkt t verwenden wir die übliche Formel:

$$\begin{aligned} x_s &= \frac{M_1 x_1 + M_2 x_2 + M_3 x_3}{M_1 + M_2 + M_3} = \frac{M(x_1 + x_2 + x_3)}{3M} \\ &= \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}. \end{aligned}$$

Wir legen den Koordinatenursprung in den Mittelpunkt der Kugel M_3 und richten die x -Achse senkrecht nach unten. Da die Anfangsbeschleunigung und die Anfangsgeschwindigkeit der Kugel M_3 gleich Null ist, ergibt sich $x_3 = 0$. Dann ist die Abszisse x_2 der Kugel M_2 nach dem Zerschneiden des Fadens gleich der konstanten Größe $-l$ (l ist die Länge der Feder l), da die Anfangsgeschwindigkeit und die Anfangsbeschleunigung der Kugel M_2 ebenfalls gleich Null ist. Für die Kugel M_1 erhalten wir:

$$x_1 = -\left(2l - \frac{a_1 t^2}{2}\right) = -2l + \frac{3gt^2}{2}.$$

Setzt man diese Größen in den Ausdruck für die Lage des Schwerpunktes ein, so ergibt sich

$$x_s = \frac{-2l + \frac{3gt^2}{2} - l + 0}{3} = -l + \frac{gt^2}{2}.$$

Wir haben eine Gleichung erhalten, aus der man sieht, daß sich der Schwerpunkt des Systems, wie zu erwarten, nach unten bewegt (die Beschleunigung ist positiv, die Anfangsgeschwindigkeit gleich Null), und zwar mit der Beschleunigung g .

22

Gewöhnlich wird der Fehler darin gesehen, daß sich die Widerstandskräfte mit wachsender Geschwindigkeit erhöhen (Reibung und Widerstand der Luft), so daß die resultierende Kraft und die sich ergebende Beschleunigung folglich kleiner werden, was die Erreichung hoher Geschwindigkeiten verhindert.

Das ist aber nicht der Hauptgrund, denn man kann sich zumindest im Prinzip Bedingungen vorstellen, unter denen die Widerstandskräfte nicht von der Geschwindigkeit abhängen. Für die Bewegung einer Rakete im kosmischen Raum liegen derartige Bedingungen praktisch vor, denn dort fehlen die Widerstandskräfte oder können als vernachlässigbar klein angesehen werden.

Um den Fehler zu finden, berechnen wir die Leistung, die der Radfahrer am Ende der zwanzigsten Minute aufbringen muß. Setzt man die Geschwindigkeit gleich 600 m/s und die Schubkraft gleich 100 N, so erhalten wir mit Hilfe der allgemein bekannten Formel

$$P = 100 \text{ N} \cdot 600 \text{ m/s} = 60000 \text{ J/s} = 60 \text{ kW} \approx 81 \text{ PS},$$

d. h. ebenfalls ein unsinniges Resultat, denn eine solche Leistung kann ein Mensch nur für eine extrem kurze Zeit entwickeln, beispielsweise bei einem Sprung.

Aber hierin liegt die Lösung des Paradoxons: Da sich die Leistung innerhalb vernünftiger Grenzen bewegen muß, wird die vom Radfahrer entwickelte Schubkraft mit wachsender Geschwindigkeit abfallen.

Eine große Leistung bedeutet demzufolge nicht immer auch eine große Schubkraft. Für Photonraketen beispielsweise wird eine Schubkraft von nur wenigen Newton vorausgesetzt (zum Vergleich sei daran erinnert, daß die Triebwerke moderner Düsenflugzeuge Schubkräfte in der Größe von mehreren hunderttausend Newton entwickeln); ihre Leistung kann aber sehr groß sein, da die Photontriebwerke erst gestartet werden, wenn die Rakete durch die Arbeit von Triebwerken irgendeines anderen Typs (beispielsweise von Flüssigkeitstriebwerken) eine hinreichend hohe Geschwindigkeit angenommen hat.

23

Hier hat natürlich nicht A. A. Sternfeld, sondern der Autor des Sophismus einen Fehler in seinen Überlegungen gemacht, und schon die ersten Flüge der sowjetischen Kosmonauten haben das überzeugend gezeigt.

Die sich mit steigender Sprunghöhe einstellenden schmerzhaften Empfindungen fühlt der Mensch nicht zur Zeit des Falls, wo er eine bestimmte Geschwindigkeit besitzt, sondern beim Aufschlag auf die Erde, d. h. in dem Augenblick, wo er seine Geschwindigkeit verliert.

Die Zeitdauer des Aufschlags beträgt einige Zehntelsekunden, und in dieser Zeit muß sich die Geschwindigkeit des Menschen von einigen Metern pro Sekunde auf den Wert Null verringern. Man sieht leicht ein, daß der Mensch dabei eine Beschleunigung erfährt, die die Fallbeschleunigung um ein Vielfaches übertrifft. Aus diesem Grunde ist sein Körper gefährlichen Überbeanspruchungen ausgesetzt.

Übrigens sei hier darauf hingewiesen, daß große Beschleunigungen nicht immer eine Gefahr für die Passagiere eines Raumschiffs darstellen.

Wir sehen uns dazu zwei Beispiele an: a) eine Rakete fällt auf einen Planeten, dessen Masse so groß ist, daß die Beschleunigung in seiner Nähe hundertmal größer ist als die Erdbeschleunigung; b) eine Rakete bewegt sich mit einer Beschleunigung von 100 g,

die sich durch entsprechende Schubleistung ihrer Triebwerke ergibt.

In beiden Fällen werden sich auch die Mitglieder der Raketenbesatzung mit derselben Beschleunigung bewegen. Während aber im ersten Falle die beschleunigte Bewegung bei den Kosmonauten keine unangenehmen Folgeerscheinungen hervorruft (wir nehmen an, daß der Aufschlag auf den Planeten verhindert werden kann, und untersuchen nicht das Problem einer Überlastung beim Rückstart von diesem Planeten), droht im zweiten Falle allen Kosmonauten der Untergang. Das liegt daran, daß die von dem Planeten ausgehende Anziehungskraft im ersten Falle auf alle materiellen Punkte, die sich in der Rakete befinden, in der gleichen Weise wirkt. Dabei drücken die Organe des menschlichen Körpers nicht gegeneinander, und es sollten keine schmerzhaften Empfindungen auftreten. Man hat es mit einem freien Fall zu tun, bei dem sich alle Besatzungsmitglieder im Zustand der Schwerelosigkeit befinden, der – das zeigen alle bis zum jetzigen Zeitpunkt gesammelten Erfahrungen – zwar nicht von jedem Menschen leicht zu ertragen ist, jedoch keine Lebensgefahr darstellt.

Im zweiten Falle wirkt die Wand der Rakete nur auf die sie berührenden Teile des menschlichen Körpers direkt ein, die dann diese Einwirkung auf die anderen Körperteile übertragen. Dabei erfolgt eine Deformation der Organe, die bei großen Beschleunigungen gefährlich werden kann.

24

Die Resultierende ist laut Definition die Kraft, die dieselbe Wirkung hervorruft wie die Kräfte, die sie ersetzt. Die im Beispiel betrachteten Kräfte greifen an unterschiedlichen Körpern an, folglich hat es keinen Sinn, nach einer Kraft zu suchen, die die gleiche Wirkung hervorruft. Man kann keine Kraft finden, die auf das Pferd und auf den Wagen dieselbe Wirkung ausübt wie die Kräfte, die in der Aufgabe betrachtet wurden.

Das zwischen Pferd und Wagen angebrachte Dynamometer dient faktisch als Kopplungsglied: Es überträgt nur die Kraft, die Dehnung seiner Feder ist gleich der Zugkraft des Pferdes oder gleich der Kraft, mit der der Wagen auf das Pferd wirkt.

25

Zwischen Münchhausen und dem Radfahrer besteht ein wesentlicher Unterschied. Wenn man der Erzählung glaubt, „gelang“

es Münchhausen durch eigene Anstrengungen (man kann sie als innere Kräfte bezeichnen), den Schwerpunkt des aus Reiter und Pferd bestehenden Systems über die Erdoberfläche zu heben. Das widerspricht den physikalischen Gesetzen und ist deshalb nicht möglich. Der Radfahrer dagegen, der die Lenkstange zu sich heranzieht und dabei das Rad von der Erdoberfläche abhebt, führt zwei Vorgänge gleichzeitig aus: Er hebt das Lenkrad zu sich heran und nähert sich dabei mit seinem Körper der Erde. Dabei verbleibt der Schwerpunkt des Systems Radfahrer-Fahrrad in der ursprünglichen Lage.

26

Die Aufgabe kann sowohl mit einer Balkenwaage als auch mit einer Federwaage gelöst werden. Wir betrachten zunächst die erste Lösungsvariante.

Legt man in die eine Waagschale den zu untersuchenden Körper mit der Masse M_1 , in die andere Waagschale ein Gewichtsstück mit der Masse M_2 , so verbleibt die Waage im Zustand des indifferenten Gleichgewichts. Das Gleichgewicht wird jedoch gestört, wenn man die Waage in eine Bewegung mit der Beschleunigung a versetzt, da unterschiedliche Kräfte

$$F_1 = M_1 \cdot a \quad \text{und} \quad F_2 = M_2 \cdot a$$

erforderlich sind, um die sich in ihrer Masse unterscheidenden Körper in gleicher Weise zu beschleunigen. Es läßt sich unschwer erreichen, zumindest angenähert, daß der Zeiger der Waage auch bei der beschleunigten Bewegung nicht aus seiner ursprünglichen Lage abweicht. Dazu müssen die Masse des Körpers und die Masse des Gewichtsstücks gleich groß sein.

Man kann aber auch eine Federwaage (Dynamometer) verwenden. Dazu hängen wir den untersuchten Körper an die Federwaage und versetzen das System in eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung a_0 . Das Dynamometer zeigt die Kraft $F_1 = M_1 \cdot a_0$ an. Dann hängt man an die Federwaage anstelle des untersuchten Körpers ein Gewichtsstück mit bekannter Masse M_2 und teilt dem System dieselbe Beschleunigung a_0 mit. Die Waage zeigt eine andere Kraft $F_2 = M_2 \cdot a_0$ an. Aus der Division der beiden Gleichungen ergibt sich

$$F_1/F_2 = M_1/M_2.$$

Hieraus erhält man

$$M_1 = \frac{F_1}{F_2} \cdot M_2.$$

Die im Falle der Federwaage erforderliche konstante Beschleunigung läßt sich am einfachsten dadurch erreichen, daß man das Dynamometer mit dem aufgehängten Körper mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotieren läßt.

Bei der Lösung dieser Aufgabe haben wir den Umstand ausgenutzt, daß in beschleunigt bewegten Systemen gewissermaßen eine künstliche Schwerkraft auftritt. Die Äquivalenz der Gravitationskräfte mit den in beschleunigten Systemen auftretenden Kräften diene als eine Grundlage für die Gravitationstheorie, die von A. Einstein (1879–1955) in der Allgemeinen Relativitätstheorie entwickelt wurde.

27

Es lassen sich einige Ungenauigkeiten angeben, die in der im Text der Aufgabe dargelegten Überlegung enthalten sind. Erstens bezieht sich das universelle Gravitationsgesetz nur auf punktförmige Körper oder auf Hohlkugeln und Kugeln. Zweitens bedeutet die Berührung zweier Körper durchaus nicht, daß die Größe R , die im allgemeinen Gravitationsgesetz auftritt, gleich Null wird. So ist beispielsweise im Falle zweier sich berührender Kugeln mit den Radien R_1 und R_2 $R = R_1 + R_2$ zu setzen.

Die Hauptsache besteht darin, daß die Gesetze der Physik bestimmte Grenzen in ihrer Anwendbarkeit haben. Es gibt triftige Gründe anzunehmen, daß das allgemeine Gravitationsgesetz in der oberen angeführten Form sowohl bei sehr großen als auch bei sehr kleinen Abständen nicht mehr gilt. Es ist offensichtlich nur gültig für

$$1 \text{ cm} < R < 5 \cdot 10^{24} \text{ cm}.$$

Jedenfalls ergibt sich aus astronomischen Beobachtungen, daß sich Himmelskörper auf eine Entfernung von mehr als $5 \cdot 10^{24}$ cm gewissermaßen gegenseitig „nicht bemerken“.

28

In der Endkonsequenz wird die Stärke von Ebbe und Flut nicht so sehr durch die Anziehungskraft zur Sonne oder zum Mond selbst bestimmt, sondern vielmehr durch die Differenz der Kräfte, mit denen ein Körper, der sich in der Nähe des Erdmittelpunktes befindet, und ein Körper derselben Masse auf der Erdoberfläche von dem Himmelskörper angezogen werden. Wären diese beiden Kräfte gleich groß, so würden sie der Erde

als Ganzes und dem Wasser des Ozeans die gleiche Beschleunigung erteilen, so daß sich beides als einheitliches Ganzes bewegen würde. Dann würden keine Gezeiten auftreten.

Der Mittelpunkt der Erde ist jedoch etwas weiter vom Mond (bzw. der Sonne) entfernt als die Wasserteilchen im Ozean auf der Erdseite, die dem Mond (oder der Sonne) zugewandt ist. Aus diesem Grunde werden sich die Beschleunigungen um den Betrag

$$\Delta a = \frac{GM}{(d-R)^2} - \frac{GM}{d^2} = GM \cdot \frac{d^2 - (d-R)^2}{d^2 (d-R)^2}$$

voneinander unterscheiden (siehe Abb. 37). Hierbei ist M die Masse des Himmelskörpers, d sein Abstand vom Erdmittelpunkt, R der Erdradius und G die Gravitationskonstante.

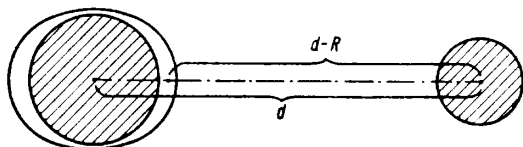


Abb. 37

Da in beiden Fällen $R \ll d$ ist, kann man schreiben:

$$\Delta a \approx G \frac{M \cdot 2Rd}{d^2 \cdot d^2} = 2R \frac{GM}{d^3}.$$

Bezüglich der „normalen“ Schwerebeschleunigung g ergibt sich der Unterschied

$$\frac{\Delta a}{g} = 2R \frac{GM}{d^3} : \frac{GM_3}{R^2} = 2 \frac{M}{M_3} \cdot \left(\frac{R}{d}\right)^3,$$

wobei M_3 die Masse der Erde ist.

Für den Mond gilt

$$M/M_3 = 1/81 \quad \text{und} \quad R/d = 1/60.$$

Hieraus erhält man für die relative Abnahme der Beschleunigung (und damit für die relative Abnahme der Schwerkraft auf der dem Mond zugewandten Seite)

$$\frac{\Delta a}{g} = \frac{\Delta P}{P} = \frac{2}{81 \cdot 60^3} \approx \frac{1}{9000000}.$$

Für die Sonne ist

$$M/M_3 = 332400 \quad \text{und} \quad R/d = 1/23500.$$

Aus diesen Daten ergibt sich

$$\frac{\Delta a}{g} = \frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{19000000}.$$

Die Sonnengezeiten dürften demnach tatsächlich nur etwa halb so stark sein wie die Mondgezeiten.

29

Formel (1) drückt die Tatsache aus, daß die verrichtete Arbeit bei gleichem Weg um so größer wird, je größer die Kraft ist, die die Arbeit leistet. In analoger Weise folgt aus dem Ausdruck (2), daß die verrichtete Arbeit bei gleicher Kraft mit wachsender Wegstrecke ansteigt. (Der Leser mache sich klar, daß die Arbeit bei Verdoppelung der Kraft nur dann den doppelten Wert hat, wenn der Weg in beiden Fällen gleich ist; ebenso gilt, daß die Arbeit in derselben Weise ansteigt wie die Wegstrecke, wenn die Kraft unverändert bleibt.) Folglich ist das, was in Formel (1) als konstant vorausgesetzt wurde, im Ausdruck (2) veränderlich und umgekehrt. In den Gleichungen (4) und (5), die sich durch gliedweise Multiplikation oder Division aus (1) und (2) ergeben hatten, muß demzufolge die Möglichkeit zugelassen werden, daß sowohl k_1 als auch k_2 veränderliche Größen sein können. Hieraus folgt, daß k_3 und k_4 keine konstanten Koeffizienten sind. Aus der Bedeutung der Größen k_1 und k_2 folgt, daß

$$k_3 = \sqrt{F \cdot s} \quad \text{und} \quad k_4 = F/s$$

ist. Setzt man diese Werte für die Koeffizienten k_3 und k_4 in die Gleichungen (4) und (5) ein, so erhält man die Ausdrücke

$$W = \sqrt{F \cdot s} \cdot \sqrt{F \cdot s} = F \cdot s \quad \text{und} \quad F = \frac{F}{s} \cdot s = F.$$

Der angegebene Trugschluß bezieht sich nicht nur auf die Formel für die Arbeit, sondern natürlich auch auf alle Formeln, die analytisch dieselbe Form haben.

So ist beispielsweise bei der gleichförmigen Bewegung die durchlaufene Strecke der Geschwindigkeit und der Zeit proportional. Beschreibt man diesen Sachverhalt durch die beiden Formeln

$$s = k_1 v \quad \text{und} \quad s = k_2 t,$$

so erhält man

$$s = k_3 \sqrt{vt}, \quad \text{wobei} \quad k_3 = \sqrt{k_1 k_2} = \sqrt{vt}$$

ist oder

$$v = k_4 \cdot t \quad \text{mit} \quad k_4 = k_2/k_1 = v/t.$$

30

Entsprechend den angegebenen Bedingungen verläuft die Straße horizontal, d. h. überall senkrecht zum Vektor der Schwerkraft, da eine Richtung laut Definition als horizontal bezeichnet wird, wenn sie mit dem Lot einen rechten Winkel bildet. Somit bildet die Kraft mit der Verschiebungslinie einen rechten Winkel und kann demzufolge keine Arbeit verrichten, wie das auch aus der Formel

$$W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

folgt.

Übrigens sei hier angemerkt, daß der Bau einer solchen Straße ohnehin nicht das Problem der Bewegung eines Autos ohne Motor lösen würde, selbst wenn die Überlegungen des formulierten Trugschlusses richtig wären. Von Süden nach Norden würde man zwar „bergab“ fahren, aber die umgekehrte Bewegung würde „bergauf“ erfolgen, und insgesamt gesehen würde sich kein Energiegewinn ergeben.

31

Von einer Verletzung des Energieerhaltungssatzes kann natürlich nicht die Rede sein. Dieses Gesetz gilt in allen uns bekannten Prozessen. Es muß nur berücksichtigt werden, daß der Zusammenstoß des Geschosses mit dem Wagen einen sog. vollkommen unelastischen Stoß darstellt, d. h., ein Teil der Geschoßenergie, nämlich die Hälfte, wird für die Überwindung der Widerstandskräfte aufgewandt, die der Bewegung des Geschosses im Wagen entgegenwirken; dieser Teil der Energie äußert sich in einer Erwärmung des Systems. Lediglich der verbleibende Teil der Energie führt zu einer Bewegung des Wagens.

32

Wenn die Kohle in der Höhe der dritten Etage verbrennt, dann ist die potentielle Energie der Verbrennungsprodukte (Wasser, Asche, Kohlenmonoxid, Kohlendioxid, unverbrannte Kohleteilchen) um ebensoviel größer, wie die potentielle Energie der Kohle erhöht worden war.

Ein Luftballon verdrängt ein bestimmtes Luftvolumen, dessen Gewicht größer als das Gewicht des Ballons ist, da für die Füllung des Ballons ein Gas gewählt wird, dessen Dichte kleiner als die Luftdichte ist. Bei einem Anstieg des Ballons auf eine Höhe H wächst seine potentielle Energie um den Betrag $V \cdot \rho \cdot g \cdot H$, wobei V das Volumen des Ballons, ρ seine mittlere Dichte und g die Fallbeschleunigung ist.

Andererseits sinkt ein entsprechendes Luftvolumen nach unten, wobei sich die potentielle Energie dieser Luft um den Betrag $V \cdot \rho' \cdot g \cdot H$ verringert; dabei haben V , g und H dieselbe Bedeutung wie vorher, während ρ' die Dichte der Luft ist.

In der Endkonsequenz verringert sich die potentielle Energie des Systems Atmosphäre – Luftballon um den Betrag

$$VgH(\rho' - \rho) > 0.$$

Aufgrund dieses Energiegewinns steigt der Luftballon. Das bedeutet, daß hier dieselbe Ursache wirkt, die zum Auftauchen eines Holzstückes in Wasser, zum Aufsteigen von Luftblasen in Wasser usw. führt, und zwar das Bestreben jedes Systems, in einen Zustand mit minimaler potentieller Energie überzugehen. Bei der Lösung der Aufgabe haben wir der Einfachheit halber angenommen, daß die Dichte des Gases und der Luft konstant ist. In Wirklichkeit fällt die Dichte der Luft mit der Höhe. Bei einem Anstieg der Ballons verringert sich aber auch die Dichte des Füllgases, da es in dem Streben nach einem Ausgleich zwischen den Drücken innerhalb des Ballons und des umgebenden Raums die Ballonhülle immer stärker ausdehnt. Die Dichte des Füllgases sinkt aber nicht unbegrenzt ab, da dem die Ballonhülle entgegenwirkt. Aus diesem Grunde wird die Dichte der Luft in einer bestimmten Höhe gleich der mittleren Dichte des Ballons sein, und ein weiterer Anstieg ist nicht möglich.

34

Der in den Tanks einer bewegten Rakete befindliche Brennstoff besitzt einen Vorrat an kinetischer Energie, der sich aus der bisherigen Beschleunigung der Rakete durch den bereits verbrannten Treibstoff ergeben hat. Aus diesem Grunde setzt sich die Energie, die in jedem Kilogramm des noch verbliebenen Brennstoffs enthalten ist, aus der Verbrennungswärme, die unabhängig von der Geschwindigkeit der Rakete ist, und der

ständig steigenden kinetischen Energie zusammen. Bei einer Geschwindigkeit der Größenordnung 3 km/s wird die kinetische Energie eines Kilogramms Brennstoff gleich der Verbrennungswärme, dem Vorrat an chemischer Energie. Bei Erreichen der ersten kosmischen Geschwindigkeit ist die kinetische Energie des Treibstoffs dreimal größer als die Verbrennungswärme. Damit erklärt sich auch das Paradoxon.

35

Beim Abrollen von einem Berg führt das Rad zwei Bewegungen gleichzeitig aus: Sein Schwerpunkt führt eine fortschreitende Bewegung (Translation) aus, während jeder Punkt des Rades außerdem an einer Drehbewegung (Rotation) beteiligt ist, deren Achse durch den Schwerpunkt geht.

Aus diesem Grunde muß die rechte Seite der in der Aufgabe angegebenen Gleichung, die den Energieerhaltungssatz ausdrückt, noch durch ein Glied ergänzt werden, das die kinetische Energie der Drehbewegung ($E_{\text{kin rot}}$) beinhaltet:

$$mgH = E_{\text{kin trans}} + E_{\text{kin rot}}$$

Aus einer Betrachtung der Abb. 38 erkennt man, daß sich die Punkte des Rades bezüglich seines Mittelpunktes mit derselben

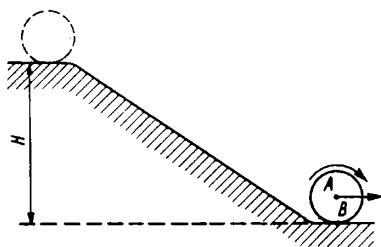


Abb. 38

Geschwindigkeit bewegen wie sein Mittelpunkt bezüglich der Erdoberfläche. Wählt man etwa den Punkt B des Rades, der im betrachteten Zeitpunkt die Erde berührt und damit bezüglich der Erdoberfläche unbeweglich ist, so ist folgende Aussage möglich: Wenn der Mittelpunkt des Rades bezüglich der Erdoberfläche die Geschwindigkeit v hat, so hat er auch bezüglich des Punktes B diese Geschwindigkeit. Wenn sich aber der Mittelpunkt A relativ zu B mit der Geschwindigkeit v bewegt, so bewegt sich auch der Punkt B relativ zu A mit derselben Geschwindigkeit. Alle Punkte des Rades sind gleichberechtigt.

Wenn sich also ein speziell herausgegriffener Punkt relativ zum Mittelpunkt mit der Geschwindigkeit v bewegt, so gilt das auch für alle anderen Punkte. Hiervon ausgehend können wir schließen, daß folgende Gleichung gilt:

$$W_{\text{kintrans}} = W_{\text{kinrot}}.$$

Da aber

$$W_{\text{kintrans}} = mv^2/2,$$

erhält man

$$mgH = mv^2.$$

Hieraus ergibt sich für die vom Rad angenommene Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{gH}.$$

Setzt man noch $H = 4,9$ m ein, so finden wir

$$v = \sqrt{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 4,9 \text{ m}} \approx 6,9 \text{ m/s}.$$

In analoger Weise ist zu verfahren, wenn die Geschwindigkeit für eine von einem Berg herunterrollende Kugel oder Scheibe oder auch anderer Körper zu berechnen ist. Diese Fälle sind aber komplizierter, da die Geschwindigkeiten von Punkten, die unterschiedliche Abstände vom Mittelpunkt der Kugel, der Scheibe oder eines anderen Körpers haben, unterschiedlich sind, was die Berechnung der kinetischen Energie der Drehbewegung beträchtlich erschwert. Bei der Lösung der Aufgaben in solchen Fällen muß der Begriff des Trägheitsmoments eingeführt werden, der in der Dynamik der Drehbewegung die gleiche Rolle spielt wie die Masse bei der fortschreitenden Bewegung. Wenn der Körper ohne Drehung eine geneigte Ebene herabgleitet, ist $W_{\text{kinrot}} = 0$, und die Geschwindigkeit kann nach der in der Aufgabe angegebenen Formel berechnet werden. Von der Richtigkeit der hier dargelegten Vorstellungen kann man sich leicht im Experiment überzeugen, indem man die Zeit für das Abrollen zweier gleicher Flaschen gleichen Gewichts von einer geneigten Ebene vergleicht, wobei die eine Flasche mit Wasser, die andere mit einem Gemisch aus Sand und Sägemehl gefüllt ist.

Bei der Bewegung der ersten Flasche verwandelt sich ihre potentielle Energie nahezu vollständig in kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung, da das Wasser nicht an der Dreh-

bewegung teilnimmt, mit Ausnahme einer sehr dünnen, die Flaschenwände berührenden Schicht. (Die Masse der Flasche selbst wird hier und im folgenden der Einfachheit halber vernachlässigt.)

Das Gemisch aus Sand und Sägemehl rotiert zusammen mit der Flasche, und ein beträchtlicher Teil der potentiellen Energie geht in kinetische Energie der Drehbewegung über. Aus diesem Grunde ist die kinetische Energie und damit auch die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung für die zweite Flasche kleiner.

36

Beide Behauptungen sind gleich richtig, wenn man annimmt, daß die dritte der in jede Formel eingehenden Größen konstant ist.

Wir betrachten dazu zwei Punkte auf der rotierenden Scheibe, die unterschiedliche Abstände von der Drehachse haben. Dann wird bei gleicher Winkelgeschwindigkeit ω der Punkt die größere Zentripetalbeschleunigung erfahren, der weiter von der Drehachse entfernt ist. Das läßt sich im Experiment leicht zeigen, wenn man zwei Figuren auf die Drehscheibe eines Plattenspieler stellt: Man kann für die beiden Figuren ohne weiteres Aufstellungspunkte wählen, wo die weiter von der Drehachse entfernte Figur umfällt, während die näher an der Drehachse befindliche Figur stehenbleibt.

Bei gleicher Lineargeschwindigkeit v rotierender Punkte sind ihre Zentripetalbeschleunigungen dagegen dem Radius umgekehrt proportional. Dieser Fall trifft beispielsweise auf die Beschleunigung von Punkten zu, die auf der Außenfläche zweier Riemenscheiben liegen, die über einen Riemen miteinander verbunden sind. Derselbe Fall liegt bei Zahnrädern mit unterschiedlicher Zahl von Zähnen vor.

Analog hierzu sind auch die beiden Formeln

$$N = I^2 R \quad \text{und} \quad N = U^2 / R$$

für die Berechnung der in einem Stromkreis abgegebenen Leistung in gleicher Weise richtig.

Sind die Ströme gleich groß (was bei Reihenschaltung der Verbraucher der Fall ist), so sind die in den einzelnen Teilen des Stromkreises abgegebenen Leistungen den Widerständen direkt proportional. Bei Parallelschaltung (als Beispiel kann hier die Schaltungsweise genannt werden, wie sie bei Haushalt-

geräten üblich ist) ist die Spannung an allen Geräten konstant und gleich groß, und die abgegebenen Leistungen sind dem Widerstand umgekehrt proportional.

Im Zusammenhang mit dieser Aufgabe kann auch auf den Beginn der Lösung von Aufgabe 29 verwiesen werden.

37

Der vorgeschlagene Motor ist natürlich nicht realisierbar. Aber nicht deshalb, wie häufig behauptet wird, weil die Summe aus Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft gleich Null ist. Eine solche Erklärung ist falsch, da die Addition von Kräften, die an unterschiedlichen Körpern angreifen, keinen Sinn hat.

Eine Änderung der Bewegungsrichtung der Flüssigkeit erfolgt nicht nur längs des Bogens ACB , sondern auch in den „Punkten“ A und B . Man kann voraussetzen, daß sich die Flüssigkeit in diesen Punkten auf Bögen mit sehr kleinem Radius bewegt. Demzufolge existieren auch in den Punkten A und B Zentrifugalkräfte, die auf die Rohrwände einwirken. Ihre Richtungen und Beträge sind so, daß ihre Vektorsumme mit der Kraft R gleich Null ist.

Interessant ist, daß der junge K. E. Ziolkowski, der geniale Begründer der Theorie interplanetarer Flüge (1857–1935), versuchte, die „Zentrifugalkraft für einen Aufstieg über die Atmosphäre in den Sternerraum anzuwenden“. Seine Maschine „bestand aus einer geschlossenen Kammer, in der zwei umgekehrte elastische Pendel mit Kugeln an den oberen Enden vibrierten. Sie beschrieben Bögen, und die Zentrifugalkraft der Kugeln sollte die Kabine anheben und in den Himmelsraum tragen“. Jedoch am gleichen Tag verstand Ziolkowski, daß „die Maschine nur eine Erschütterung erfährt und nichts weiter. Ihr Gewicht verringert sich auch nicht um ein einziges Gramm“. Das Gewicht des schwingenden Pendels, das auf einer Π -förmigen Unterlage aufgehängt war, verringert sich ebenfalls nicht. Beim Beweis der Nichtrealisierbarkeit aller ähnlichen Motoren stützt man sich am besten und einfachsten auf die Tatsache, daß es nicht möglich ist, ein abgeschlossenes System allein durch innere Kräfte in Bewegung zu versetzen.

38

Hier gibt es gar keinen Widerspruch, ebensowenig wie in dem Falle, daß ein gehender Mensch, der irgendwo anstößt, nach

vorn fällt, obwohl auf seine Füße eine bremsende Kraft eingewirkt hat, die der Bewegung entgegengerichtet ist. In beiden Fällen muß das erste Grundgesetz der Mechanik – das Trägheitsgesetz – der Erklärung der Erscheinungen zugrunde gelegt werden.

39

Gewöhnlich wird in der angegebenen „Schlußfolgerung“ der Fehler in der Ersetzung des Bogens durch die Sehne gesehen. Andererseits ist eine solche Ersetzung bei kleinen Auslenkungswinkeln durchaus zulässig, und der Fehler liegt woanders.

Bei der Berechnung der Zeit für die Bewegung des Pendels längs der Sehne AB haben wir angenommen, daß die Beschleunigung in Bewegungsrichtung ständig konstant und gleich $a = g \cdot \cos \alpha$ ist, wobei der Winkel α der größten Auslenkung des Pendels aus der Gleichgewichtslage entspricht.

In Wirklichkeit ist die Beschleunigung des Pendels im vorliegenden Falle eine veränderliche Größe, die ihr Maximum im Moment der größten Auslenkung erreicht und beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage Null wird. Mit anderen Worten, der Fehler besteht in der falschen Anwendung der Formel für die gleichförmige Bewegung. Bei einer harmonischen Schwingungsbewegung sind Geschwindigkeit, Zeit, Weg und Beschleunigung in wesentlich komplizierterer Weise miteinander verknüpft.

40

Spricht man von Wellen, so meint man dabei meist den Prozeß der Ausbreitung elastischer Wellen, die in Flüssigkeiten bei kleinen Frequenzen tatsächlich nicht auftreten. Aber nicht immer werden Schwingungen durch elastische Kräfte hervorgerufen. Im angeführten Falle sind die transversalen Wellen auf einer Techoberfläche beispielsweise durch die Schwerkraft bedingt: Die durch den Aufschlag des Steins nach unten gesenkten Wasserteilchen werden anschließend durch das Gewicht der benachbarten Schichten nach oben gedrängt. Mitunter dauert die angeregte Schwingung so lange an, bis die anfangs übertragene Energie durch die Überwindung der in der Flüssigkeit auftretenden Reibungskräfte und die Bewegung immer größerer Teile der Flüssigkeitsoberfläche aufgebraucht ist. Man sieht leicht ein, daß durch die Schwerkraft bedingte transversale

Schwingungen nur an der Grenze zwischen Flüssigkeit und Gas existieren können. Kapillarkräfte können ebenfalls die Ursache von Wellen an der Grenze zwischen Flüssigkeit und Gas sein. Es handelt sich dabei um Wellen mit sehr kleiner Wellenlänge, wie z. B. das Auftreten gekräuselter Wasseroberflächen.

41

Die Abschwächung des Schalls, die dann beobachtet wird, wenn sich beide Zinken der Stimmgabel hintereinander auf der Verbindungslinie zum Ohr befinden, ließe sich nur dann durch den Unterschied in der von den Schallwellen durchlaufenen Strecke erklären, wenn sie in gleicher Phase von den Schallquellen ausgehen würden, genauer gesagt, mit einer Phasendifferenz, die ein Vielfaches von 2π ist. In Wirklichkeit schwingen die Zinken der Stimmgabel in Gegenphase: Wenn die eine Zinke eine Verdichtungswelle zum Ohr sendet, geht von der anderen Zinke eine Verdünnungswelle aus. Wenn folglich die Zinken hintereinander auf der das Ohr und die Stimmgabel verbindenden Geraden angeordnet sind, haben die sich ausbreitenden Schallwellen bereits entgegengesetzte Phasen. Beim Eintritt in das Ohr löschen sich die Wellen deshalb aus, und wir hören nur einen schwachen Ton. Die wenigen Zentimeter, die die Stimmgabelzinken voneinander entfernt sind, spielen keine entscheidende Rolle, da der auf dieser Strecke entstehende Gangunterschied wesentlich kleiner ist als die Wellenlänge.

Befinden sich die Zinken in einer zum Ohr parallelen Ebene, so hören wir einen lautereren Ton, da beide Zinken der Stimmgabel faktisch wie eine einzige Schallquelle wirken: Bei der Bewegung der Zinken aufeinander zu wird die Luft aus dem Raum zwischen den Zinken herausgestoßen, und an das Ohr gelangt ein Verdichtungsimpuls. Entfernen sich die Zinken voneinander, so geht ein Verdünnungsimpuls von der Stimmgabel aus. Die periodisch auftretenden Verdichtungs- und Verdünnungsimpulse werden als Schall empfunden.

42

Der von einer Stimmgabel ausgehende Schall klingt langsam ab, da ihre Schwingungsenergie allmählich in den umgebenden Raum abgestrahlt wird. Die Streuung wird verstärkt und erfolgt schneller, wenn die Stimmgabel auf einem Resonator befestigt ist oder einfach mit einem Tisch in Berührung gebracht wird, da

dann die Energieabgabe nicht nur von den Stimmgabelzinken erfolgt, sondern auch von der Resonator- oder Tischoberfläche. Obwohl also im zweiten Falle ein lauterer Ton zu hören ist, wird man ihn weniger lange hören, da die abgestrahlte Gesamtenergie in beiden Fällen gleich groß ist.

43

Nimmt man bei der Bestimmung der Dichte einen Körper mit dem doppelten Volumen, so ist auch seine Masse doppelt so groß, und das Verhältnis dieser Größen, das uns interessiert, bleibt natürlich unverändert.

Bei unveränderlicher Temperatur ist die Dichte eine konstante Größe, die nur von der Art des Stoffes abhängt. Aus diesem Grunde ist die Sprechweise, daß „die Dichte eines Stoffes der Masse direkt proportional und dem Volumen umgekehrt proportional ist“, nicht ganz richtig. Eine solche Formulierung führt für zwei Mengen desselben Stoffes zu einer falschen Schlussfolgerung, wie wir gesehen haben.

Analytisch in derselben Form läßt sich die Formel des Ohmschen Gesetzes für einen Teil eines Stromkreises schreiben:

$$R = U/I.$$

Aus diesem Ausdruck folgt aber nicht, daß der Widerstand eines Leiters von der Spannung und der Stromstärke abhängt (die Erhitzung infolge der auftretenden Jouleschen Wärme vernachlässigen wir), da der Widerstand für jeden konkreten Leiter einen eindeutig bestimmten Wert hat.

Man kann das folgende Beispiel angeben, das die Unrichtigkeit der in der als Trugschluß formulierten Fragestellung überzeugend zeigt.

Die Verknüpfung zwischen dem Umfang eines Kreises und seinem Radius R läßt sich in der folgenden Form schreiben:

$$\pi = l/2R.$$

Hieraus darf man aber nicht den Schluß ziehen, daß die „Zahl π (d. h. 3,14159...) der Länge des Kreisbogens direkt und dem Radius umgekehrt proportional ist“.

Zum Schluß müssen wir darauf hinweisen, daß die Formulierungen „bei konstantem Volumen ist die Dichte eines Stoffes der Masse direkt proportional“ und „bei konstanter Masse ist die Dichte eines Stoffes dem Volumen umgekehrt proportional“ vollkommen richtig sind, da hier stillschweigend vorausgesetzt

wird, daß wir die Dichten unterschiedlicher Stoffe miteinander vergleichen, die im allgemeinen verschieden sind (siehe auch die Lösungen zu den Aufgaben Nr. 29 und 36). Was das Verhältnis von Kreisumfang zu Kreisdurchmesser betrifft, so hat es für alle Kreise, die in einer ebenen Fläche liegen, den gleichen Wert und ist gleich π .

44

Die Unmöglichkeit der Realisierung eines Perpetuum mobile ist eine Folge des universell gültigen Energieerhaltungssatzes. Im Text der Aufgabe wird der Tatsache, daß die Druckkraft wie auch der Druck selbst stets senkrecht zu der Oberfläche steht, auf die sie wirkt, absichtlich keine Aufmerksamkeit geschenkt. Aus diesem Grunde wirkt in der möglichen Verschiebungsrichtung, d. h. der horizontalen Richtung, nicht die gesamte Druckkraft, sondern nur ihre horizontale Komponente.

Wir bezeichnen die Fläche der linken Wand mit s und den auf diese Fläche wirkenden mittleren Druck mit p . Dann kann die Druckkraft auf die linke Wand wie folgt ausgedrückt werden:

$$F_1 = p \cdot s.$$

Wie man aus Abb. 12 erkennt, ist die Fläche der rechten Wand um den Faktor $1/\sin\alpha$ größer als die der linken Wand, denn gerade um so viel unterscheiden sich die Seitenlängen der Wände, die in der Zeichenebene liegen.

Aus diesem Grund ist die Druckkraft auf die rechte Wand bei gleichem mittlerem Druck p etwas größer, und zwar gleich

$$F_r = p \cdot \frac{s}{\sin\alpha}.$$

In der möglichen Verschiebungsrichtung wirkt aber, wie bereits festgestellt, nur die horizontale Komponente der Kraft F_r , die wie folgt geschrieben werden kann:

$$F = F_r \cdot \sin\alpha = p \cdot s.$$

Damit sind die von rechts nach links und in entgegengesetzter Richtung wirkenden Kräfte gleich.

Man kann den Beweis auch führen, ohne die Mittel der Trigonometrie zu verwenden. Es läßt sich beispielsweise die Ähnlichkeit von Dreiecken ausnutzen. (Wir schlagen dem Leser vor, die dafür erforderliche Konstruktion selbst auszuführen.) Noch einfacher ist es, wenn man den Winkel α gleich 30° annimmt, um

dann die Beziehung für das Verhältnis zwischen Kathete und Hypotenuse in einem rechtwinkligen Dreieck mit dem spitzen Winkel α zu verwenden.

45

Wir leben auf dem Boden des Luftozeans, und auf alle in diesen Ozean getauchten Körper wirkt der Auftrieb, der gleich dem Gewicht der verdrängten Luft ist. Wegen des größeren Volumens „verlieren“ die Daunen mehr an Gewicht als das Eisen. Aus diesem Grunde müssen die Daunen eine etwas größere Masse haben als das Eisen, wenn sich die Waage im Gleichgewicht befinden soll.

Bei genauen Wägungen werden stets spezielle Korrekturen für den Auftrieb vorgenommen.

Die scherzhafte Frage: „Was ist schwerer, 1 kg Daunen oder 1 kg Eisen?“ erweist sich also als durchaus ernsthafter Natur.

46

Die Auftriebskraft tritt beim Eintauchen eines beliebigen Körpers in eine Flüssigkeit auf, selbst dann, wenn Wasser in Wasser „getaucht“ wird, d. h., auf ein bestimmtes, in Gedanken herausgegriffenes Flüssigkeitsvolumen wirken zwei sich gegenseitig aufhebende Kräfte. Es ist jedoch zu beachten, daß Kräfte entsprechend dem dritten Newtonschen Axiom immer paarweise auftreten. Wenn folglich die nach oben gerichtete Auftriebskraft vorhanden ist, die auf das herausgegriffene Volumen wirkt, so wirkt dieses Volumen auf die verbleibende Flüssigkeit mit einer Kraft, die gleich dem Gewicht der „verdrängten“ Flüssigkeitsmenge, d. h. gleich dem eigenen Gewicht ist. Diese Kraft ist nach unten gerichtet. Obwohl also „Wasser in Wasser nichts wiegt“, drückt es trotzdem auf die darunterliegenden Schichten und auf den Gefäßboden, und zwar mit einer Kraft, die gleich dem Gewicht der Flüssigkeit ist.

Dieselben Überlegungen lassen sich natürlich auch für die Luft anstellen.

47

Die Hubkraft F_{Gas} eines bestimmten Gasvolumens V_{Gas} ist gleich der Differenz zwischen dem Gewicht der vom Gas verdrängten Luft P_{Luft} und dem Gewicht des Gases P_{Gas} :

$$F_{\text{Gas}} = P_{\text{Luft}} - P_{\text{Gas}}.$$

Berücksichtigt man, daß das Gewicht eines bestimmten Gasvolumens in der Form

$$P = \rho g V$$

geschrieben werden kann, wobei ρ die Gasdichte und g die Fallbeschleunigung ist; so erhält man

$$F_{\text{Gas}} = (\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{Gas}}) g V.$$

Für Helium haben wir

$$F_{\text{He}} = (\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{He}}) g V,$$

analog hierzu für ein gleich großes Wasserstoffvolumen

$$F_{\text{H}_2} = (\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{H}_2}) g V.$$

Das Verhältnis der Hubkräfte ergibt sich zu

$$\frac{F_{\text{He}}}{F_{\text{H}_2}} = \frac{\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{He}}}{\rho_{\text{Luft}} - \rho_{\text{H}_2}}.$$

Setzt man hier die Zahlenwerte für die Dichte der Luft, des Heliums und des Wasserstoffs ein, so erhält man

$$\frac{F_{\text{He}}}{F_{\text{H}_2}} = \frac{(1,29 - 0,178) \text{ kg/cm}^3}{(1,29 - 0,089) \text{ kg/cm}^3} = 0,92.$$

Hieraus sieht man, daß die Hubkraft praktisch unverändert bleibt.

48

Der Druck ist in einem über das Dach hinweggehenden Wind kleiner als in unbewegter Luft. Wenn folglich keine Dachfenster vorhanden sind, entsteht eine Hubkraft, die bestrebt ist, das Dach oder die Dachziegel abzuheben. Wenn jedoch Dachfenster angebracht werden, gerät auch die Luft unter dem Dach in Bewegung, und die Differenz zwischen den Drücken unter und über dem Dach wird kleiner und reicht nicht aus, um dem Haus Schaden zuzufügen.

Man kann das Paradoxon anders formulieren: Warum werden die Dächer von Häusern während eines Orkans nicht durch den Druck des Windes eingedrückt, sondern abgehoben? Oder warum reißt eine Explosionswelle festgefügte Umzäunungen ein und läßt dünne Säulen unbeschädigt? Man kann auch daran

erinnern, daß es erforderlich ist, bei der Auslösung von Artilleriegeschützen den Mund zu öffnen, damit der Druck auf beiden Seiten des Trommelfells (von der Seite der Ohrmuschel und der Eustachischen Röhre) gleich groß ist.

49

Die Abbremsung am Ufer, am Boden und an der an die Flußoberfläche angrenzenden Luft führt dazu, daß sich die Wasserschichten, die sich in der Mitte des Flusses etwas unterhalb der Oberfläche befinden, am schnellsten bewegen. Die Geschwindigkeitsverteilung hat etwa eine Form, wie sie in Abb. 39 dargestellt ist.

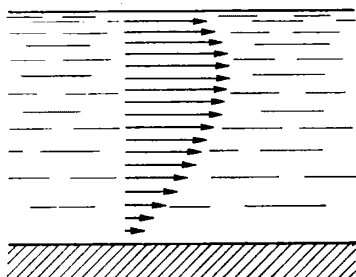


Abb. 39

Bei einer Erhöhung der Belastung und damit des Tiefgangs gelangt der untere Teil des Floßes in Schichten mit größerer Geschwindigkeit, wodurch eine schnellere Bewegung des Floßes eintritt.

50

Die Kompressibilität von Flüssigkeiten ist verschwindend klein: Bei Wasser beträgt die Volumenverminderung etwa 0,00005 vom ursprünglichen Volumen pro bar des angelegten Drucks. Es läßt sich abschätzen, daß Wasser die Dichte des Stahls bei einem Druck von etwa 50000 bar erreicht. Solche Drücke würden in einer Tiefe von rund 500 km existieren. Berücksichtigt man noch die Kompressibilität des Eisens, so wäre eine noch größere Tiefe erforderlich. Andererseits ist die tiefste Stelle im Ozean „nur“ etwa 11 km. Interessant ist, daß das Wasser trotzdem beträchtlich durch sein Eigengewicht komprimiert wird. Wenn sich das Wasser von der vorhandenen Kompression befreien könnte, würde der Wasserspiegel des Ozeans um 30 m ansteigen. Gewaltige Territorien tiefliegender Gebiete der Erde würden dabei überflutet werden.

51

Hoch über der Erde ist die Atmosphäre stark verdünnt, und die Zahl der Moleküle pro Volumeneinheit ist klein. Obwohl also jedes Molekül eine beträchtliche kinetische Energie besitzt, sind zu wenig Teilchen vorhanden, um bei Zusammenstößen mit den Wänden eines Satelliten eine merkliche Energie zu übertragen. Es ist umgekehrt sogar so, daß der Satellit bei fehlender Bestrahlung durch die Sonne durch Abstrahlung wesentlich mehr Energie an den umgebenden Raum abgibt, als er von den auftreffenden Molekülen aufnimmt. Der Satellit kann sich dabei sehr stark abkühlen, wenn nicht spezielle Maßnahmen getroffen werden, um diese unerwünschte Erscheinung zu verhindern. Die Erwärmung des Satelliten in den dichten Schichten der Atmosphäre bei der Landung hat ganz andere Ursachen: Die Erwärmung erfolgt durch Reibung der Satellitenoberfläche an der Luft.

Der Flug eines Meteoriten durch die Erdatmosphäre dauert nur wenige Sekunden. In dieser kurzen Zeit kann die durch Reibung des Satelliten an der Luft entstehende Wärme nicht in sein Inneres eindringen, da die Wärmeleitfähigkeit des Materials, aus dem die Meteoriten bestehen, ebenso wie die Wärmeleitfähigkeit der Erdkruste klein ist. Obwohl also die Oberfläche des Meteoriten in der Regel geschmolzen ist, erhalten sich in seinem Inneren die Temperaturen des kosmischen Raums. Fällt der Meteorit in Wasser, so kühlen sich die Oberflächenschichten schnell ab, und seine Oberfläche bedeckt sich mit einer Eiskruste. Dasselbe kann man beobachten, wenn man ein stark abgekühltes Stück Eisen ins Wasser wirft.

Die in der Aufgabe beschriebenen Fakten sind nicht erdacht, sondern sind der wissenschaftlichen Literatur entnommen worden, in der ein solcher Fall beschrieben wurde.

Wir gießen die Hälfte des kalten Wassers in das Gefäß *D* und bringen es in das Innere des Gefäßes mit dem heißen Wasser. Man kann leicht ausrechnen, daß sich beim Fehlen von Wärmeverlusten in den Gefäßen *A* und *D* eine Temperatur von 60°C einstellt. Dann gießen wir das erwärmte Wasser aus dem Gefäß *D* in das leerstehende Gefäß *C* und wiederholen dieselbe Prozedur mit dem Rest des kalten Wassers. Nachdem es mit Hilfe des Gefäßes *D* in das Gefäß *A* gebracht worden ist, wird das Wasser in beiden Gefäßen eine Temperatur von etwa 47°C annehmen. Gießt man jetzt das Wasser aus dem Gefäß *D* in das Gefäß *C*, so wird das Gemisch in Gefäß *C* eine Temperatur von rund 53°C haben. Damit ist die Forderung der Aufgabe erfüllt, da das kalte Wasser auf 53°C erwärmt worden ist bei einer Abkühlung des heißen Wassers auf 47°C , wobei keine Mischung des Wassers erfolgte.

Würde man das Wasser nicht in zwei, sondern in mehr Portionen teilen, so wäre die Temperaturdifferenz größer. Bei unendlich kleinen Portionen des transportierten Wassers würde ein vollständiger „Temperaturaustausch“ erfolgen.

Das wird bis zu einem gewissen Grade in technischen Wärmeaustauschern realisiert, wo zwei Flüssigkeitsströme (oder Gasströme) in koaxial angeordneten Rohren in gegenläufiger Richtung hindurchfließen. Befinden sich beide Ströme auf unter-

schiedlicher Temperatur, so erfolgt bei hinreichend langen Röhren praktisch ein vollständiger „Temperaturaustausch“, wie das in Abb. 40 gezeigt ist. Würden die Flüssigkeitsströme in der gleichen Richtung fließen, so ergäbe sich im günstigsten Falle ein Ausgleich der Temperaturen.

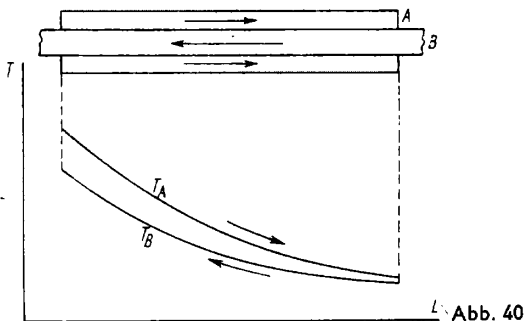


Abb. 40

Es muß noch einmal betont werden, daß hier keine Verletzung der Gesetze der Thermodynamik vorliegt (zum zweiten Hauptsatz der Thermodynamik siehe die Lösungen zu den Aufgaben 71–73), da die Temperatur der Flüssigkeit, an die Wärme abgegeben wird, in allen Fällen kleiner ist als die Temperatur der Flüssigkeit, die die Wärme abgibt. Das sieht man sehr gut in Abb. 40, wo die untere Kurve die Temperatur der Flüssigkeit angibt, die Wärme aufnimmt.

54

Die von einem Körper in der gleichen Zeit an den umgebenden Raum abgegebene Wärmemenge ist um so größer, je mehr sich seine Temperatur von der des umgebenden Mediums unterscheidet (Newtonsches Gesetz). Die Abkühlung erfolgt deshalb am Anfang schnell und wird dann immer langsamer. Aus diesem Grunde ist es vernünftiger, zunächst fünf Minuten zu warten, da der sich abkühlende Körper seine Wärme schneller verliert.

55

Für die Temperaturmessung kann man eine beliebige Temperaturskala verwenden. Beim Übergang von einer Skala zu einer anderen ändern sich natürlich die physikalischen Gesetze nicht. Man kann folglich die für die Erwärmung eines Körpers erforderliche Energie stets mit denselben Formeln berechnen. Die Zah-

lenwerte der Größen, in deren Definition die Temperatur eingeht, werden sich dabei jedoch ändern. So wächst beispielsweise der Zahlenwert für die Wärmekapazität des Wassers beim Übergang von der Celsius-Skala zur Reaumur-Skala um den Faktor 1,25, d. h. von $4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{Grad}_{\text{Celsius}})$ auf $5,23 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{Grad}_{\text{Reaumur}})$. Da aber der Siedepunkt des Wassers in der Reaumur-Skala bei 80 Grad liegt, ist die für die Erwärmung des Wassers vom Schmelzpunkt des Eises bis zum Siedepunkt erforderliche Energie wie vorher gleich 41,9 kJ.

56

In der angeführten Fragestellung ist nur ein scheinbarer Widerspruch enthalten, da die Arbeit gegen die äußeren Kräfte in beiden Fällen nicht „von allein“, „kostenlos“ geleistet wird, sondern auf Kosten irgendeiner Energie. Im ersten Falle wird diese Energie dem System von außen dem Erhitzer zugeführt, im zweiten Falle wird die Arbeit auf Kosten eines Verlusts an sog. innerer Energie verrichtet.

Die innere Energie eines Körpers hängt von der Geschwindigkeit und der gegenseitigen Lage der Moleküle ab. Die kinetische und die potentielle Energie der Moleküle sind beides Komponenten der inneren Energie. Beim Einfrieren einer Flüssigkeit ändert sich der Bewegungscharakter und die gegenseitige Lage der Moleküle in entscheidender Weise, obwohl ihre Geschwindigkeiten praktisch unverändert bleiben. Die Moleküle im Kristallgitter eines festen Körpers sind in einer streng vorgegebenen Reihenfolge angeordnet, die dem Minimum der potentiellen Energiekomponente entspricht. Der „Energieüberschuß“ wird abgegeben, das ist die sog. Erstarrungswärme oder Schmelzwärme. Auf Kosten dieser Energie erfolgt die Zerstörung der hermetisch abgeschlossenen Messingkugel beim Erstarren des hineingegossenen Wassers.

Wir wollen uns noch ein weiteres Beispiel hierzu ansehen. Solange in den Zylinder einer Dampfmaschine Dampf aus dem Kessel eintritt, wird die zur Verschiebung des Kolbens erforderliche Arbeit auf Kosten der Energie geleistet, die mit dem Dampf aus dem Kessel zugeführt wird. Nach der Abtrennung der Dampfzufuhr verschiebt der Dampf den Kolben auf Kosten des Verlusts an innerer Energie, und zwar der molekularkinetischen Energie seiner Komponenten. Dabei kühlt sich der Dampf ab. Die Arbeit mit abriegelter Dampfzufuhr ermöglicht eine vollständigere Nutzung der Energie des Dampfes.

Wie schon in der Aufgabe mit dem Verschwinden der potentiellen Energie der Kohle (s. Aufgabe 32) bereitet auch hier die Lösung keine Schwierigkeiten: Energie kann nicht spurlos verschwinden, sie geht nur von einer Form in eine andere über. Hinreichend genaue Messungen würden zeigen, daß die Temperatur der Säure nach der Auflösung einer gespannten Feder etwas höher ist als im Falle der Auflösung einer ungespannten Feder. Die Temperaturerhöhung ist aber so klein, daß sie nicht mit einfachen Mitteln nachgewiesen werden kann. Es wäre vollkommen hoffnungslos, für diesen Zweck ein gewöhnliches Thermometer verwenden zu wollen.

58

Das Verrichten von Arbeit ist ein Prozeß, bei dem eine Übertragung von Energie von einem Körper auf einen anderen Körper erfolgt. Die übertragene Energiemenge wird in diesem Falle durch das Produkt aus Kraft und Weg bestimmt (wenn die Richtung dieser beiden Vektoren zusammenfällt; sonst taucht ein dritter Faktor auf – der Kosinus des Winkels zwischen der Verschiebungsrichtung und der Krafrichtung).

Die Arbeit ist zwar eine mögliche, aber nicht die einzige Art der Energieübertragung. Nicht weniger häufig trifft man im Leben auf eine zweite Art der Energieübertragung zwischen Körpern – die Übertragung von Wärme.

Die Rakete „hängt“ unbeweglich in der Luft, obwohl die Triebwerke arbeiten. Da eine Verschiebung fehlt, ist die Arbeit gleich Null. Das bedeutet aber durchaus nicht, daß die Energie des in der Rakete verbrannten Treibstoffs spurlos verschwindet. Die aus der Düse der Rakete austretenden Gase sind bis auf eine hohe Temperatur erhitzt und tragen die Energie mit sich fort, die vorher in den Treibstofftanks eingeschlossen war.

59

Wie wir bereits in der Lösung zu der vorhergehenden Aufgabe festgestellt haben, gibt es zwei und nur zwei prinzipiell unterschiedliche Formen des Energieaustauschs zwischen Körpern – den Arbeitsprozeß (geordnete Übertragung von Energie von einem Körper auf einen anderen Körper) und den Prozeß des Wärmeaustauschs (ungeordnete Form der Energieübertragung).

Ungeachtet des qualitativen Unterschieds können beide zum gleichen Resultat führen. In diesem Sinne besteht eine Äquivalenz zwischen Wärme und Arbeit.¹ Wir sehen uns dazu ein konkretes Beispiel an.

In einem Zylinder sei durch einen Kolben Luft eingeschlossen. Die Luft kann auf unterschiedliche Weise erwärmt werden. Man kann beispielsweise die Wärme von einem Erhitzer zuführen, wobei man den Kolben in einer bestimmten Stellung festhält. In diesem Falle wird der Prozeß, an dem das Gas beteiligt ist, als isochor bezeichnet. Bei isochorer Erwärmung ist die spezifische Wärmekapazität der Luft gleich $0,73 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, und die für die Erwärmung von 1 kg Luft um 1 K erforderliche Wärmemenge wird

$$Q = M \cdot c_v \cdot \Delta t = 1 \text{ kg} \cdot 0,73 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 1 \text{ K} = 0,73 \text{ kJ},$$

wobei die spezifische Wärmekapazität für einen isochoren Prozeß mit c_v bezeichnet wurde.

Da der Kolben in einer bestimmten Lage festgehalten wird, verrichtet das Gas keine Arbeit gegen äußere Kräfte, und die gesamte zugeführte Wärme, also $0,73 \text{ kJ}$, dient der Erhöhung der inneren Energie des Gases, was zu einer Temperaturerhöhung um 1 K führt.

Ein Prozeß, der ohne Wärmeaustausch mit umgebenden Körpern abläuft, heißt adiabatisch. Damit ein Prozeß adiabatischen Charakter trägt, muß man das Gas mit einer Hülle umgeben, die die Wärmeleitfähigkeit Null hat. Eine hinreichend gute Annäherung an diesen Fall stellt ein System dar, das sich in einem Glasgefäß mit doppelten versilberten Wänden befindet, wobei die Luft aus dem Raum zwischen den Wänden entfernt worden ist (*Dewar-Gefäß* oder die sog. *Thermosflasche*).

Praktisch adiabatisch sind auch alle sehr schnell ablaufenden Prozesse. Bei einer sehr schnellen Kompression eines Gases findet noch kein merklicher Wärmeaustausch mit den umgebenden Körpern statt, und die Erhöhung der inneren Energie des Gases ist gleich der zu seiner Kompression aufgewandten Arbeit. Die Erhöhung der inneren Energie bei adiabatischer Kompression ist von einem Temperaturanstieg begleitet, der allen Radfahrern und Kraftfahrern gut bekannt ist: Beim Aufpumpen eines Reifens erwärmt sich die Luftpumpe.

Aus der Thermodynamik ist bekannt, daß das Volumen eines

¹ Ausführlicheres hierzu siehe z. B. Lehrbuch der Physik für die 8. Klasse.

Gases und seine Temperatur bei einem adiabatischen Prozeß in folgender Weise miteinander verknüpft sind:

$$T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1};$$

hierbei ist T die Temperatur des Gases in der Kelvin-Skala und γ eine konstante Größe (sie ist gleich dem Verhältnis der spezifischen Wärmen für isobare und isochore Erwärmung), die für Luft den Wert 1,4 hat.

Setzt man zu Beginn für das von 1 kg Luft eingenommene Volumen 1 m^3 voraus und nimmt eine Anfangstemperatur von 273 K an, so erhält man für das Volumen, auf das das Gas adiabatisch komprimiert werden muß, damit eine Temperaturerhöhung auf 274 K erfolgt, folgenden Wert:

$$V_2 = V_1 \cdot \gamma^{-1} \sqrt{T_1/T_2} = 1 \text{ m}^3 \cdot 0,4 \sqrt{273/274} = 0,99 \text{ m}^3.$$

60

Selbst wenn man eine Substanz mit großem Ausdehnungskoeffizienten wählt, ist die Größe $-1/\alpha$ immer noch viel kleiner als $-273 \text{ }^\circ\text{C}$, d. h. als der absolute Nullpunkt. So ist für Blei α gleich $3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ und $-1/\alpha = -3 \cdot 10^6 \text{ K}$. Solche Temperaturen sind prinzipiell nicht erreichbar.

Bei der Diskussion dieser Aufgabe ist es wichtig, darauf hinzuweisen, daß der thermische Ausdehnungskoeffizient von der Temperatur abhängt.

61

Man muß immer zwischen der Kraft, die Arbeit verrichtet, und der Kraft, gegen die Arbeit verrichtet wird, unterscheiden. Die Größen dieser Kräfte stimmen mitunter nicht überein, deshalb können die von ihnen geleisteten Arbeiten nicht nur bezüglich des Vorzeichens (das ist immer der Fall), sondern auch bezüglich des Betrags unterschiedlich sein.

Hebt man beispielsweise ein Gewicht mit der Masse von 1 kg auf eine Höhe von 1 m, so wird Arbeit der Größe $A = M \cdot g \cdot H = 1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} = 9,8 \text{ J}$ nur dann verrichtet, wenn an das Gewicht während des Anhebens eine Kraft angelegt wird, die dem Betrag nach gleich 9,8 N ist. Die von uns aufgewandte Energie dient in diesem Falle vollständig der Vergrößerung der potentiellen Energie des Gewichts.

Man kann aber das Gewicht auch mit einer Kraft anheben, die größer als 9,8 N ist. In diesem Falle führt der „Überschuß“ an

Kraft zu einer beschleunigten Bewegung und einem allmählichen Anstieg der kinetischen Energie des Gewichts. Die Summe aus potentieller und kinetischer Energie des Gewichts in 1 m Höhe ist dann gleich der Arbeit, die von der Hand des Menschen auf diesem Weg verrichtet worden ist.

In der betrachteten Aufgabe existiert ebenfalls eine Kraft, die Arbeit leistet – das ist die Kraft des atmosphärischen Drucks. Die Kraft, gegen die Arbeit geleistet wird, ist das Gewicht der Quecksilbersäule, die im Rohr hochsteigt.

Die Arbeit der ersten Kraft ist in beiden Rohren gleich und kann mit Hilfe der Formel

$$A_{Atm} = p_{Atm} \cdot V$$

berechnet werden, wobei p_{Atm} der atmosphärische Druck und V das innere Volumen jedes Rohres ist.

Was die zweite Kraft betrifft, so kann die von ihr verrichtete Arbeit im Prinzip nach einer analogen Formel berechnet werden. Das ist aber in der Praxis nicht so einfach, da berücksichtigt werden muß, daß sich der Druck der Quecksilbersäule während des Füllens des Rohres ständig ändert. Unmittelbar nach dem Öffnen der Hähne ist er gleich Null, da sich noch kein Quecksilber in den Rohren befindet. Danach wächst der Druck mit wachsender Höhe der Quecksilbersäulen. Der Anstieg erfolgt im rechten Rohr langsamer, da die Aufweitung weiter unten liegt. Während sich diese Aufweitung mit Quecksilber füllt, ändert sich der Druck sehr wenig. Deshalb ist der mittlere Druck im linken Rohr größer, da die Höhe der Quecksilbersäule hier sofort schnell ansteigt. Folglich ist hier auch die gegen die Druckkräfte geleistete Arbeit größer.

Die von den Kräften des Luftdrucks verrichtete Arbeit ist somit in beiden Fällen gleich, sie wird aber nicht nur zur Erhöhung der potentiellen Energie des Quecksilbers aufgewandt, sondern auch zur Überführung des Quecksilbers in eine beschleunigte Bewegung und zur Überwindung der Reibungskräfte. Wenn das Quecksilber stehenbleibt, verwandelt sich seine kinetische Energie in Wärme. Des weiteren erfolgt eine Erwärmung des Quecksilbers und der Rohrwände durch Reibung.

Die Summe der Wärmemengen, die das Quecksilber erwärmen und seine potentielle Energie erhöhen, sind in beiden Fällen gleich der Arbeit, die von den Kräften des Luftdrucks verrichtet wird. Die relative Größe der zweiten Komponente ist jedoch für das linke Rohr höher.

Häufig entgehen die einen oder anderen Veränderungen an Körpern unserer Aufmerksamkeit nicht etwa deshalb, weil diese Veränderungen nicht existieren, sondern weil sie sehr geringfügig sind.

Der Anstieg einer benetzenden Flüssigkeit in Kapillaren erfolgt auf Kosten eines Verlusts an innerer Energie der Flüssigkeit. Die den Anstieg begleitende Temperaturerniedrigung ist jedoch zu klein, um sie ohne weiteres feststellen zu können.

Die Masse der in der Kapillare hochgestiegenen Flüssigkeit sei M , die Höhe der Flüssigkeitssäule H . Dann kann die von den Kapillarkräften zur Erhöhung der potentiellen Energie der Flüssigkeit verrichtete Arbeit in folgender Weise geschrieben werden:

$$A = \frac{1}{2} MgH;$$

hier ist g die Fallbeschleunigung. Der Faktor $1/2$ wurde eingeführt, weil sich der Schwerpunkt der Flüssigkeit in der Kapillare in der Höhe $H/2$ über der Flüssigkeitsoberfläche im Gefäß befindet.

Die Arbeit der Kapillarkräfte ist, wie wir bereits feststellten, gleich dem Verlust an innerer Energie. Folglich kann man die Temperaturerniedrigung berechnen, indem man den erhaltenen Ausdruck durch die Flüssigkeitsmasse M und ihre spezifische Wärme c dividiert,

$$t = \frac{1}{2} MgH : Mc = \frac{1}{2} \frac{gH}{c}.$$

Setzt man hier die Größe für die Höhe der Flüssigkeitssäule in einem dünnen Rohr ein, die man einem Physiklehrbuch für die 9. Klasse entnehmen kann, so ergibt sich

$$t = \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{c} \cdot \frac{2\sigma}{Rg\rho} = \frac{\sigma}{cR\rho}.$$

Hier ist σ der Koeffizient der Oberflächenspannung der Flüssigkeit, ρ ihre Dichte und R der Radius der Kapillare. R sei $1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$; als Flüssigkeit verwenden wir Wasser mit der spezifischen Wärmekapazität $4,19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, der Oberflächenspannung $0,07 \text{ N/m}$ und der Dichte 10^3 kg/m^3 . Dann wird

$$t = \frac{0,07 \text{ N/m}}{4190 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K}) \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ K!}$$

In Wirklichkeit fällt die Temperaturerniedrigung noch kleiner aus, da die Arbeit auf Kosten des Verlusts an innerer Energie der gesamten Flüssigkeit verrichtet wird und nicht nur des Teils, der in der Kapillare hochsteigt.

Natürlich verschwindet die entstehende Temperaturdifferenz zwischen Flüssigkeit und umgebendem Medium dann, was ihren Nachweis noch weiter erschwert.

Es muß hinzugefügt werden, daß bei der Berechnung der entstandenen Temperaturdifferenz der adiabatische Oberflächenkoeffizient (s. Lösung der Aufgabe 59) verwendet werden müßte, da der Anstieg der Flüssigkeit in der Kapillare relativ schnell erfolgt. Der Fehler ist aber nicht so groß, daß er das Endergebnis entscheidend beeinflussen könnte.

63

Der Fehler der im Aufgabentext angeführten Lösung besteht in der falschen Annahme, daß nach dem Zugeben von kochendem Wasser das gesamte Eis schmilzt. In Wirklichkeit jedoch ist dafür die Wassermenge zu gering, das Eis schmilzt nur teilweise, und die Temperatur im Krug steigt über 0°C . Deshalb muß beim Zusammenstellen der Wärmebilanz die vom kochenden Wasser abgegebene Wärmemenge

$$1 \text{ kg} \cdot 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 100 \text{ K}$$

und die für das Schmelzen des Eises erforderliche Wärmemenge

$$M \cdot 335 \text{ kJ/kg},$$

wobei M die Masse des geschmolzenen Eises ist, berücksichtigt werden. Der Krug selbst geht in die Wärmebilanz nicht mit ein, da sich seine Temperatur nicht ändert.

Durch Gleichsetzen der o. g. Ausdrücke findet man

$$M = 1,25 \text{ kg}.$$

Folglich werden sich im Krug 2,25 kg Wasser und 0,05 kg Eis befinden. Das gesamte Gemisch wird eine Temperatur von 0°C haben.

Somit ist beim Formulieren der Gleichung der Wärmebilanz in den Fällen, in denen ein Übergang von einem Aggregatzustand in einen anderen stattfinden kann (z. B. vom festen in den flüssigen oder vom flüssigen in den gasförmigen und umgekehrt) sorgsam auf einen möglichen unvollständigen Übergang zu achten.

Ein vollkommen homogener Faden würde wirklich nicht abreißen. Bei einer Belastung, die die Elastizitätsgrenze des Fadenmaterials überschreitet, würde der Faden zu „fließen“ beginnen und sich über seine gesamte Länge verdünnen.

Amorphe Körper (die keine geordnete Struktur in der Anordnung ihrer Atome aufweisen) verhalten sich bis zu einem gewissen Grade so. Als charakteristisches Beispiel für das Verhalten amorpher Körper unter Belastung kann die Streckung eines Siruptropfens dienen. Aus der Tatsache der „unendlichen“ Streckung (in Wirklichkeit muß auch ein ideal amorpher Körper zerreißen, wenn auch erst dann, wenn der Faden die Dicke eines Atoms angenommen hat) folgt jedoch nicht seine unendlich große Festigkeit.

Kristalline Körper sind niemals vollkommen homogen. Das wird vor allem durch den atomaren Aufbau verhindert. Selbst in den vollkommensten Kristallen gibt es örtliche Störungen in der strengen Periodizität der Atomanordnung, die während des Kristallwachstums im Verlauf der Kristallisation entstehen. Diese Störungen sind die schwachen Stellen, wo das Zerreißen beginnt. Andererseits lassen sich sehr kleine Kriställchen in Form dünner Nadeln (sie werden als Whiskers bezeichnet) herstellen, die nahezu frei von Defekten sind. Diese Kristalle haben eine Festigkeit, die 100- bis 1000mal größer ist als die Festigkeit gewöhnlicher Kristalle. Ohne Zweifel wird die Menschheit mit der Zeit lernen, auch hinreichend große defektfreie Kristalle herzustellen, die praktisch einsetzbar sind.

Mikrorisse an der Oberfläche verringern die Festigkeit kristalliner Körper ebenfalls beträchtlich. Durch Entfernung der Oberflächenschicht von einem Steinsalzkristall durch Auflösung in gewöhnlichem Wasser gelang es A. F. Joffe (1880–1960), die Festigkeit der Kristalle auf den 100fachen Wert zu steigern.

65

Ein einfaches Experiment erleichtert die Antwort auf die gestellte Frage. Wir nehmen einen Eisen- oder Kupferdraht mit einem Durchmesser von 1–2 mm und erhitzen ihn in einem Ofen stark. Nach der Abkühlung ist der Draht sehr nachgiebig geworden, er läßt sich leicht biegen oder zu einem Ring formen. Wenn man den Draht jedoch mehrere Male hin und her gebogen hat, stellt man fest, daß der Draht immer weniger nachgibt. Diese Erschei-

nung des Festerwerdens von Materialien unter Belastung wird als Verfestigung bezeichnet. Eine Verfestigung dieses Typs kann man durch Kompensation von Defekten unterschiedlicher Art erklären, die ursprünglich im Kristall vorhanden sind. Die Theorie dieses Problems ist kompliziert und kann hier nicht hinreichend streng wiedergegeben werden.

Während des Drahtziehens erfolgt eine Verfestigung, wodurch der durch das Ziehhol hindurchgegangene Draht eine größere Festigkeit aufweist als vorher. Soll der Ziehvorgang mehrmals wiederholt werden, so wird der Draht vor jedem folgenden Ziehen erhitzt, damit der Prozeß leichter abläuft.

66

Im Inneren einer Flüssigkeit sind bei beliebiger Temperatur sowohl schnellere als auch langsamere Moleküle vorhanden. Die Verdampfung erfolgt durch Weggang der schnelleren Moleküle aus der Flüssigkeit, da sie Energien besitzen, die für die Überwindung der Kohäsionskräfte mit dem restlichen Teil der Flüssigkeit ausreichen. Mit dem Weggang der schnellen Moleküle verringert sich die mittlere Geschwindigkeit der verbleibenden Moleküle; damit erniedrigt sich aber auch die mittlere Temperatur der Flüssigkeit, die durch die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle bestimmt wird, wie M. W. Lomonossow als erster zeigen konnte. Danach sind die Temperaturen nicht mehr gleich, und ein Wärmeaustausch wird möglich.

67

Obwohl die Studentin Angst hatte (denn unter den Prüfenden befand sich auch der große Fermi), fand sie die richtige Antwort:

„Beim Braten siedet nicht die Butter, sondern das in der Speise enthaltene Wasser.“

Solange nicht das gesamte Wasser verdampft ist, erhöht sich die Temperatur nicht über 100 °C. Aus diesem Grunde kann man Wasser auch in einem Trichter aus Papier zum Sieden bringen.

68

Bei einer Verringerung des Drucks siedet das Wasser tatsächlich bei niedrigerer Temperatur. Im Gebirge, wo der Luftdruck kleiner ist als in der Höhe des Meeresspiegels, kann siedendes Wasser beispielsweise eine Temperatur von 80 °C oder sogar

darunter haben, da sich der Siedepunkt des Wassers etwa um 3 K pro Kilometer Höhenunterschied verringert. Alpinisten kennen diese Erscheinung sehr gut und verwenden sie zur Bestimmung der erreichten Höhe.

Wichtig ist aber nicht die Tatsache des Siedens, sondern die Temperatur des siedenden Wassers. Was nützt denn siedendes Wasser mit einer Temperatur von etwa 60 °C? In solchem Wasser läßt sich weder Fleisch noch Fisch gar kochen, es eignet sich nicht zur Sterilisierung medizinischer Instrumente, ja selbst ein Teeliebhaber wird sich mit einer solchen Temperatur des Tees nicht zufrieden geben.

Der Leiter der 4. Sowjetischen Antarktisexpedition, A. G. Dralkin, erzählte, daß die Kettenfahrzeuge „Charkowtschanka“ bei der Überführung der Station „Wostok“ von Mirny zum geographischen Südpol Höhenunterschiede bis zu 3500 m und mehr überwinden mußten. Unter diesen Bedingungen war praktisch keine Zubereitung von Essen möglich, da das Wasser aufgrund des niedrigen Luftdrucks bereits bei etwa 55–60 °C zu kochen begann. Dadurch war für das Kochen von Fleisch eine Zeit von beispielsweise sechs bis sieben Stunden erforderlich. In der Folgezeit stellten die Polarforscher in ihren Fahrzeugen elektrische Küchen mit Autoklaven auf.¹

69

Wie wir bereits in der vorhergehenden Aufgabe festgestellt haben, hängt die Siedetemperatur des Wassers vom Druck ab. Bei einem Druck von 40 bar liegt der Siedepunkt des Wassers bei 249,3 °C. Andererseits unterscheidet sich der Schmelzpunkt des Zinns bei diesem Druck praktisch nicht von der Schmelztemperatur bei normalem Luftdruck, die bei 232 °C liegt. Folglich kann man in Wasser, das sich bei einem Druck von 40 bar befindet, tatsächlich Zinn zum Schmelzen bringen.

Man kann sich auch an einem Stück Eis verbrennen. Wie die Versuche von Tamman und Bridgeman gezeigt haben, ändert sich bei erhöhtem Druck die Struktur des gewöhnlichen Eises, es geht in eine neue Kristallmodifikation über. Tamman fand drei Formen des Eises – Eis II, Eis III und Eis IV (das uns bekannte Eis ist Eis I). Die Untersuchungen Bridgemans führten zur Ent-

¹ Bei einer Betrachtung der angegebenen Zahlen muß man berücksichtigen, daß die Antarktis in einem Gebiet erniedrigten Luftdrucks liegt. Derartige Gebiete werden in der Meteorologie als *atmosphärische Depressionen* bezeichnet.

deckung noch zweier weiterer Formen des Eises – Eis V und Eis VI. Bei einem Druck von 20000 bar ist die letzte Form selbst bei einer Temperatur von 75 °C noch fest. Erhöht man den Druck noch weiter, so kann das Eis VI auch bei noch höheren Temperaturen existieren. Mit solchem Eis kann man sich durchaus die Hände verbrennen.

70

Die Berechnungen des Erfinders sind falsch, da eine 100%ige Einsparung von Brennstoff die Realisierbarkeit eines Perpetuum mobile bedeuten würde.

Die Verwendung aller drei Vervollkommnungen zusammen verspricht natürlich eine größere Einsparung als jede Erfindung für sich allein, aber nicht eine Einsparung von 100%.

Um die Rechnung einfach zu gestalten, nehmen wir an, daß vor der Einführung der Verbesserungen die Anlage 100 kg Brennstoff pro Stunde verbraucht. Nach Ausnutzung der ersten Erfindung hat sich der Brennstoffverbrauch auf 70 kg pro Stunde verringert.

Die zweite Verbesserung erlaubt eine Einsparung von weiteren 25%, aber jetzt schon von 70 kg. Nach dem Einsatz der beiden ersten Erfindungen beträgt der Brennstoffverbrauch somit 52,5 kg pro Stunde. Die dritte Erfindung schließlich bringt noch eine weitere Einsparung von 45% des Brennstoffs, d. h. eine Verringerung des Verbrauchs auf 28,9 kg pro Stunde.

Der Endwert hängt nicht davon ab, in welcher Reihenfolge die Erfindungen eingeführt werden und damit die Rechnung ausgeführt wird. In allen Fällen ergibt sich eine Einsparung von etwa 71,1%.

71

Neben dem Energieerhaltungssatz gibt es in der Thermodynamik – dem Gebiet der Physik, das die Verknüpfung und wechselseitige Umwandlung verschiedener Energieformen, der Wärme und der Arbeit, untersucht – ein weiteres Gesetz, dessen Inhalt in der folgenden Weise formuliert werden kann: Die Natur ist so aufgebaut, daß in jeder Wärmemaschine neben einem „Heizer“ unbedingt auch ein „Kühler“ vorhanden sein muß. In einer Lokomotive beispielsweise ist der Heizer die Feuerung des Kessels, als Kühler dient die Außenluft.

Das Wasser des Ozeans kann als gigantischer Heizer betrachtet werden. Für die Konstruktion einer Wärmemaschine, die diese gigantischen Energievorräte ausnutzt, braucht man aber einen ebenso riesigen Kühler, den wir nicht herbeischaffen können.

Für die Arbeit von Wärmemaschinen beliebigen Typs ist das Vorhandensein einer Temperaturdifferenz notwendig. Das fordert der sog. zweite Hauptsatz der Thermodynamik (der erste Hauptsatz ist der Energieerhaltungssatz). Dieser ist für das Geschehen in der Natur von großer Bedeutung. Der deutsche Astrophysiker R. Emden unterstrich die Bedeutung des zweiten Hauptsatzes mit den Worten: „In der riesigen Fabrik der Naturprozesse nimmt das Entropieprinzip die Stelle des Direktors ein, denn es schreibt die Art und den Ablauf des ganzen Geschäftsganges vor. Das Energieprinzip spielt nur die Rolle des Buchhalters, indem es Soll und Haben ins Gleichgewicht bringt.“¹

Der Bau einer Maschine, die die Wärme des Wassers im Ozean ausnutzt, widerspricht nicht dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik, ist aber aufgrund des zweiten Hauptsatzes nicht möglich.

Es sei hier darauf hingewiesen, daß eine Maschine, die auf der Ausnutzung der Temperaturdifferenz des Wassers an der Oberfläche und in der Tiefe des Ozeans basiert, durchaus realisierbar ist, aber ihr Wirkungsgrad ist, wie aus der Formel

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{T_{\text{Heizer}} - T_{\text{Kühler}}}{T_{\text{Heizer}}}$$

(zu dieser Formel siehe den Text der Aufgabe Nr. 72) folgt, sehr klein, und zwar um so kleiner, je geringer die Temperaturdifferenz zwischen „Heizer“ und „Kühler“ ist. Hat man in den Oberflächenschichten des Wassers eine Temperatur von 27 °C und in tieferen Schichten eine Temperatur von 2 °C, so wird der Wirkungsgrad auf keinen Fall größer als 8,3% sein. Die Ausnutzung einer Temperatur ist sehr leicht in den sog. Thermo-elementen möglich. Man kann hoffen, daß in der Zukunft im Ozean aufgestellte leistungsfähige thermoelektrische Kraftwerke einen merklichen Beitrag zur Energiebilanz unseres Landes liefern werden, sobald die Herstellung der thermoelektrischen Bauelemente wesentlich billiger geworden ist.

¹ Zitiert nach dem Buch „Thermodynamik und Statistik“ von A. Sommerfeld; Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig 1962.

Die Beziehung

$$\frac{T_{\text{Heizer}} - T_{\text{Kühler}}}{T_{\text{Heizer}}}$$

stellt den Teil der Energie des verbrannten Brennstoffs dar, der unter optimalen Bedingungen bei Fehlen schädlicher Verluste durch eine Wärmemaschine in Arbeit umgesetzt werden kann (Wirkungsgrad einer idealen Wärmemaschine). Diese Größe steigt im Winter tatsächlich an. Zu dieser Jahreszeit ist jedoch das Öl im Motor, im Getriebe usw. so zäh geworden, daß die Reibungsverluste trotz der Verwendung spezieller Winteröle mit geringerer Viskosität stark ansteigen und damit der reale Wirkungsgrad im Winter kleiner ist als im Sommer. Außerdem muß im Winter viel Benzin zur Erwärmung des kalten Motors beim Start aufgewandt werden. Aus diesem Grunde steigt der Benzinverbrauch im Winter an.

73

Das Maxwell'sche Paradoxon konnte erst vor nicht sehr langer Zeit gelöst werden. Wir haben stillschweigend vorausgesetzt, daß die Anlage, die die Moleküle nach ihren Geschwindigkeiten sortiert, entweder gänzlich ohne Energieaufwand arbeitet oder nur eine verschwindend kleine Energiemenge benötigt. Für die Arbeit des „Dämons“ ist aber Energie erforderlich. Der „Dämon“ muß die Moleküle insbesondere „sehen“, und dazu muß man sie anleuchten, was Energie erfordert.

Genauere Berechnungen, die von dem französischen Wissenschaftler L. Brillouin durchgeführt wurden, haben gezeigt, daß selbst im günstigsten Falle des Fehlens von Reibungsverlusten usw. nach der ersten Sortierung der Moleküle nach ihren Geschwindigkeiten in der Anlage eine Energiemenge gespeichert worden ist, die gerade für eine zweite Inbetriebnahme des „Dämons“ ausreicht. Der „Dämon“ kann somit im besten Falle den Betrieb gerade aufrechterhalten, von einer Anwendung der gesamten Anlage als Motor kann aber keine Rede sein!

Elektrizität und Magnetismus

74

Das ist eher ein mathematischer als ein physikalischer Trugschluß. Entsprechend der gestellten Bedingung und dem Inhalt der Aufgabe gilt

$$I_0 = I_1 + I_2.$$

Aus diesem Grunde ist

$$I_0 - I_1 - I_2 = I_0 - (I_1 + I_2) = 0,$$

durch Null darf aber bekanntlich nicht dividiert werden.

Hieraus folgt, daß man bei der Lösung physikalischer Aufgaben und den dazu erforderlichen mathematischen Operationen nicht die mathematischen Regeln vergessen darf.

75

Am Akkumulator ist der unter normalen Betriebsbedingungen maximal zulässige Strom angegeben. Bei Überlastungen können wesentlich größere Ströme entnommen werden. Man muß nur beachten, daß die Akkumulatorplatten bei Überlastung zerstört werden, so daß der Akkumulator unbrauchbar wird. Besonders empfindlich gegen Überlastungen sind gewöhnliche Bleiakkumulatoren. In sog. Starterbatterien, wie sie in den Autos montiert werden, hat man spezielle Maßnahmen getroffen, um beim Start des Motors für kurze Zeit Ströme von 100 A und mehr entnehmen zu können, ohne dabei den Zustand der Platten zu beeinträchtigen. Akkumulatoren mit Basen sind gegen Überlastung weniger empfindlich, da sie einen merklichen Innenwiderstand besitzen, der den Strom begrenzt.

76

Der bei der Messung des Widerstands mit dem Ohmmeter durch die Glühlampe fließende Strom ist zu klein, als daß sich die Temperatur des Glühfadens merklich ändern könnte. Man

kann annehmen, daß der Widerstand des kalten Drahtes bestimmt wird.

Wenn der Widerstand durch Rechnung ermittelt wird, setzt man in die Formel die Leistung ein, die dem Betriebsstrom entspricht, der den Glühfaden bis zur Weißglut erhitzt. Bei Erhöhung der Temperatur wächst der Widerstand des Glühfadens nach dem Gesetz

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t).$$

Setzt man hier den Widerstand des kalten und heißen Glühfadens sowie den Temperaturkoeffizienten α des Widerstands für Wolfram ($0,0046 \text{ K}^{-1}$) ein, so kann man die Glühtemperatur des Fadens bestimmen:

$$t = \frac{484 \Omega - 35 \Omega}{35 \Omega \cdot 0,0046 \text{ K}^{-1}} = 2800^\circ \text{ C},$$

d. h. ein Wert, der dem wirklichen sehr nahekommt.

Aus der Widerstandsänderung eines Leiters kann man auf die Temperaturänderung schließen. Hierauf basieren die sog. Widerstandsthermometer.

Die elektrische Leitfähigkeit der Halbleiter hängt besonders stark von der Temperatur ab. Ihr Widerstand nimmt mit steigender Temperatur sehr rasch ab. Aus diesem Grunde sind die aus Halbleitermaterialien hergestellten Bolometer am empfindlichsten. Mit ihnen kann man die von einem brennenden Streichholz ausgehende Wärme noch in einer Entfernung von einigen Kilometern nachweisen. Die Temperaturabhängigkeit des Widerstands ist in Metallen schwächer ausgeprägt, eine noch geringere Abhängigkeit findet man in Metallegierungen. Der Widerstand des Konstantans, das aus Kupfer, Nickel und Mangan besteht, ändert sich bei Erwärmung und Abkühlung praktisch nicht, was bei der Konstruktion besonders genauer elektrotechnischer Geräte sehr wichtig ist.

77

Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten eines Leiters ist nur dann gleich dem Produkt aus der Stromstärke, die durch dieses Leiterstück fließt, und dem Widerstand des Leiterstücks, wenn dieses Stück des Stromkreises keine Stromquellen (elektromotorischen Kräfte) enthält. Im entgegengesetzten Falle ist für die Berechnung der Potentialdifferenz die Formel

$$\varphi_A - \varphi_B = IR - E$$

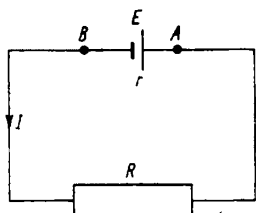


Abb. 41

zu verwenden, wobei φ_A und φ_B die Potentiale des Anfangs- und Endpunktes dieses Teils des Stromkreises sind, R ist der Widerstand, I die Stromstärke und E die Größe der in diesem Teil des Stromkreises vorhandenen elektromotorischen Kraft. Für die richtige Anwendung dieser Formel ist der Strom I mit dem Vorzeichen „plus“ zu versehen, wenn er von A nach B fließt, im entgegengesetzten Falle ist das Vorzeichen „minus“ einzusetzen. Die elektromotorische Kraft E ist positiv, wenn sie zu einer Bewegung positiver Ladungen von A nach B führt, und negativ, wenn sie einen Transport positiver Ladungen von B nach A verursacht. Mit anderen Worten, die „zusätzliche“ elektromotorische Kraft hat das Vorzeichen plus, wenn sie dem Strom „hilft“, von A nach B zu gelangen, dagegen das Vorzeichen minus im entgegengesetzten Falle.

In unserem Fall ist die „zusätzliche“ elektromotorische Kraft mit dem Vorzeichen plus zu nehmen, da das rechte Element zur gleichen Stromrichtung führt wie das linke Element und umgekehrt. Berücksichtigt man das, so ergibt sich:

$$\varphi_A - \varphi_B = IR - (+E) = \frac{2E}{2R} \cdot R - E = E - E = 0.$$

Es ist zu beachten, daß die zu Beginn der Lösung dieser Aufgabe angegebene Formel eigentlich schon bekannt ist.

Aus dem Ohmschen Gesetz für den gesamten Stromkreis (siehe Abb. 41) hat man

$$I = \frac{E}{R + r},$$

wobei E die elektromotorische Kraft des Elements, R der Widerstand des äußeren Stromkreises, r der innere Widerstand des Elements und I die Stromstärke ist. Wir schreiben diese Gleichung in folgender Form:

$$IR = E - Ir.$$

In dieser Gleichung sind alle Größen und ihre Produkte positiv. Aus diesem Grunde muß die rechte Seite der Gleichung aufgrund des Ohmschen Gesetzes für den Teil BRA des Stromkreises gleich der Potentialdifferenz $\varphi_B - \varphi_A$ (und nicht $\varphi_A - \varphi_B$) gesetzt werden, da das Potential im Punkt B größer ist als das Potential im Punkt A . Somit erhält man

$$\varphi_B - \varphi_A = E - Ir.$$

Hieraus ergibt sich

$$\varphi_A - \varphi_B = Ir - E,$$

und das ist aber gerade die zu Beginn angegebene Formel für den Teil ArB , der eine elektromotorische Kraft der Größe E enthält.

78

Der Koeffizient für die Ausnutzung der Elektroenergie wird mit wachsendem R tatsächlich größer. Er erreicht den Wert 1 bei „unendlich großem“ Widerstand des Verbrauchers – ein Fall, der sich natürlich praktisch nicht realisieren läßt, dem man sich aber beliebig nähern kann.

Es ist aber unzumutbar, den Widerstand eines an die Stromquelle angeschlossenen Verbrauchers zu groß zu machen. Zwar wächst dabei die Spannung am Verbraucher, aber größer als die elektromotorische Kraft der Stromquelle kann sie nicht werden. Andererseits fällt die Stromstärke bei unbegrenzter Vergrößerung von R unbeschränkt ab. Somit strebt der erste Faktor in der Formel

$$N = IU$$

für die Leistung bei unbegrenztem Anstieg des Widerstands des Verbrauchers gegen Null, der zweite Faktor dagegen gegen einen bestimmten endlichen Wert. Damit geht die der Stromquelle entnommene Leistung ebenfalls gegen Null.

Ein Verbraucher mit zu kleinem Widerstand ist aber auch nicht sinnvoll, weil der erste Faktor in der angegebenen Formel nicht größer als E/r werden kann (dieser Strom fließt bei Kurzschluß, wenn der Verbraucherwiderstand gleich Null ist), während die Spannung am Verbraucher bei unbegrenztem Abfall seines Widerstands gegen Null geht.

Man kann zeigen, daß die maximale Leistung erreicht wird, wenn der Widerstand der Stromquelle gleich dem Lastwiderstand ist. Zur Überprüfung dieses Sachverhalts schreiben wir

die Beziehung für die im äußeren Teil des Stromkreises abgegebene Leistung in folgender Form:

$$N = \frac{E^2}{(R + r)^2} \cdot R;$$

die Buchstaben haben hier dieselbe Bedeutung wie bisher. Wir multiplizieren Zähler und Nenner mit $4r$. Dann ergibt sich

$$N = \frac{E^2 \cdot 4Rr}{4r (R + r)^2}.$$

Unter Verwendung der Identität $4Rr = (R + r)^2 - (R - r)^2$ erhält man nach einfachen Umformungen

$$N = \frac{E^2}{4r} \left[1 - \frac{(R - r)^2}{(R + r)^2} \right].$$

Hieraus sieht man, daß $N = 0$ ist bei $R = 0$ und $R = \infty$, während die Leistung bei $R = r$ ein Maximum erreicht. (Zähler und Nenner des Bruchs in der quadratischen Klammer sind positiv; der kleinstmögliche Wert in der quadratischen Klammer ist Null, was bei $R = r$ erreicht wird.)

Noch einfacher läßt sich der Beweis mit Hilfe eines numerischen Beispiels führen.

Es möge eine Stromquelle mit einer elektromotorischen Kraft von 4 V und einem Innenwiderstand von $1\ \Omega$ zur Verfügung stehen. Dann ergeben sich für unterschiedliche Lastwiderstände die folgenden Werte für die der Stromquelle entnommene Leistung:

Größe des Lastwiderstands (Ω)	Vom Lastwiderstand aufgenommene Leistung (W)
0,7	3,87
0,8	3,95
0,9	3,98
1,0	4,00
1,1	3,99
1,2	3,96
1,3	3,92

Im Zusammenhang mit der Lösung dieser Aufgabe ist es nützlich, die Rolle der Ausgangstransformatoren in Rundfunkempfängern zu behandeln. Der Innenwiderstand der Endröhren, die den Lautsprecher betreiben, ist sehr groß. Er liegt in der Größenordnung einiger $10000\text{--}100000\ \Omega$. Andererseits hat die Spule eines elektrodynamischen Lautsprechers einen Wider-

stand von $5\text{--}10\ \Omega$, da die Herstellung von Lautsprechern mit höherem Widerstand technisch sehr schwierig ist. Schaltet man den niederohmigen Lautsprecher direkt in den Anodenkreis der Röhre, so läßt sich nur eine geringe akustische Leistung erzielen. Aus diesem Grunde wird zwischen die Röhre und den Lautsprecher ein Ausgangstransformator geschaltet, der eine hochohmige Primärwicklung und eine niederohmige Sekundärwicklung besitzt und damit zu einer Anpassung führt. Die Verwendung dieses Transformators ist auch deshalb nützlich, weil in diesem Falle durch den Lautsprecher nur die Wechselstromkomponente des Anodenstroms fließt.

Ergänzung der Redaktion der dt. Ausgabe:

Die Überlegungen über die Anpassung von Stromquelle und Verbraucher gelten auch, wenn man alle Elektrizitätswerke eines Landes als Quellen, alle Verbraucher als einen Verbraucher auffaßt. In diesem Fall arbeitet man tatsächlich nicht im Bereich der Anpassung, da dann 50% der erzeugten Leistung in den Elektrizitätswerken selbst verbraucht würden und außerdem ein schwankender Verbrauch auch eine schwankende Spannung zur Folge hätte. Statt dessen hält man stets den Widerstand der Verbraucher viel größer als den Innenwiderstand der Generatoren in den Kraftwerken und nähert sich damit dem Fall unendlich großen Widerstands, bei dem der Wirkungsgrad 100% ist.

79

Beide Antworten sind richtig. Das bedeutet aber nicht, daß gleichzeitig zwei unterschiedliche Ströme durch das Gerät fließen. Es zeigt sich, daß man zwei sich sehr stark voneinander unterscheidende elektrische Stromkreise aufbauen kann, die beide die im Text angegebenen Forderungen erfüllen. Wir wollen diese Stromkreise berechnen.

Aus den beiden erhaltenen Werten für die Stromstärke und der Größe des Zusatzwiderstands kann man zwei Werte für den Spannungsabfall am Widerstand bestimmen:

$$U'_{\text{Wid}} = 0,5\ \text{A} \cdot 40\ \Omega = 20\ \text{V}$$

und

$$U''_{\text{Wid}} = 2,5\ \text{A} \cdot 40\ \Omega = 100\ \text{V}.$$

Analog erhält man auch zwei Werte für die Spannung am Gerät:

$$U'_{\text{Ger}} = 50\ \text{W}/0,5\ \text{A} = 100\ \text{V}$$

und

$$U''_{\text{Ger}} = 50\ \text{W}/2,5\ \text{A} = 20\ \text{V}$$

sowie zwei Werte für den Widerstand r des Geräts:

$$r' = \frac{120 \text{ V}}{0,5 \text{ A}} - 40 \Omega = 200 \Omega$$

und

$$r'' = \frac{120 \text{ V}}{2,5 \text{ A}} - 40 \Omega = 8 \Omega.$$

Die Aufgabe enthält keinerlei Daten, die eine ausreichende Begründung für die Bevorzugung der einen oder anderen Lösungsvariante liefern. Wenn man allerdings die vom zusätzlichen Widerstand aufgenommene Leistung für die beiden Fälle berechnet,

$$N' = (0,5 \text{ A})^2 \cdot 40 \Omega = 10 \text{ W}$$

und

$$N'' = (2,5 \text{ A})^2 \cdot 40 \Omega = 250 \text{ W},$$

und sie mit der Leistung des Geräts (50 W) vergleicht, so scheint die zweite Variante weniger wahrscheinlich zu sein; wir können aber nicht mit Sicherheit behaupten, daß es niemanden gibt, der sich nicht für einen Stromkreis dieser Art interessiert.

Wir müssen folglich beide Lösungen als richtig ansehen. Wollen wir trotzdem nur eine einzige Lösung haben, so muß man in die Aufgabenstellung eine weitere Angabe einfügen, etwa die vom zusätzlichen Widerstand aufgenommene Leistung.

Wir verweisen hier darauf, daß wir es in diesem Buch bereits mit Aufgaben, die zur Lösung einer quadratischen Gleichung führen, zu tun hatten und die demzufolge zwei Lösungen besitzen (s. Aufgabe Nr. 6 aus der „Mechanik“).

80

Auch dieser Versuch, Prozesse zu finden, die dem Energieerhaltungssatz widersprechen, ist wie alle vorhergehenden zum Mißerfolg verurteilt.

Bei der Aufladung des Kondensators C_1 wird die Energie des elektrischen Stroms teilweise zur Erwärmung der Leiter aufgewandt (*Joulesche Wärme*), teilweise wird sie in der Form elektromagnetischer Wellen in den umgebenden Raum abgestrahlt. Interessant ist hier nur, daß die „Energieverluste“ bei $C_1 = C_2$ unabhängig vom Widerstand der verbindenden Leiter stets 50% betragen. Bei $C_1 \ll C_2$ treten praktisch keine Verluste auf, im Falle $C_1 \gg C_2$ sind sie gleich 100%.

Auf den Seiten der Glasplatte, die den Kondensatorplatten zugewandt sind, bilden sich infolge der Polarisierung des Dielektrikums gebundene Ladungen aus, die bezüglich der Ladungen auf den Kondensatorplatten entgegengesetztes Vorzeichen haben. Bei der Entfernung des Glases muß der Experimentator zur Überwindung der Anziehungskräfte zwischen Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens Arbeit verrichten. Diese Arbeit führt zu einer Vergrößerung der Energie des Kondensators.

Das erhaltene System wird keine magnetischen Eigenschaften besitzen, da aufgrund der Gesamtsymmetrie durch jeden Punkt der zusammengesetzten Kugel und des umgebenden Raums die gleiche Zahl von Magnetfeldlinien entgegengesetzter Richtungen hindurchgeht. Mit anderen Worten, der „Magnet“ entmagnetisiert sich augenblicklich selbst. Das bedeutet natürlich nicht, daß man keinen kugelförmigen Magneten herstellen kann; wichtig ist nur, daß auf seiner Oberfläche unbedingt Pole unterschiedlichen Vorzeichens vorhanden sein müssen. Man kann beispielsweise eine Kugel so magnetisieren, daß auf ihrer Oberfläche zwei Nordpole und ein Südpol oder umgekehrt vorhanden sind. Im Zusammenhang mit dieser Diskussion über die Magnetisierbarkeit einer Kugel sei daran erinnert, daß die kugelförmige Erde einen gigantischen Magneten darstellt.

Bei der Annäherung des Magneten und des Eisens verringert sich die Energie des Systems Dauermagnet–Eisengegenstand genau um den Arbeitsbetrag, der gegen die Gravitationskräfte verrichtet worden ist. Um den ursprünglichen Zustand wieder herzustellen, muß man das Eisen von dem Magneten entfernen. Es ist offenbar, daß dazu Arbeit aufgewandt werden muß, und diese Arbeit ist in ihrer Größe gleich der Arbeit, die der Magnet beim Anheben des Eisens verrichtet hat.

Man kann den Magneten in dieser Hinsicht mit einer Feder vergleichen, die eine Last anhebt: Damit die Feder ein zweites Mal Arbeit verrichten kann, muß man sie vorher dehnen und dabei eine bestimmte Energie aufwenden.

Der Widerspruch in dieser Aufgabe hängt sehr eng mit der bereits behandelten Aufgabe Nr. 77 zusammen. Wie dort ergibt sich hier die unsinnige Schlußfolgerung aus der falschen Anwendung des Ohmschen Gesetzes.

Die Potentialdifferenz zwischen den Endpunkten eines Teils eines Stromkreises ergibt sich nur dann als Produkt aus dem Widerstand dieses Teilstücks und der durch diesen Teil fließenden Stromstärke, wenn in diesem Teil des Stromkreises keine Quellen elektromotorischer Kräfte (Batterien, Generatoren für konstante Spannungen usw.) vorhanden sind. Solche Teile von Stromkreisen werden als homogen bezeichnet.

Im betrachteten Falle ist jeder beliebige Teil des Rings inhomogen, da sich die induzierte Spannung gleichmäßig über den gesamten Ring verteilt.

Entsprechend der Formel des Ohmschen Gesetzes für einen Teil des Stromkreises, der eine Spannungsquelle enthält (d. h. für einen inhomogenen Teil), können wir für das Stück ARB die folgende Gleichung aufschreiben:

$$\varphi_A - \varphi_B = IR - E_{ARB};$$

hierbei wurde A als Anfangspunkt und B als Endpunkt gewählt, E_{ARB} ist die im Teil ARB induzierte Spannung.

Wenn die insgesamt im Ring induzierte Spannung die Größe E hat, ergibt sich der durch den Ring fließende Strom zu

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Andererseits ist der Teil der Spannung, der auf einen beliebig herausgegriffenen Teil des Rings entfällt, der Länge des Teilstücks oder bei einem homogenen Leiter seinem Widerstand proportional. Dann erhalten wir für E_{ARB} den Wert

$$E_{ARB} = E \frac{R}{R + r}.$$

Setzen wir die beiden letzten Beziehungen in die erste Gleichung ein, so finden wir

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{E}{R + r} \cdot R - E \frac{R}{R + r} = 0.$$

Man gelangt zu derselben Schlußfolgerung, wenn man das Ohm-

sche Gesetz auf den Teil BrA des Rings angewendet. In diesem Falle ist

$$\varphi_B - \varphi_A = Ir - E_{BrA}.$$

Die Stromstärke ist wie vorher gleich

$$I = \frac{E}{R + r},$$

für E_{BrA} erhält man entsprechend den oben dargelegten Vorstellungen

$$E_{BrA} = E \cdot \frac{r}{R + r}.$$

Hieraus ergibt sich schließlich

$$\varphi_B - \varphi_A = \frac{E}{R + r} r - E \frac{r}{R + r} = 0.$$

Somit kann in einem elektrischen Stromkreis auch dann ein Strom fließen, wenn die Potentialdifferenz zwischen zwei beliebig herausgegriffenen Punkten des Stromkreises gleich Null ist. Das ist eigentlich nicht verwunderlich, wenn man an die Definition des elektrischen Stroms denkt: Als elektrischen Strom bezeichnet man die gerichtete Verschiebung elektrischer Ladungen. *Für die Verschiebung von Ladungen ist aber nicht unbedingt eine Potentialdifferenz erforderlich.* Ein elektrischer Strom kann beispielsweise durch einen Fluß fallender geladener Staubteilchen oder durch die vom Wind getriebene Wolke geladener Rauchteilchen gebildet werden.

Außerdem kann ein elektrischer Strom auch von einem größeren zu einem kleineren Potential fließen, wie das tatsächlich in den galvanischen Elementen stattfindet.

Die folgenden, von A. W. Schubnikow angegebenen Beispiele können zur Erläuterung der Darlegungen dienen.

Das Wasser eines Flusses bewegt sich unter der Einwirkung einer „Potentialdifferenz“, in einem Glas befindliches Wasser bewegt sich aber beim Umrühren mit einem Löffel, obwohl keine „Potentialdifferenz“ vorhanden ist. Schließlich bewegen sich die Teilchen beim Herauspumpen von Wasser aus einem Brunnen mit Hilfe einer Pumpe in einer Richtung, die der „Potentialdifferenz“ – dem Gewicht des Wassers – entgegengerichtet ist.

85

Der magnetische Fluß im Kern eines Transformators wird nicht nur durch den Strom in der Primärspule, sondern auch durch den durch die Sekundärspule fließenden Strom hervorgerufen. Entsprechend der Lenzschen Regel sind diese magnetischen Flüsse einander entgegengerichtet (sie zeigen eine Phasenverschiebung von 180°), so daß der resultierende magnetische Fluß im Kern im Idealfall überhaupt gleich Null sein sollte. Bei Erhöhung der Belastung des Transformators wächst der Strom in der Primärwicklung und damit auch der entsprechende magnetische Fluß. Gleichzeitig wächst aber auch der Strom in der Sekundärwicklung und der „sekundäre“ magnetische Fluß, der dadurch hervorgerufen wird. Dabei ändert sich der gesamte magnetische Fluß innerhalb der früheren Grenzen; folglich bleibt die elektromotorische Kraft des in der Sekundärwicklung induzierten Wechselstroms unverändert.

86

In einem Wechselstromkreis ändert sich die Spannung zwischen den Enden eines beliebigen Teils des Stromkreises ihrem Betrag nach 100mal pro Sekunde von Null bis zu einem bestimmten Maximalwert, der sog. Amplitude. Ein Voltmeter mit elektromagnetischem System, das parallel zu diesem Teilstück des Stromkreises geschaltet wird, zeigt einen bestimmten dazwischenliegenden Spannungswert an, der als Effektivwert der Spannung bezeichnet wird. Die Amplitude ist um den Faktor $\sqrt{2} \approx 1,41$ größer als der Effektivwert. Wenn folglich ein Voltmeter mit elektromagnetischem System 50 V anzeigt, so bedeutet das, daß die Spannung zu bestimmten Zeitpunkten den Wert $50 \cdot 1,41$ V, d. h. etwa 70 V erreicht. Bei dieser Spannung zündet die Lampe bei Verwendung von Gleichstrom. Aus diesem Grunde liegt hier kein Widerspruch vor.

Es ist nützlich, dieses einfache Experiment durchzuführen. Es erleichtert sehr das Verständnis des Verhältnisses zwischen dem Effektivwert und der Amplitude der Spannung in einem Wechselstromkreis.

87

Um eine Antwort auf die gestellte Frage geben zu können, muß man auf die Wirkungsweise und den Aufbau von Amperemetern beider Systeme eingehen.

In Meßgeräten mit elektromagnetischem System befindet sich eine bewegliche Spule (Drehspule), durch die der zu messende Strom fließt, zwischen den Polen eines Dauermagneten. Die Auslenkung der Spule ist unter diesen Bedingungen der Stromstärke proportional. Ändert sich die Größe des Stroms hinreichend schnell, so wird die Auslenkung des mit der Spule verbundenen Zeigers durch einen mittleren Wert des hindurchfließenden Stroms bestimmt.

In Meßgeräten mit elektrodynamischem System geht der Strom zunächst durch eine unbewegliche Spule, die ein Magnetfeld aufbaut, und danach erst durch eine Drehspule. Damit wird die Auslenkung des Zeigers sowohl dem Strom in der ersten als auch dem Strom in der zweiten Spule proportional sein, d. h. dem Quadrat der Stromstärke, da in beiden Spulen derselbe Strom fließt. Im Falle eines veränderlichen Stroms wird die Auslenkung des Zeigers eines Amperemeters dieses Typs dem mittleren Quadrat des Stroms proportional sein.

Während also die Amperemeter in einem Gleichstromkreis dasselbe anzeigen werden, ergibt sich in einem Stromkreis mit pulsierendem Strom eine unterschiedliche Anzeige. Mit den Methoden der höheren Mathematik kann man zeigen, daß sie sich um den Faktor $\pi/2$ voneinander unterscheiden.

Der Mittelwert eines pulsierenden Stroms kann in folgender Weise berechnet werden:

$$\bar{i} = \frac{\int_0^{T/2} i_0 \sin \omega t \, dt}{T} = \frac{2i_0}{\omega T} = \frac{2i_0}{2\pi} = \frac{i_0}{\pi};$$

dabei ist i_0 die Amplitude des pulsierenden Stroms, ω die Kreisfrequenz des technischen Wechselstroms und T seine Periode. Aus dem erhaltenen Ausdruck sieht man, daß die Anzeige eines Amperemeters mit elektromagnetischem System in einem Wechselstromkreis, wo die Stromamplitude den Wert i_0 hat, um den Faktor π kleiner ist als die Anzeige bei Anschluß in einen Gleichstromkreis mit dem Strom i_0 .

Analog hierzu ergibt sich das mittlere Quadrat eines pulsierenden Stroms mit dem Amplitudenwert i_0 zu

$$\bar{i}^2 = \frac{\int_0^{T/2} i_0^2 \sin^2 \omega t \, dt}{T} = \frac{i_0^2 T/4}{T} = \frac{i_0^2}{4}.$$

Als obere Integrationsgrenze wird im ersten wie im zweiten Falle der Wert $T/2$ eingesetzt, da der Strom nur während einer Halbperiode durch das Amperemeter fließt.

Aus dem letzten Ausdruck sieht man, daß die Auslenkung des Zeigers eines elektrodynamischen Meßgeräts um den Faktor $I_0^2/I^2 = 4$ kleiner ist als im Falle des Anschlusses an einen Gleichstromkreis mit der Stromstärke I_0 . Da aber die Skala eines Geräts dieses Typs *quadratisch* ist (d. h., der Auslenkungswinkel ist dem Quadrat der Stromstärke proportional), verringert sich die Anzeige nur um $\sqrt{4} = 2$. Damit unterscheiden sich die Anzeigen eines elektromagnetischen und elektrodynamischen Amperemeters um den Faktor

$$\pi/2 = 1,57,$$

während sie in einem Gleichstromkreis beide denselben Strom anzeigen.

Es kann sich die Frage erheben, welche Amperemeteranzeige man in Betracht ziehen soll, welchem Amperemeter man glauben kann. Es ist einleuchtend, daß das davon abhängen wird, wozu das Amperemeter verwendet werden oder in welchen Stromkreis es geschaltet werden soll.

Wenn beispielsweise die Stromstärke kontrolliert werden soll, die durch ein galvanisches Bad fließt, wobei es sich um den von einem Gleichrichter beliebigen Typs gelieferten ungeglätteten Strom handelt, so empfiehlt es sich, ein Gerät mit elektromagnetischem System zu verwenden, da die bei der Elektrolyse abgeschiedene Stoffmenge vom Mittelwert des durch das Bad fließenden Stroms abhängt (in die Faradayschen Gesetze geht der Strom linear ein).

Wenn wir uns für die thermischen Effekte eines pulsierenden Stroms interessieren, sollte man ein Amperemeter mit elektrodynamischem System verwenden, da die bei Stromdurchgang abgegebene Wärmemenge ebenso wie die Anzeige dieses Amperemeters vom mittleren Quadrat des Stroms abhängen (der Strom geht quadratisch in das Joulesche Gesetz ein).

88

Drei parallel geschaltete Spulen kann man als eine einzige Spule ansehen, die mit einem Leiter des dreifachen Querschnitts gewickelt worden ist. Schaltet man eine solche Spule an einen Gleichstromkreis, so fließt durch das System der dreifache

Strom, da sich der Widerstand bei Parallelschaltung um denselben Faktor verringert. Folglich würde sich in einem Gleichstromkreis auch die dreifache Magnetfeldstärke ergeben. Eine ganz andere Situation liegt vor, wenn die Spulen parallel zueinander in einen Wechselstromkreis geschaltet werden.

Bekanntlich setzt sich der Gesamtwiderstand (Impedanz) einer Spule aus zwei Teilen zusammen: dem induktiven Anteil (Blindwiderstand), der durch die Selbstinduktion verursacht wird, und dem ohmschen Anteil (Wirkwiderstand), der gleich dem Gleichstromwiderstand ist (Physiklehrbuch für die Klasse 10). Dabei überwiegt bei einer Frequenz von 50 Hz der induktive Widerstand bei weitem.

Entsprechend der Auffassung der 3 parallelgeschalteten Spulen als einer Spule mit dreifachem Querschnitt ändert sich der induktive Widerstand gegenüber einer Spule nicht, da er nur von der Zahl der Windungen und den geometrischen Dimensionen der Spule sowie von der Frequenz des Wechselstroms abhängt. Demgegenüber hängt der ohmsche Widerstand R entsprechend der Formel

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{q}$$

vom spezifischen Widerstand ϱ des Drahtmaterials, der Drahtlänge l und dessen Querschnitt q ab.

Dadurch, daß der Laborant zur ersten Spule zwei weitere parallel geschaltet hat, ergibt sich lediglich eine Erniedrigung des ohmschen Widerstands, während sich der induktive Widerstand praktisch nicht verändert hat, da die Zahl der Windungen und die Form der Spule dieselben geblieben sind. Die Veränderung des ohmschen Widerstands hat im Gesamtwiderstand nahezu keinen Einfluß. Folglich haben auch der dem Netz entnommene Strom und das Magnetfeld im Inneren der Spulen keine merklichen Änderungen erfahren.

Eine Parallelschaltung ist jedoch deshalb von Nutzen, weil der durch jede einzelne Spule fließende Strom dreimal kleiner geworden ist, wodurch sich eine geringere Erwärmung der Spulen ergibt. Für die Erklärung der Erscheinung kann man auch die Gegeninduktion zwischen den Spulen heranziehen. Da die Spulen übereinander gewickelt sind, sind Selbstinduktionsspannung und Gegeninduktionsspannung gleich groß. Das führt zu einer Verringerung der Stromstärke auf ein Drittel in jeder Spule.

Die in der zu unserer Wohnung führenden Phase 3 angebrachte Sicherung war durchgebrannt.

Warum brannte dann aber die Kontrolllampe?

Nach der plötzlichen Unterbrechung der Elektroenergiezufuhr hatte niemand die Lichtschalter in der Wohnung berührt, so daß alle Lampen eingeschaltet waren (damit der Fehler in der Überlegung nicht sofort auffiel, sind in Abb. 24 alle Schalter in der Stellung „aus“ dargestellt). Bei Anschluß der Kontrolllampe zwischen die Punkte A und B lag folglich die Spannung von der Phase 2 und des „Nulleiters“ an der Lampe, mit dem die Lampe über die Wohnungsleitung verbunden war.

Ein aufmerksamer und erfahrener Beobachter hätte natürlich sofort bemerken müssen, daß die Kontrolllampe bei der beschriebenen Art der Überprüfung bei einem Anschluß zwischen den Punkten A und B oder A und C im Falle einer defekten Sicherung in der Phase 3 nicht ihre volle Helligkeit erreichen darf, da die parallel geschalteten Lampen in der Wohnung Nr. 19 doch einen bestimmten Widerstand haben. Bei intakter Sicherung muß die Lampe überlastet werden, da an ihr eine Spannung liegt, die um den Faktor 1,73 größer ist als die Normalspannung (380 V anstelle von 220 V).

90

Wie schon bei der Lösung der vorhergehenden Aufgabe festgestellt wurde, erfolgt die Elektroenergieversorgung in großen Gebäuden über ein Wechselstromnetz mit vier Leitern. Man kann annehmen, daß die Unterrichtsräume Nr. 1 und Nr. 2 über ein Leitersystem versorgt werden, wie es in Abb. 42 dargestellt ist.

Aus dem Schaltschema sieht man, daß die Lampen L_1 und L_2 im ersten Unterrichtsraum bei defekter Sicherung A des Nulleiters nicht brennen werden, wenn nicht gleichzeitig im zweiten Unterrichtsraum irgendein Gerät eingeschaltet wird, etwa eine Kochplatte P. Wenn die Kochplatte eingeschaltet ist, so gelangt sowohl an die Kochplatte als auch an die Lampen über die intakten Sicherungen B und C die Spannung von den Phasen Φ_1 und Φ_2 .

Es ist auch verständlich, warum die Kochplatte nicht richtig heiß wurde, während die Lampen heller als gewöhnlich brannten. Wenn die Spannung zwischen dem Nulleiter und einer Phase

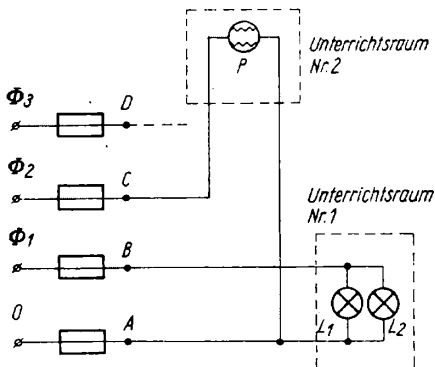


Abb. 42

220 V beträgt, so ist die Spannung zwischen den Phasen Φ_1 und Φ_2 um den Faktor $\sqrt{3}$ größer, d. h. gleich 380 V. Entsprechend dem Ohmschen Gesetz verteilt sich diese Spannung proportional zu den Widerständen der eingeschalteten Geräte auf die Unterrichtsräume Nr. 1 und Nr. 2. Die leistungsfähige Kochplatte hat einen relativ kleinen Widerstand, während die offenbar kleinen Glühlampen selbst bei Parallelschaltung einen beträchtlichen Widerstand besitzen. Folglich liegt an der Kochplatte eine kleine Spannung, und sie wird nicht richtig heiß, die Lampen dagegen leuchten heller als gewöhnlich, da die Spannung an ihnen über dem Normalwert liegt.

91

Ein unmittelbar an das Wechselstromnetz angeschlossenes Voltmeter mit elektromagnetischem System zeigt den Effektivwert der Spannung an. Wie wir aber schon bei der Lösung der Aufgabe Nr. 89 gesehen haben, erreicht die Potentialdifferenz bei sinusförmiger Änderung mit der Zeit in bestimmten Augenblicken einen maximalen Wert, der um den Faktor $\sqrt{2} \approx 1,41$ größer ist als der Effektivwert. In diesen Augenblicken wird ein parallel zum Voltmeter geschalteter Kondensator auf die Potentialdifferenz $125 \cdot 1,41 \approx 175$ V aufgeladen. Und diese Zahl zeigt das Voltmeter an. Die Rolle des Gleichrichterelements besteht lediglich darin, die Entladung des Kondensators bei Änderung der Stromrichtung zu verhindern.

Rundfunkamateure kennen diese hier beschriebene Erscheinung gut. Sie wissen, daß die Spannung hinter einem Gleichrichter sofort nach dem Zuschalten eines Filters, bestehend aus Drossel und Kondensator, ansteigt.

Der scheinbare Widerspruch läßt sich leicht als experimentelle Aufgabe formulieren. Wichtig ist dabei aber, daß man einen Kondensator mit großer Kapazität in der Größenordnung von einigen Mikrofarad und ein Voltmeter mit großem Widerstand verwendet. Bei kleinem Widerstand und kleiner Kapazität hat das System eine kleine Zeitkonstante, d. h., der Kondensator wird sich schnell über das Voltmeter entladen, was zur Folge hat, daß die Potentialdifferenz kleiner als 175 V sein wird. Unter besonders ungünstigen Umständen kann die Anzeige des Voltmeters sogar unter den Effektivwert der Spannung sinken, und zwar bis auf

$$\frac{E_0}{2} = \frac{E_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{125 \cdot \sqrt{2}}{2} = 90 \text{ V.}$$

Hier ist E_0 der Amplitudenwert der Netzspannung (vergleiche mit der Lösung der Aufgabe Nr. 87).

92

Strom und Spannung in einem an ein Wechselstromnetz angeschlossenem Gerät können sich so ändern, daß die Maximal- und Minimalwerte des Stroms und der Spannung gleichzeitig erreicht werden. In diesem Falle spricht man davon, daß Strom und Spannung in Phase sind. Strom und Spannung stimmen in ihrer Phase überein, wenn an das Wechselstromnetz ein Gerät angeschlossen wird, das nur einen ohmschen Widerstand (Wirkwiderstand) besitzt, etwa eine elektrische Kochplatte. In diesem Falle kann die vom Gerät aufgenommene Leistung nach der Formel

$$N = I \cdot U \tag{1}$$

berechnet werden, wobei I und U die Effektivwerte von Strom und Spannung sind.

Aber nicht immer sind Strom und Spannung in Phase. Wenn man eine Induktionsspule oder einen Kondensator an ein Wechselstromnetz anschließt, werden die Maximal- und Minimalwerte nicht gleichzeitig vom Strom und von der Spannung erreicht. In diesem Falle nimmt die Formel für die Leistung eine andere Form an, es taucht ein dritter Faktor k auf, der als Leistungsfaktor bezeichnet wird:

$$N = k \cdot I \cdot U. \tag{2}$$

I und U haben hier dieselbe Bedeutung wie in Formel (1). Der

Faktor k wird häufig auch anders bezeichnet, und zwar als $\cos\varphi$, wobei φ die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ist.

Die Wicklungen eines Elektromotors haben nicht nur einen ohmschen Widerstand, sondern auch einen induktiven Widerstand. Dadurch tritt zwischen dem durch die Wicklung des Elektromotors hindurchfließenden Strom und der angelegten Spannung eine Phasenverschiebung auf. Der Kosinus des Winkels der Phasenverschiebung hat bei normalem Betrieb dieses Motors den Wert

$$k = \frac{N}{I \cdot U} = \frac{900 \text{ W}}{220 \text{ V} \cdot 5 \text{ A}} = 0,82.$$

Gewöhnlich wird der Wert von k , der optimalen Betrieb entspricht, in der Beschreibung des Elektromotors angegeben.

93

Zunächst weisen wir darauf hin, daß der beschriebene Prozeß nicht dem Energieerhaltungssatz widerspricht, da die Aufladung des Kondensators nicht „von selbst“ erfolgt, sondern auf Kosten der Energie der thermischen Bewegung der Elektronen. Das Wirkprinzip der in Abb. 26 dargestellten Apparatur widerspricht aber dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik (s. dazu die Aufgabe Nr. 71 im Abschnitt „Wärme und Molekülphysik“), da der Prozeß das spontane Entstehen von „Verdichtungen“ und „Verdünnungen“ der Elektronenwolke erfordert. Das ist aber ebenso unmöglich wie die spontane Aufteilung von Elektronen oder Molekülen in schnelle und langsame (letzteres würde der spontanen Entstehung einer Temperaturdifferenz entsprechen). Es muß allerdings festgestellt werden, daß der zweite Hauptsatz im Unterschied zum ersten Hauptsatz der Thermodynamik nicht einen solch kategorischen Charakter trägt: Er schließt die Möglichkeit einer spontanen Aufteilung der Moleküle in schnelle und langsame oder die Möglichkeit der Entstehung von Dichtefluktuationen (örtlichen Verdichtungen und Verdünnungen) nicht vollständig aus. Er behauptet lediglich, daß solche Ereignisse wenig wahrscheinlich sind und daß diese Wahrscheinlichkeit um so kleiner ist, je größer die Fluktuationen werden.

Wegen der vollkommen unregelmäßigen Bewegung der Elektronen kann an den Enden des Leiters tatsächlich eine Potentialdifferenz entstehen. Wie aber bereits festgestellt, ist die Entstehung merklicher Spannungen wenig wahrscheinlich. Bei

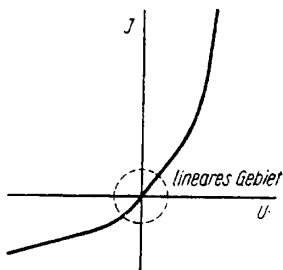


Abb. 43

kleinen Spannungen wird sich der Kondensator aber über den Detektor entladen, da die Strom-Spannungs-Kennlinie aller Detektoren bei kleinen Spannungen linear ist, wie in Abb. 43 dargestellt, so daß der Gleichrichtereffekt fehlt. Die den Gleichrichtereffekt erklärende Nichtlinearität der Strom-Spannungs-Kennlinie tritt erst bei hinreichend großen Spannungen auf; die Wahrscheinlichkeit für die Entstehung solcher Spannungen durch Dichtefluktuationen in der Elektronenverteilung ist aber praktisch gleich Null.

Die Aufladung ist ebensowenig realisierbar, wie es praktisch nicht möglich ist (obwohl es im Prinzip denkbar wäre), daß sich die unregelmäßige Bewegung der Luftmoleküle in einem abgeschlossenen Gefäß in eine Bewegung nach oben umwandelt, wodurch sich das Gefäß über die Erdoberfläche erheben würde. Eine Rechnung zeigt, daß das spontane „Hochspringen“ des Gefäßes infolge der Fluktuationen in der Molekülbewegung nicht häufiger beobachtbar ist als einmal in einem Zeitraum von einer Billiarde von Jahren.

Von A. R. Beljajew wurde der wissenschaftlich-phantastische Roman „Ariel“ geschrieben. Der Held des Romans konnte nach Wunsch den Charakter der Bewegung seines eigenen Körpers steuern. Wie wir gesehen haben, widerspricht das aber dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik und ist nur in einem phantastischen Roman möglich.

94

Der Entladungsprozeß der Flasche trägt Schwingungscharakter, da sie zusammen mit der auf die Stricknadel gewickelten Spirale einen Schwingkreis bildet. Da der Draht einen Widerstand besitzt und Energie in Form elektromagnetischer Wellen in den Raum abgestrahlt wird, klingen die Schwingungen langsam ab. Die Stricknadel behält die Magnetisierung des Vorzeichens, das

der letzten Auslenkung der Schwingung entspricht, die noch so stark ist, daß sie die Funkenstrecke überbrücken kann, über die die Leidener Flasche entladen wird.

Optik und Atombau

95

Wie reizvoll die beschriebene Methode von Flammarion zur Erkundung der Vergangenheit unseres Planeten auch sein mag, wir müssen uns mit dem Gedanken vertraut machen, daß sie niemals realisierbar sein wird: Aus der von dem genialen deutschen Physiker A. Einstein aufgestellten Relativitätstheorie folgt, daß sich kein materieller Körper mit einer Geschwindigkeit bewegen kann, die über der Vakuumlichtgeschwindigkeit liegt, d. h. über etwa 300000 km/s.

Für Körper mit einer „Ruhmasse“, die sich von Null unterscheidet (hierzu gehören die Elektronen, Protonen, Neutronen, Atome und Moleküle sowie die aus ihnen aufgebauten Körper wie Metallstücke usw.), ist diese Geschwindigkeit sogar nicht erreichbar. Es zeigt sich, daß die Masse eines bewegten Körpers mit wachsender Geschwindigkeit nach dem Gesetz

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

ansteigt; hierbei ist m_0 die Ruhmasse, v die Geschwindigkeit des Körpers, m seine Masse bei dieser Geschwindigkeit und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Aus dieser Formel sieht man, daß die Masse des Körpers bei Annäherung von v an c unbegrenzt ansteigt; eine weitere Beschleunigung wird immer schwieriger und wird bei Geschwindigkeiten in der Nähe von c praktisch

unmöglich. Die Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit ist den Physikern gut bekannt, die sich mit den Eigenschaften von Teilchen bei hohen Energien beschäftigen. Die Protonen, die in dem Synchrotron des Vereinigten Instituts für Kernforschung in Dubna beschleunigt worden sind, haben eine Masse, die 100mal größer ist als die Masse des ruhenden Protons. Übrigens gibt es auch Teilchen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Das sind beispielsweise die Quanten der elektromagnetischen Strahlung, die Photonen. Ihre Ruhmasse ist aber gleich Null! Physikalisch bedeutet das, daß man ein Photon nicht anhalten kann. Das Photon ist dazu verurteilt, sich ständig in Bewegung zu befinden. Der Versuch, das Photon anzuhalten, führt zu seinem Zerfall. Interessant ist auch, daß die Geschwindigkeit des Photons im Vakuum stets gleich 300000 km/s ist, unabhängig von der relativen Bewegung von Beobachter und Photonenquelle, d. h. Lichtquelle.

96

Die Wärmeübertragung von einem glühenden Metall auf den Menschen erfolgt hauptsächlich durch Strahlung. Das Maximum der Strahlungsenergie bei der Temperatur der Metalle liegt im Bereich der infraroten Strahlen, die wie elektromagnetische Wellen generell durch Metalle sehr stark reflektiert werden. Das ist die Antwort auf die Frage danach, warum die Kleidung der Metallarbeiter metallisiert wird.

97

Wie man aus Abb. 44 sieht, kann der Mensch unabhängig vom Abstand von der Wand, an der der Spiegel aufgehängt ist, stets

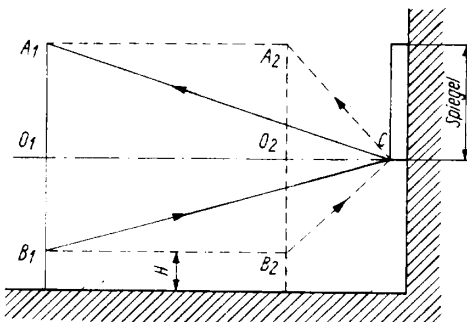


Abb. 44

nur den Teil seines Körpers im Spiegel sehen, der sich oberhalb der Höhe H über dem Fußboden befindet.

98

Wir haben angenommen, daß der in den Regentropfen eingedrungene Lichtstrahl an der Rückseite des Tropfens totalreflektiert wird. In Wirklichkeit ist der Einfallswinkel *kleiner* als der Grenzwinkel der Totalreflexion. Dadurch geht ein Teil des Lichtes durch den Regentropfen hindurch (über zweimalige Brechung), und ein Teil des Lichtes wird in Richtung zum Beobachter reflektiert. Damit kann das Licht aus dem Tropfen wieder heraustreten, wobei mit der Lichtbrechung eine Dispersion erfolgt: die bekannte Auffächerung des weißen Lichtes in die Spektralfarben. Würde an der Rückseite der Regentropfen eine Totalreflexion erfolgen, müßte der Regenbogen in viel größerer Helligkeit erscheinen.

Es sei außerdem darauf hingewiesen, daß der Vorgang durch Streuung des Lichtes an sehr kleinen Wassertropfen in Wirklichkeit noch komplizierter ist.

99

Wir entfernen die Sammellinse und setzen an ihre Stelle eine Zerstreuungslinse. Dann läßt sich der Strahlengang so darstellen, wie das in Abb. 45 gezeigt ist. Aus dieser Abbildung sieht man, daß die Beleuchtungsstärke in der Ringzone, die von den Kreisen mit den Durchmessern $A'B'$ und CM begrenzt wird, nicht nur durch die von der Linse gebeugten Strahlen hervorgerufen wird, sondern auch durch Strahlen, die an der Linse vorbeigegangen

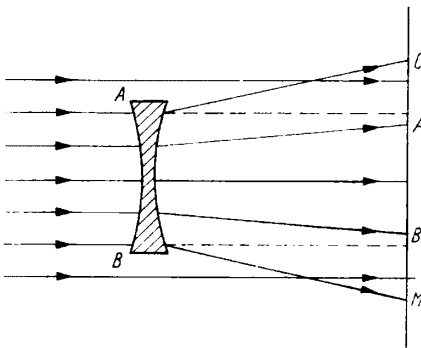


Abb. 45

sind. Aus diesem Grunde ergibt sich in diesem Gebiet auf dem Schirm eine größere Beleuchtungsstärke als ohne Linse.

Die beschriebene Erscheinung läßt sich leicht in einem Experiment zeigen. Man verwendet dazu eine Brille für Kurzsichtige und bringt sie in den Strahlengang der Sonne; hinter der Brille befindet sich ein Blatt weißes Papier als Schirm. Dann sieht man auf dem Papier einen hellen Kreis, der von einem noch helleren Rand umsäumt ist, dann folgt der Teil des Papiers, der nur von den Sonnenstrahlen direkt beleuchtet wird. Im Bereich des Saums hat man die maximale Beleuchtungsstärke.

100

Die Negative beider Aufnahmen werden gleich stark geschwärzt sein, wenn die Größe der Belichtung unverändert bleibt. In der Photographie versteht man unter Belichtung eine Größe, die durch die Lichtmenge charakterisiert ist, die auf die lichtempfindliche Schicht des Photomaterials bei der Aufnahme fällt. Die Belichtung wird mit dem Buchstaben H bezeichnet und läßt sich durch die Beziehung

$$H = E \cdot t \quad (1)$$

ausdrücken; hierbei ist E die Beleuchtungsstärke der photographischen Schicht und t die Belichtungszeit.

Die Beleuchtungsstärke des Bildes ist der Lichtenergie W , die vom Gegenstand durch das Objektiv auf den Film gelangt, direkt und der Fläche s_1 des Bildes umgekehrt proportional:

$$E \sim W/s_1. \quad (2)$$

Wenn der Gegenstand (als Beispiel kann man sich etwa einen Knopf am Anzug des Besuchers des Photoateliers vorstellen) nach allen Seiten nahezu gleichmäßig strahlt, ist die Energiemenge, die auf das Objektiv fällt, der Größe des Raumwinkels Θ direkt proportional, unter dem man das Objektiv von dem Punkt aus sieht, an dem sich der Gegenstand befindet:

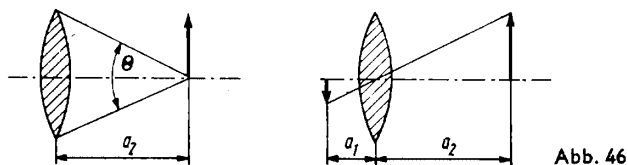
$$W \sim \Theta. \quad (3)$$

Hat die Objektivfläche den Wert s_0 und der Gegenstand einen Abstand a_2 vom Photoapparat, so erhält man für den Raumwinkel angenähert (siehe Abb. 46, linker Teil)

$$\Theta = s_0/a_2^2. \quad (4)$$

Kombiniert man die drei letzten Beziehungen, so erhält man

$$E \sim s_0/s_1 a_2^2. \quad (5)$$



Die Flächen des Gegenstands s_2 und seines Bildes s_1 verhalten sich aber wie

$$s_1/s_2 = a_1^2/a_2^2, \quad (6)$$

wobei a_1 der Abstand zwischen Objektiv und Film ist (s. den rechten Teil der Abb. 46).

Setzt man hieraus den Wert für a_2^2 in Gleichung (5) ein, so ergibt sich

$$E \sim s_0 s_1 / s_1 s_2 a_1^2 = s_0 / s_2 a_1^2. \quad (7)$$

Da s_0 und s_2 konstante Größen sind, wird

$$E \sim 1/a_1^2. \quad (8)$$

Die erste und letzte Gleichung ergeben zusammen

$$t \sim a_1^2. \quad (9)$$

Je weiter aber das zu photographierende Objekt entfernt ist (d. h., je größer a_2 ist), um so kleiner ist der Abstand a_1 zwischen dem Objektiv des Photoapparats und dem Film, was aus der Linsenformel folgt.

Folglich ist für einen weiter entfernten Gegenstand eine kleinere Belichtungszeit zu wählen als für einen näher gelegenen Gegenstand und umgekehrt.

101

Wenn die vordere (die dem Gegenstand zugewandte) Oberfläche der Hornhaut eben ist, so hat das Auge in Luft und Wasser dieselbe Brennweite, wodurch eine Brechung der von hinreichend weit entfernten Gegenständen ausgehenden Strahlen (d. h. paralleler Strahlen) fehlt. Somit wird ein solches Auge sowohl in Luft als auch in Wasser weit entfernte Gegenstände gleich gut sehen.

102

Auf jedem Bild des Films sind die in gleichen Zeitabständen aufeinander folgenden einzelnen Phasen der Bewegung eines Kör-

pers festgehalten. Es ist eine Eigenschaft des menschlichen Auges, daß diese einzelnen Etappen bei schneller Aufeinanderfolge der Bilder zusammenfließen und der Eindruck einer stetigen Bewegung entsteht.

Im Kino erfolgt der Bildwechsel nach jeweils $1/24$ Sekunde. In dieser Zeit möge sich das Rad der Equipage, das in Abb. 47 zur Vereinfachung unserer Überlegungen nur mit einer einzigen Speiche dargestellt ist, um so viel gedreht haben, daß die Speiche aus der Lage A_1B_1 in die Lage A_2B_2 gelangt ist. Das Auge empfindet das als eine Drehung im Uhrzeigersinn um einen Winkel, der durch den kleinen Bogen mit dem Pfeil markiert ist.

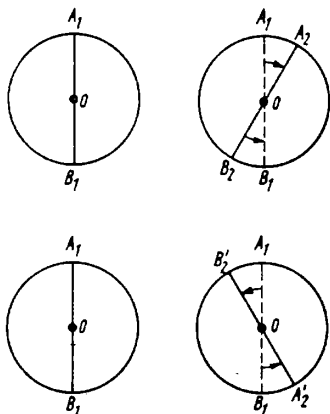


Abb. 47

Bei großer Geschwindigkeit der Equipage kann sich das Rad während des Bildwechsels im Aufnahmeapparat um einen wesentlich größeren Winkel gedreht haben, wobei die Speiche jetzt die im unteren Teil der Abbildung angegebene Lage $A'_2B'_2$ einnimmt. Da sich die beiden Enden der Speiche durch nichts voneinander unterscheiden, kann sich das Auge „irren“ und die Drehung um den Winkel $A_1OA'_2$ als Drehung um den Winkel $A_1OB'_2$ auffassen. Dadurch scheint es so zu sein, daß sich das Rad entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht hat.

Man sieht sehr leicht ein, daß dieses Paradoxon bei einer solchen Aufnahmefrequenz entsteht, wenn sich die Speiche beim Bildwechsel um einen Winkel dreht, der größer als der halbe Winkel zwischen den Speichen ist. Aus diesem Grunde kann sich bei gleicher Aufnahmefrequenz und gleicher Geschwindigkeit der Equipage der Fall ergeben, daß sich Räder mit unterschiedlicher Speichenzahl in entgegengesetzten Richtungen zu drehen

scheinen. Das kann man im Kino gelegentlich beobachten (allerdings seltener). Die hinteren Räder eines Wagens haben größere Speichen und können sich in einer Richtung drehen, die der Drehung der Vorderräder entgegengesetzt ist.

103

Das aus dem Okular eines Teleskops austretende parallele Strahlenbündel konvergiert nach dem Durchgang durch die Linse des Auges und kann auf der Netzhaut ein Bild des Gegenstands erzeugen.

104

In der angeführten Überlegung ist alles richtig mit Ausnahme der abschließenden Schlußfolgerung. Teleskope ergeben tatsächlich kein vergrößertes Bild der Sterne, stellen aber trotzdem eine große Hilfe bei astronomischen Beobachtungen dar. Die stürmische Entwicklung der Astronomie begann erst nach der Erfindung des Fernrohrs durch Galilei im Jahre 1609.

Die Aufgabe des Teleskops bei der Beobachtung der Sterne besteht nicht in der Erzeugung eines vergrößerten Bildes, sondern in der Vergrößerung des Lichtstromes, der von dem beobachteten Objekt in das menschliche Auge fällt. Beim Einsatz des Teleskops erhöht sich der auf die Netzhaut fallende Lichtenergiestrom um so viel, wie die Eintrittsöffnung des Teleskops größer ist als die Fläche der Pupille.

In der Sowjetunion gibt es ein Teleskop mit einem Spiegeldurchmesser von 6 m. Das Verhältnis zwischen der Fläche seines Spiegels und der Fläche der stark erweiterten Pupille hat etwa den Wert

$$\frac{S_{\text{Teleskop}}}{S_{\text{Pupille}}} = \left(\frac{d_{\text{Teleskop}}}{d_{\text{Pupille}}} \right)^2 = \left(\frac{600 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \right)^2 = 360000.$$

Somit erhöht sich der in das Auge des Beobachters fallende Lichtstrom auf das 360 000fache! Aus diesem Grunde kann man im Teleskop auch solche Sterne sehen, die mit dem bloßen Auge nicht mehr erkennbar sind.

105

Die Idee, einen Apparat zu bauen, der eine „Strahlenschnur“ liefern kann, haben schon vor langer Zeit viele Erfinder gehabt,

aber keinem ist es bisher gelungen, einen solchen Apparat tatsächlich zu realisieren. Das ist kein Zufall. Auf dem Wege der Konstruktion eines Hyperboloids (eigentlich müßte man den Apparat von Alexei Tolstois Ingenieur Garin als Paraboloid bezeichnen, denn alles im Roman Gesagte bezieht sich nicht auf hyperbolische, sondern auf parabolische Spiegel) ergibt sich eine Reihe ernsthafter Schwierigkeiten.

Erstens ist es schwer, ein hinreichend hochschmelzendes Material für die Spiegel zu finden, denn die Spiegel erwärmen sich bei der Reflexion von Lichtstrahlen hoher Leistung selbst bis auf hohe Temperaturen.

Zweitens ist unklar, mit welchem Brennstoff man das Hyperboloid speisen soll. Der Brennstoff muß bei kleinem Volumen eine außerordentlich große Energiemenge enthalten, denn sonst wäre das Hyperboloid ein harmloses Spielzeug.

Die größte Schwierigkeit besteht aber darin, daß die Erzeugung extrem dünner Strahlenbündel, die sich über große Entfernungen ausbreiten, aufgrund der Wellennatur des Lichts nicht möglich ist. Je dünner man den Strahl macht, um so stärker macht sich die Beugung bemerkbar, die zu einer Verwaschung der Strahlenbegrenzungen führt. Wegen der Beugung ist es nicht möglich, mit Hilfe von Spiegeln, Linsen, Blenden und beliebigen anderen Mitteln der geometrischen Optik beliebig dünne Strahlenbündel herzustellen, wie sich das Ingenieur Garin wünschte.

Es bleibt noch hinzuzufügen, daß alles Gesagte unbedingt richtig ist für Geräte, in denen die Prinzipien der geometrischen Optik ausgenutzt werden. Vor nicht allzu langer Zeit haben die sowjetischen Wissenschaftler N. G. Basow und A. M. Prochorow Anlagen konstruiert, in denen vorher angeregte Atome die von ihnen gespeicherte Energie praktisch gleichzeitig ausstrahlen. (Solche Strahler kann man als kohärente Strahler bezeichnen.) Dabei erhält man ein sehr dünnes, fast nicht divergierendes Strahlenbündel. Die Energiedichte in einem solchen Strahl ist so groß, daß der Strahl in einer Entfernung von einigen Metern ein Brett durchbohren kann. Mit Hilfe dieser Quantengeneratoren (es ist üblich, sie kurz als Laser zu bezeichnen) kann man bereits heute mit erstaunlicher Genauigkeit Entfernungen in der Geodäsie und Astronomie bestimmen, sehr feine Löcher mit einem Durchmesser von nur wenigen Mikrometern in harte Edelsteine und Metalle bohren sowie chirurgische Eingriffe am Auge des Menschen vornehmen.

Für die Entdeckung der Quantengeneratoren erhielten N. G.

Basow und A. M. Prochorow den Leninpreis, danach zusammen mit dem amerikanischen Wissenschaftler Ch. Townes den Nobelpreis. Im Jahre 1964 erhielt eine Gruppe sowjetischer Wissenschaftler unter Leitung von B. M. Wul und der Professoren N. D. Nasledow und S. M. Rywkin den Leninpreis für die Entwicklung von Halbleiterlasern kleiner Dimensionen und deren Überführung in die Produktion. .

106

Die eine oder andere Farbempfindung, die im Auge eines Beobachters entsteht, wird nicht durch die vom Brechungsindex des Mediums abhängige Wellenlänge, sondern durch die Frequenz der auf die Enden des Sehnervs einwirkenden elektromagnetischen Strahlung bestimmt. Die Frequenz ändert sich nicht beim Übergang von einem Medium zu einem anderen Medium. Aus diesem Grunde wird Licht, das in Luft als rot empfunden wird, auch in Wasser dieselbe Farbe haben.

107

Die Teilchen des Tabakrauchs streuen das auf sie treffende Licht in Abhängigkeit von der Lichtwellenlänge unterschiedlich. Am stärksten werden Strahlen mit kleinen Wellenlängen – violette, blaue – gestreut. Langwellige Strahlen, die am anderen Ende des Spektrums liegen, werden wesentlich schwächer gestreut. Aus diesem Grunde herrschen in einem durch die Rauchwolke hindurchgegangenen Lichtstrahl rote Farbtöne vor. Wenn man dagegen von der Seite der Lichtquelle oder von der Seite her beobachtet, sehen wir im wesentlichen kurzwellige Strahlen, und der Rauch erscheint uns bläulich gefärbt.

Die Abhängigkeit der Streuung von Lichtstrahlen von der Farbe des Lichts wird in der Praxis stets berücksichtigt: Laternen, die an Gefahren- oder Unfallstellen aufgestellt werden, versieht man mit roten Fenstern (rotes Licht der Verkehrsampeln!); soll das Licht dagegen nicht bemerkt werden (beispielsweise im Krieg), so erfolgt die Beleuchtung mit blauen Lampen.

108

Es ist eine Eigenschaft des menschlichen Auges, daß blaue und weiße Bänder breiter erscheinen als gleich breite rote Bänder.

Bei einem Verhältnis von 30:33:37 erscheinen alle Streifen gleich breit. Übrigens ist es jetzt erlaubt, die französische Flagge auch aus gleich breiten Bändern herzustellen.

109

Wie schon in Aufgabe 106 festgestellt wurde, beträgt die der roten Farbe entsprechende Wellenlänge etwa $0,65 \mu\text{m}$. Dem grünen Licht entspricht eine Wellenlänge von ungefähr $0,55 \mu\text{m}$. Somit sollte sich infolge des Doppler-Effekts eine Änderung der Wellenlänge um den Faktor

$$\frac{0,55 \mu\text{m}}{0,65 \mu\text{m}} = 0,85$$

ergeben. Das bedeutet, daß sich die Frequenz der in das Auge des Kraftfahrers gelangenden elektromagnetischen Schwingungen infolge seiner Annäherung an die Lichtquelle auf das

$$1/0,85 = 1,18\text{fache}$$

erhöhen müßte, also um rund 20%. Eine solche Erhöhung der Frequenz ist nur bei kosmischen Geschwindigkeiten möglich. Die Minimalgeschwindigkeit, bei der sich der Doppler-Effekt in der Optik bemerkbar macht, liegt bei 500 m/s.

110

Bekanntlich können sich die Elektronen in Atomen in unterschiedlichen Zuständen befinden, denen unterschiedliche Energien entsprechen. Beim Übergang eines Elektrons aus einem Zustand höherer Energie in einen Zustand niedrigerer Energie wird die überschüssige Energie in Form elektromagnetischer Strahlung abgegeben. In Abhängigkeit von der Frequenz dieser Strahlung sieht der Beobachter Licht der einen oder anderen Farbe.

In Metallen gehen die am weitesten vom Kern entfernten Elektronen (in der Chemie werden sie als Valenzelektronen bezeichnet) leicht auf Kosten der thermischen Energie in den „angeregten“ Zustand über und kehren ebenso leicht in den „Normalzustand“ zurück, wobei sie die gespeicherte Energie in Form von Licht abgeben.

In Quarz oder Glas liegt eine andere Situation vor. Hier sind alle Elektronen fest an die Atomkerne gebunden und ändern

ihren energetischen Zustand nur schwer. Um ein merkliches Leuchten zu erzielen, ist in diesem Falle eine wesentlich höhere Temperatur erforderlich.

111

Die gezogene Schlußfolgerung ist natürlich falsch. Wenn das Radium infolge seines Zerfalls verschwinden könnte, wäre dieser Zeitpunkt bereits vor langer Zeit eingetreten, da seit der „Entstehung“ der Erde bereits 10 Milliarden Jahre vergangen sind, während die Halbwertszeit des Radiums „nur“ 1590 Jahre beträgt.

In der Aufgabe sind eine Reihe von Fehlern enthalten, deren größter die Behauptung ist, daß nach den „zweiten“ 1590 Jahren die verbliebene Hälfte zerfallen ist, während in Wirklichkeit nur die Hälfte der verbliebenen Hälfte zerfällt. Folglich liegt nach 3180 Jahren noch ein Viertel der ursprünglichen Menge, nach 4770 Jahren noch ein Achtel der ursprünglichen Menge vor usw.

Wie man aus den angegebenen Zahlen sieht, müssen sich die Radiumvorräte auf der Erde so schnell verringern, daß nach einer, vom geologischen Standpunkt aus gesehen, relativ kurzen Zeit auf der Erde kein Radium mehr vorhanden sein dürfte (s. folgende Aufgabe). Bedeutet das nicht, daß unsere ursprüngliche Schlußfolgerung gar nicht so weit von der Wahrheit entfernt ist?

Das Radium zerfällt jedoch nicht nur, sondern ist selbst das Produkt eines Zerfalls, die auf der Erde vorhandenen Radiumvorräte werden ständig durch den Zerfall des radioaktiven Elements Thorium ergänzt.

Dann ergibt sich aber die Frage danach, ob es möglich ist, daß der Ausgangspunkt der „radioaktiven Familie“, zu der das Radium und das Thorium gehören, das Uran-238, allmählich von der Erde verschwindet. Das ist durchaus möglich; dieser Zeitpunkt wird aber nicht so bald eintreten, da die Halbwertszeit des Uran-238 4,5 Milliarden Jahre beträgt. Auf der Erde ist folglich etwa noch ein Viertel der ursprünglichen Uran-238-Vorräte vorhanden.

Was das Weltall als Ganzes betrifft, so wäre bereits seit langem keines der am Ende des periodischen Systems stehenden radioaktiven Elemente mehr vorhanden, wenn diese Elemente verschwinden könnten, denn das Weltall besteht schon seit unendlich langer Zeit. Es ist einleuchtend, daß irgendwo im Weltall Prozesse ablaufen müssen, die zur Bildung schwerer Elemente

führen und über die die moderne Wissenschaft keine befriedigenden Angaben machen kann. Man kann nur darauf verweisen, daß die Explosionen der sog. Supernovae unter der Annahme erklärt werden konnten, daß die Ursache im Zerfall eines der Isotope des Elements 98 des periodischen Systems, des Californiums, zu sehen ist. Dieses Element kann vielleicht auch einmal auf der Erde vorhanden gewesen sein, ist aber jetzt vollständig verschwunden.

112

Die angeführte Rechnung zeigt überzeugend, zu welch unsinnigen Schlußfolgerungen man gelangen kann, wenn man mathematische Formeln mechanisch anwendet, ohne in das Wesen der physikalischen Erscheinung einzudringen, die durch sie beschrieben wird.

Das Radium ist Mitglied einer radioaktiven Familie. In der Kette der aufeinanderfolgenden Umwandlungen steht es zwischen dem Thorium, dessen Zerfall zur Entstehung von Radium führt, und dem Radon, einem Zerfallsprodukt des Radiums. Das gegenwärtig auf der Erde vorhandene Radium ist nicht der Rest des ursprünglich vorhandenen gewaltigen Vorrats, der in der Aufgabe berechnet wurde!

Gegenwärtig sind drei natürliche radioaktive Familien bekannt. Das sind die Reihen des Urans, des Thoriums und des Actiniums, die so nach dem Ausgangselement der radioaktiven Zerfallsreihen benannt werden. Die vierte Reihe, als Neptunium-Reihe bezeichnet, besteht aus künstlich hergestellten Isotopen, die nicht auf der Erde angetroffen werden.

Die Ausgangselemente der drei erstgenannten Familien existieren in der Natur, weil ihre Halbwertszeiten sehr groß sind. Sie haben die folgenden Werte:

Uran	$4,5 \cdot 10^9$ Jahre;
Thorium	$1,4 \cdot 10^{10}$ Jahre;
Actinium	$7,1 \cdot 10^8$ Jahre.

Die Mitglieder dieser Familien existieren in der Natur nur dank der ständigen Neubildung beim Zerfall anderer Elemente.

Es ist möglich, daß auf der Erde zum Zeitpunkt ihrer Entstehung auch eine geringe Menge Neptunium vorhanden war (eine vom Standpunkt der Kernphysik sehr zu bezweifelnde Möglichkeit), seine Halbwertszeit beträgt aber „nur“ $2,2 \cdot 10^6$ Jahre und ist

somit zu klein, um heute noch Neptunium auf der Erde finden zu können.

113

Wir betrachten ein Gas, das sich in einem Zylinder befindet, der mit einem Kolben verschlossen ist. Solange sich der Kolben nicht bewegt, bleibt die mittlere Geschwindigkeit v der Gasmoleküle konstant, da die Stöße der Moleküle mit den Zylinderwänden und dem Kolben elastischen Charakter tragen und somit die Geschwindigkeiten nach dem Stoß dieselben sind. Das gilt natürlich nur dann, wenn dem Gas keine Wärme zugeführt wird.

Wenn sich der Kolben, jedoch mit einer bestimmten konstanten Geschwindigkeit u in den Zylinder hinein bewegt, so haben die Moleküle, die auf den Kolben stoßen, relativ zum Kolben eine Geschwindigkeit $v + u$. Mit derselben Relativgeschwindigkeit zum Kolben werden sie auch reflektiert. Da sich aber der Kolben mit der Geschwindigkeit u relativ zum Zylinder bewegt, ist die Geschwindigkeit der Moleküle relativ zum Zylinder nach der Reflexion gleich $u + (v + u) = v + 2u$, d. h., sie ist um $2u$ angewachsen.

In analoger Weise erfolgt die Beschleunigung geladener Teilchen im kosmischen Raum. Wenn ein Proton, das mit einer Geschwindigkeit v von der Erde wegfiegt, in eine Anhäufung interstellaren Gases gerät, die sich mit einer Geschwindigkeit u auf die Erde zu bewegt und ein Magnetfeld mit sich führt, so fliegt das Proton nach der „Reflexion“ durch dieses Magnetfeld (s. Abb. 48) mit einer Geschwindigkeit $v + 2u$ auf die Erde zu. Das

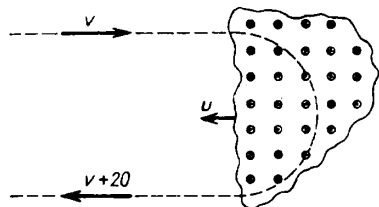


Abb. 48

Proton kann natürlich auch in ein Magnetfeld gelangen, dessen Geschwindigkeitsvektor von der Erde weg gerichtet ist, wodurch seine Bewegung verlangsamt wird. Eine genaue Rechnung zeigt aber, daß bewegte Teilchen in der Zeiteinheit mehr beschleunigende als verlangsamende Felder antreffen, so daß der Beschleunigungseffekt überwiegt.

Wie bei den chemischen Reaktionen gibt es auch zwei Typen von Kernreaktionen: Reaktionen mit Energieabgabe (exotherme Reaktionen) und Reaktionen mit Absorption von Energie (endotherme Reaktionen). Die erste der in der Aufgabe genannten Reaktionen ist eine exotherme Reaktion, und die läuft „von selbst“ ab. Was die zweite Reaktion betrifft, so gehört sie zu den endothermen Reaktionen; um eine Umwandlung des Protons in ein Neutron und ein Positron zu erreichen, muß man dem Proton eine gewaltige Energie (vom Standpunkt der Mikrowelt aus gesehen) zuführen.

Nach den heutigen, sich aus der Einsteinschen Relativitätstheorie ergebenden Vorstellungen ist die Erhöhung der Energie eines Körpers mit einer Vergrößerung seiner Masse verknüpft. Ein Proton, das zur Entstehung eines Neutron-Positron-Paares führen kann, muß eine Masse besitzen, die die Masse des Protons im „Normalzustand“ um einen Wert übersteigt, der der doppelten Masse des Elektrons (oder des Positrons, denn die Massen dieser beiden Teilchen sind identisch gleich) entspricht. Aus diesem Grunde bleibt der Satz von der Erhaltung der Masse bei Kernreaktionen gültig. Des weiteren gilt in diesen Fällen stets der Satz von der Erhaltung der Ladung, wie man am Beispiel der angeführten Reaktionen sehen kann.

115

Schon bei der Lösung der vorhergehenden Aufgabe haben wir davon gesprochen, daß die Relativitätstheorie die Verknüpfung zwischen Masse und Energie hergestellt hat. Einer Änderung der Masse des Systems um ΔM entspricht eine Energieänderung um

$$\Delta W = \Delta M \cdot c^2,$$

wobei c die Vakuumlichtgeschwindigkeit ist.

Eine Verringerung der Energie eines Systems ist von einer Verringerung seiner Masse begleitet, umgekehrt führt eine Erhöhung der Energie zu einer größeren Masse.

In unserem Falle ist die Masse des Kerns ^{12}C um $0,17 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ kleiner als die Summe der Massen von sechs Protonen und sechs Neutronen. Das bedeutet, daß bei der Bildung des Kerns aus diesen Teilchen die Energie

$$\Delta W = 0,17 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,53 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

frei werden muß. Nach den Maßstäben der Mikrowelt ist das eine gewaltige Größe, da sich daraus für die Bildung eines Kilogramm-Atoms des Isotops ^{12}C aus Neutronen und Protonen eine Energie von $9,22 \cdot 10^{15} \text{ J}$ ergibt, d. h. eine Energie, die bei der Verbrennung von ≈ 200000 Tonnen Benzin frei werden würde!

Bei Berücksichtigung des „Massendefekts“, der bei der Kernbildung frei werdenden Energie entspricht, bleibt die Masse additiv.

Warum treffen wir in unserem täglichen Leben nicht auf die scheinbare Nichtadditivität der Masse? Das liegt daran, daß die Energie, die Körper aufnehmen oder abgeben, meist zu klein ist, um eine merkliche Änderung der Masse hervorzurufen.

Als Beispiel betrachten wir die Erwärmung von einem Kubikmeter Wasser von 0°C auf 100°C . Dabei hat sich seine Energie um

$$\Delta W = 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot 100 \text{ K} = 4,19 \cdot 10^8 \text{ J}$$

erhöht. Die Vergrößerung der Masse beträgt aber nur

$$\Delta M = \frac{4,19 \cdot 10^8 \text{ J}}{9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2} = 0,52 \cdot 10^{-8} \text{ kg} = 0,0052 \text{ mg},$$

d. h. $0,52 \cdot 10^{-6} \%$!

Es ist praktisch nicht möglich, eine solche Änderung festzustellen.

116

Die Arbeitsweise eines Atomreaktors widerspricht natürlich nicht dem Energieerhaltungssatz. Folglich wird der Gesamtvorrat an Atomenergie (genauer Kernenergie) beim Betrieb des Reaktors kleiner. Man muß jedoch die Gesamtenergiemenge von der Energie unterscheiden, die einer praktischen Nutzung zugeführt werden kann. Es zeigt sich, daß sich beim Betrieb einiger Kernreakortypen (der sog. Brutreaktoren) die Atome des „verbrannten“ Kernbrennstoffs erneut in Kernbrennstoff verwandeln, wobei die Menge des erzeugten Kernbrennstoffes größer ist als die verbrannte Brennstoffmenge.

In einem Brutreakortyp stellen die Atome des erzeugten und verbrannten Brennstoffs Isotope desselben chemischen Elements dar, es wird beispielsweise $^{235}_{92}\text{U}$ verbrannt, während $^{236}_{92}\text{U}$ entsteht; in anderen Brutreaktoren sind entstehender und verbrannter Brennstoff Isotope unterschiedlicher chemischer Elemente; es wird beispielsweise $^{235}_{92}\text{U}$ verbrannt, während $^{239}_{94}\text{Pu}$ gebildet wird.

Band	Autor und Titel	Preis	Best.-Nr.
1	Landau/Rumer, Was ist die Relativitätstheorie?	3,60	666 043 4
2	Makejewa/Zedrik, Verwunderliches aus der Physik	4,15	665 527 2
3	Naundorf, Abbildungstreue	3,20	665 221 5
6	Tschudnowski, Was ist Agrophysik?	3,50	665 003 3
7	Artamonow, Optische Täuschungen	7,90	665 156 2
8	Schustorowitsch, Neues aus der Theorie der chemischen Bindung	3,60	665 520 5
12	Makowezki, Schau den Dingen auf den Grund!	8,50	665 587 0
13	Gläser, Was ist Radiographie?	6,80	665 589 7
17	Kompanejez, Statistische Gesetze in der Physik	7,80	665 626 7
18	Müller, Grundzüge der Astronomie	8,90	665 669 7
21	Milantjew/Temko, Plasmaphysik	7,90	665 703 2
23	Butkewitsch/Selikson, Ewige Kalender	5,90	665 696 1
24	Dautcourt, Was sind Pulsare?	4,90	665 706 7
25	Kulikow/Sidorenkow, Planet Erde	7,50	665 704 0
27	Bogdanow, Laser lenken Flugkörper	4,30	665 745 4
28	Bogdanow, Vom Molekül zum Kristall	7,40	665 748 9
29	Dautcourt, Was sind Quasare?	4,90	665 753 4
30	Kusnezow, Kernenergie – Schatzkammer des 21. Jahrhunderts	3,90	665 749 7
31	Rawitsch, Die Rätsel Gondwanas	4,80	665 752 6
33	Gubarew, Kosmische Trilogie	12,-	665 768 1
35	Sharkow, Der innere Aufbau von Erde, Mond und Planeten	7,-	665 771 0
36	Holzmüller, Unsere Umwelt – ihre Entwicklung und Erhaltung	6,-	665 765 7
37	Komarow, Neue unterhaltsame Astronomie	16,50	665 839 3
38	Lange, Physikalische Knocheleien	5,60	665 835 0
40	Hupfer, Die Ostsee – kleines Meer mit großen Problemen	7,90	665 878 0
41	Meinhold/Pätz, Erdöl und Erdgas – vom Plankton bis zur Pipeline	9,20	665 884 4
42	Biehl/Zier, Röntgenstrahlen – ihre Anwendung in Medizin und Technik	8,90	665 989 8
43	Pskowski, Novae und Supernovae	12,50	665 889 5
44	Ljubimow/Nowikow, Einfache elektrische Stromkreise – keine Angst vor Schaltalgebra	3,90	665 987 1
45	Kaplan, Physik der Sterne	13,-	665 994 3
46	Gal'kin/Schwarew, Reise zum Mittelpunkt des Mondes	4,50	665 993 5
47	Nowikow, Schwarze Löcher im All	5,50	666 035 4
48	Pogosjan, Umweltfaktor Atmosphäre	9,90	666 034 6
49	Röseberg, Philosophie und Physik	8,50	666 084 8
50	Meinhold, Energie aus der Tiefe der Erde	6,50	666 031 1
51	Jefremow, In die Tiefen des Weltalls	11,50	666 087 2
52	Nowikow, Evolution des Universums	11,50	666 088 0
53	Kogan, Hundert Aufgaben zur Elektrizität	4,30	666 145 3
54	Anders, Rund um das Wasser – ein physikalischer Streifzug	3,40	666 144 5
55	Slobodezki/Aslamasow, Nachgedacht und mitgemacht – Kniffliges aus der Physik	11,50	666 189 1

Die vorliegende Broschüre enthält 116 interessante Aufgaben aus den Gebieten Mechanik, Wärmelehre und Molekülphysik, Elektrizität und Magnetismus sowie Optik und Atombau. Es handelt sich dabei nicht um Aufgaben, die durch eine Rechnung gelöst werden sollen, sondern der Autor kommt durch eingeflochtene Fehler in der Überlegung zu Aussagen, die zu einem Widerspruch zu den bekannten Gesetzen der Physik führen. Es ist nun Aufgabe des Lesers, diese Fehler in der Beweisführung aufzudecken. Durch diese Form der Aufgabenstellung zwingt das Buch zum logischen Nachdenken und fördert eine tiefgründige Wissensaneignung.

Im zweiten Teil werden die Lösungen angegeben, d. h., es wird erläutert, an welcher Stelle ein Fehlschluß in der Problemstellung vorliegt.

Dieses Buch ergänzt die beiden anderen Bände des Zyklus „Verwunderliches aus der Physik“: Makowezki, Schau den Dingen auf den Grund, und Makajewa/Zedrik, Verwunderliches aus der Physik (siehe 3. Umschlagseite).